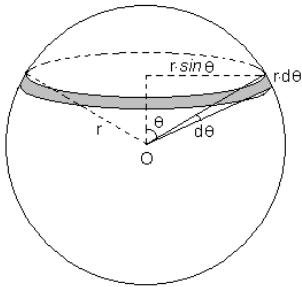
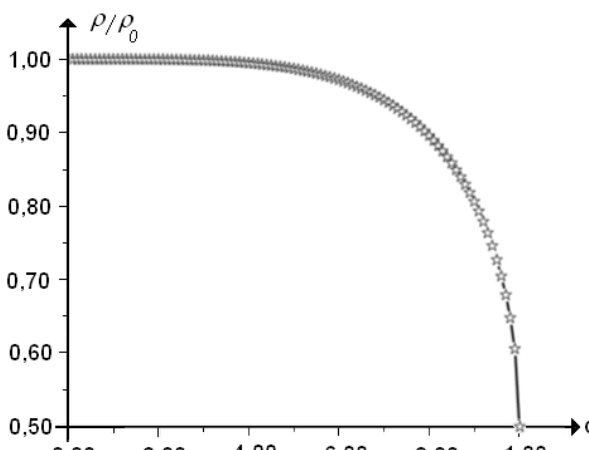


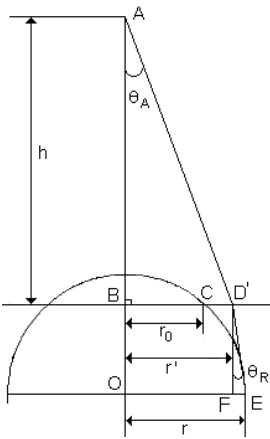
Barem de evaluare

Orice altă rezolvare care conduce la rezultate corecte se va puncta corespunzător

Problema teoretică nr. 2 – Partea B Estimarea densității pepenului din fotografie

Nr. item	Sarcina de lucru nr. 1	Punctaj
1a.	Pentru: volumul discului având raza $r \cdot \sin \theta$ și grosimea $h' = r \cdot d\theta \cdot \sin \theta$ $dv = \pi \cdot r^3 \cdot \sin^3 \theta \cdot d\theta$  volumul V_0 al porțiunii din pepene, cufundată în apă $V_0 = \int_{\theta_0}^{\pi} \pi \cdot r^3 \cdot \sin^3 \theta \cdot d\theta$ $V_0 = \pi \cdot r^3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \left[1 + \frac{\cos \theta_0}{2} \cdot (3 - \cos^2 \theta_0) \right]$ $q = \frac{r_0}{r} = \sin \theta_0$ $V_0 = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \left[1 + \left(1 + \frac{q^2}{2} \right) \sqrt{1 - q^2} \right]$	0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p
1b.	Pentru: Condiția de plutire a pepenului la suprafața apei $\vec{G} + \vec{F}_A = 0$ $\rho \cdot V \cdot g = \rho_0 \cdot V_0 \cdot g$ volumul total al pepenului $V = \frac{4 \cdot \pi \cdot r^3}{3}$ $\rho = \frac{\rho_0}{2} \cdot \left[1 + \left(1 + \frac{q^2}{2} \right) \cdot \sqrt{1 - q^2} \right]$	0,1p 0,1p 0,1p 0,1p
1c.	Pentru: $\frac{d}{dq} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) = - \frac{3 \cdot q^3}{4 \cdot \sqrt{1 - q^2}} < 0$ funcția analizată este monoton descrescătoare $\frac{d^2}{dq^2} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) = - \frac{d}{dq} \left(\frac{3 \cdot q^3}{4 \cdot \sqrt{1 - q^2}} \right) = - \frac{3}{4} \left(\frac{3q^2 \sqrt{1 - q^2} + q^3 \frac{q}{\sqrt{1 - q^2}}}{1 - q^2} \right) < 0$ graficul funcției este concav	0,1p 0,1p

	condiția de extrem $\frac{d}{dq} \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right) = 0, \quad q = 0$ 0,1p $\frac{\rho}{\rho_0} = 1$, pentru $q = 0$ 0,1p $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1}{2}$, pentru $q = 1$  0,6p	
1d.	Pentru: dependența $\frac{\rho}{\rho_0} = f(q)$ descrește lent pentru valori ale raportului q cuprinse între 0 și 0,70. Pentru acest domeniu de valori, incertitudinea în determinarea densității ρ a pepenului, datorată incertitudinii în determinarea raportului q este foarte mică și în consecință rezultatele măsurării sunt acurate 0,2p graficul $\frac{\rho}{\rho_0} = f(q)$ descrește rapid pentru valori ale variabilei independente q cuprinse între 0,85 și 1,00. Variații mici ale variabilei q conduc la variații substanțiale ale raportului $\frac{\rho}{\rho_0}$ și implicit la variații mari ale densității pepenului și determinarea densității pepenului nu mai este acurată 0,2p	0,4p
1e.	Pentru: $q_1 = 0,70$ 0,2p $\rho_1 = 0,94 \text{ g / cm}^3$ 0,2p	0,4p
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 2	Punctaj
2a.	Pentru: aproximarea segmentul ADE ca ipotenuză a triunghiului AOE (figura 2) 0,1p $\operatorname{tg} \theta_A = \frac{r}{h + \sqrt{r^2 - r_0^2}}$ 0,1p $\operatorname{tg} \theta_A = \frac{r'}{h}$ 0,1p $r' \cdot \sqrt{r^2 - r_0^2} = h \cdot (r - r')$ 0,1p $r^2 \cdot (h^2 - r'^2) - 2 \cdot r \cdot r' \cdot h^2 + r'^2 \cdot (h^2 + r_0^2) = 0$ 0,1p $r_{1,2} = r' \cdot \frac{h^2 \pm \sqrt{h^2 \cdot (r'^2 - r_0^2) + r'^2 \cdot r_0^2}}{h^2 - r'^2}$ 0,1p	0,6p

2b.	Pentru: $\begin{cases} D_{1, foto} = 7,9 \text{ cm} \\ D_{2, foto} = 4,2 \text{ cm} \\ D_{3, foto} = 2,9 \text{ cm} \end{cases}$ $r_0 = 5,5 \text{ cm}$ $\begin{cases} r' = 8,0 \text{ cm} \end{cases}$ $h = 100 \text{ cm}$ Pentru estimare se acceptă valori ale lui $h \in [90 \text{ cm}, 110 \text{ cm}]$; toate aceste valori conduc la același rezultat pentru estimarea densității pepenului $\begin{cases} r_1 = 8,52 \text{ cm} \\ r_2 = 7,58 \text{ cm} \end{cases}$ soluția acceptabilă din punct de vedere fizic este cea pentru care $r > r'$ $r = 8,52 \text{ cm}$ $\begin{cases} q_{ } = \frac{5,50}{8,52} \\ q_{ } \cong 0,65 \end{cases}$ densitatea pepenului este estimată la $\rho_{ } = 0,96 \text{ g} / \text{cm}^3$	1,1p 0,2p 0,2p 0,2p 0,2p 0,1p 0,1p 0,1p
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 3	Punctaj
3a.	Pentru:  $\sin \theta_A = n \cdot \sin \theta_R$ $\begin{cases} \sin \theta_A = \frac{BD'}{AD'} \\ \sin \theta_A = \frac{r'}{\sqrt{r'^2 + h^2}} \end{cases}$ aproximarea liniei $D'E$ ca ipotenuză a triunghiului $D'FE$ $\begin{cases} \sin \theta_R = \frac{EF}{D'E} \\ \sin \theta_R = \frac{EF}{\sqrt{D'F^2 + EF^2}} \end{cases}$ $\sin \theta_R = \frac{r - r'}{\sqrt{r^2 - r_0^2 + (r - r')^2}}$ $\frac{r'}{\sqrt{r'^2 + h^2}} = n \cdot \frac{r - r'}{\sqrt{r^2 - r_0^2 + (r - r')^2}}$	0,6p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p

3b.	Pentru: $\left[n^2 \cdot (h^2 + r'^2) - 2 \cdot r' \cdot r^2 \right] \cdot r^2 - 2 \cdot r' \cdot \left[n^2 \cdot (h^2 + r'^2) - r'^2 \right] \cdot r + r'^2 \cdot \left[n^2 \cdot (h^2 + r'^2) - r'^2 + r_0^2 \right] = 0$ $\begin{cases} r_1 = 8,38 \text{ cm} \\ r_2 = 7,68 \text{ cm} \end{cases}$ soluția acceptabilă din punct de vedere fizic $r = 8,38 \text{ cm}$ $q_{III} = \frac{5,50}{8,38}; \quad q_{III} \cong 0,66$ $\rho_{III} = 0,96 \text{ g / cm}^3$	0,2p 0,4p 0,1p 0,1p 0,2p	1,0p
3c.	Pentru: precizarea că rezultatul estimării nu este influențat semnificativ de fenomenul de refracție	0,2p	0,2p
Nr. item	Sarcina de lucru nr. 4		Punctaj
4a.	Pentru: expresia înălțimii calotei pepenului $h_c = r \cdot \left(1 - \sqrt{1 - q^2} \right)$ $h_{c,N} = 2,08 \text{ cm}$	0,2p 0,1p	0,3p
4b.	Pentru: $V(h_c - \Delta h_c) - V(h_c) = \frac{dV}{dh_c} \cdot (-\Delta h_c)$ expresia forței arhimedice $F_A' = (V(h_c) - V(h_c - \Delta h_c)) \cdot \rho_0 \cdot g = \rho_0 \cdot g \frac{dV}{dh_c} \cdot \Delta h_c$ $F_A' = -K \cdot \Delta h_c$ $K = -\rho_0 \cdot g \frac{dV}{dh_c}$ $\frac{dV}{dh_c} = -\pi \cdot h_c \cdot (2r - h_c)$ constanta de elasticitate $K = \rho_0 \cdot g \pi \cdot h_c \cdot (2r - h_c)$ masa pepenului $M = \frac{4\pi}{3} r^3 \cdot \rho$ pulsăția micilor oscilații $\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \\ \omega = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{\rho_0}{\rho} \cdot \frac{g}{r} \cdot \left[\frac{h_c}{r} \left(2 - \frac{h_c}{r} \right) \right]} \end{cases}$	0,2p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,1p 0,2p	1,0p
4c.	Pentru: ecuația micilor oscilații $\frac{d^2}{dt^2}(\Delta h_c) + \omega^2 \cdot \Delta h_c = 0$	0,2p	0,2p
4d.	Pentru: $\omega = 6,33 \text{ rad / s}$ $\begin{cases} T = \frac{2\pi}{\omega} \\ T \cong 1 \text{ s} \end{cases}$ intervalul de timp în care pepenele efectuează 10 de oscilații $t \cong 10 \text{ s}$	0,1p 0,1p 0,1p	0,3p
TOTAL Problema teoretică nr. 2 – Partea B			8,0p

© Barem de evaluare propus de:
Prof. Dr. Delia DAVIDESCU
Conf. Univ. Dr. Adrian DAFINEI