



Теоретическая справка

Процессы конвективного переноса тепла могут быть описаны с помощью закона Ньютона-Рихмана, который говорит о том, что количества тепла q , отводимого от нагретого тела в единицу времени посредством конвекции, пропорционально разности температур поверхности тела T_n и окружающей среды T_{cp} вдали от поверхности.

$$q = \alpha(T_n - T_{cp}). \quad (1)$$

Коэффициент α называют коэффициентом теплопередачи.

Процессы переноса тепла посредством теплопроводности описываются законом Фурье. В наиболее простом случае переноса тепла через однородную плоскую стенку в перпендикулярном ее поверхностям направлении, он выглядит следующим образом:

$$q = \lambda S \frac{(T_1 - T_2)}{\delta}, \quad (2)$$

где S - площадь стенки, T_1 и T_2 - температуры горячей и холодной стороны стенки соответственно, δ - толщина стенки. Таким образом, количество теплоты передающееся через стенку прямо пропорционально ее площади, обратно пропорционально ее толщине и линейно зависит от разности температур с двух ее сторон. Коэффициент λ описывает способность вещества передавать тепло посредством теплопроводности и называется коэффициентом теплопроводности. В некотором смысле комбинацию $\lambda S/\delta$ можно назвать коэффициентом теплопередачи для процесса теплопроводности.

Рассмотрим процесс остывания воды внутри закрытой пробирки. Процесс теплопередачи разобьем на несколько этапов. Тепло от воды переходит от внутренних слоев воды к внутренними поверхностями стенок пробирки. Этот этап обусловлен как процессом конвекции воды, так и теплопроводностью и может быть описан эффективным коэффициентом теплопередачи. Далее тепло посредством теплопроводности передается через стенки, дно и крышку пробирки к внешним границам пробирки. На следующем этапе тепло от внешних границ пробирки передается в окружающую среду. Все это приводит к распределению температуры внутри пробирки и окружающей ее среде, схематично изображенное на рисунке 1.

Для математического описания явления, примем ряд упрощений:

1. Будем считать, что тепло передается только через стенки пробирки (то есть дно и крышка пробирки хорошо теплоизолированы);
2. Будем считать, что толщина стенок пробирки много меньше их радиуса. Тогда можно считать, что площадь внешней и внутренней стенок пробирки не отличаются друг от друга, что позволит воспользоваться формулой (2) для описания процесса теплопередачи через стенку.

3. Будем считать теплоемкость стенок пренебрежимо малой по сравнению с теплоемкостью воды внутри пробирки.

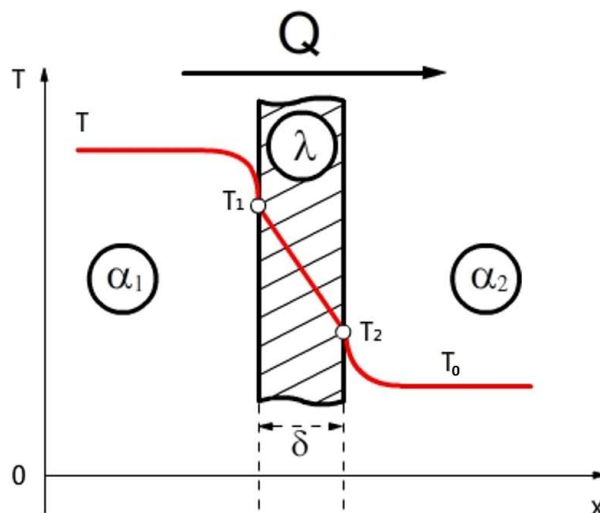


Рис. 1. Схема распределения температуры в остывающей пробирке с водой.

Итак, некоторое количество теплоты в единицу времени будет передаваться от воды внутри пробирки к внутренним границам стенок пробирки. Опишем этот процесс с помощью коэффициента теплопередачи α_1 .

$$q = \alpha_1(T - T_1), \quad (3)$$

где T - средняя температура воды в пробирке, T_1 - температура внутренней поверхности пробирки. То же количество теплоты в единицу времени будет передаваться через стенки пробирки к наружным слоям стенки пробирки.

$$q = \lambda S \frac{(T_1 - T_2)}{\delta}, \quad (4)$$

где T_2 - температура внешней поверхности пробирки. Окончательно, тоже количества тепла передается от внешней стенки пробирки в окружающую среду. Опишем этот процесс с помощью коэффициента теплопередачи α_2 .

$$q = \alpha_2(T_2 - T_0), \quad (5)$$

где T_0 - температура окружающей пробирку среды вдали от ее стенок. Разделив каждое из уравнений на коэффициент теплопередачи и сложив их получим окончательно:

$$q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{S\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}\right) = (T - T_0). \quad (6)$$



$$q = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{S\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)^{-1} (T - T_0). \quad (7)$$

Таким образом, количество теплоты, передающееся от воды внутри пробирки к окружающей среде, прямо пропорционально разнице температур с коэффициентом теплопередачи, обратная величина которого может быть рассчитана как сумма обратных коэффициентов теплопередачи на каждом этапе.

В задаче НЕ требуется оценка погрешностей!

Задание

Внимание! В работе потребуется использование горячей воды. Обращайтесь с ней аккуратно, чтобы не допустить попадания кипятка на открытые части тела.



Рис. 2. А - Пробирка без изоляции, Б - Пробирка с изоляцией

1. Залейте в пробирку горячую воду до отметки $V = 50$ мл. Закройте пробирку крышкой со вставленным термометром. Поместите пробирку в холодную воду так, чтобы уровень воды в емкости совпадал с нижней границей пробки. Закрепите пробирку в таком положении с помощью штатива (см. рисунок 3). Измерьте время остывания воды внутри пробирки от температуры $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ до температуры $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Во время данного и последующих экспериментов обязательно **помешивайте воду в сосуде с холодной водой**. Это необходимо для соблюдения условий постоянства температурного распределения воды вокруг пробирки.

Тщательно изолируйте дно пробирки с помощью пенистого изоляционного материала. Его можно закрепить, использовав его клеящуюся сторону (синюю поверхность), предварительно сняв с нее защитную пленку. При необходимости воспользуйтесь изолентой для дополнительного закрепления материала. Измерьте время остывания пробирки от $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $60\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Аналогичным образом изолируйте крышку. Вновь измерьте время остывания пробирки от $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $60\text{ }^{\circ}\text{C}$, уже с изолированным дном и крышкой. Сделайте вывод, существенно ли влияет теплоизоляция дна и крышки на эффективный коэффициент теплопередачи.

2. Обмотайте пробирку изоляционной лентой сверху вниз так, чтобы вся стенка оказалась закрытой изолентой толщиной в 10 слоев (см. рисунок 2). Залейте в пробирку

50 мл горячей воды. (см. рисунок 3) и проведите измерения времени остывания воды от 70 до 60 °С. Выполняйте работу с изолированной крышкой и дном пробирки. **Перемешивайте воду** в емкости в процессе измерения, чтобы температура воды вблизи стенки оставалась постоянной.

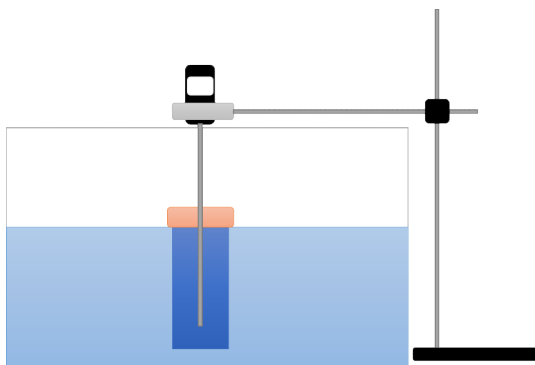


Рис. 3. Схема установки

3. Снимите два слоя изоляционной ленты с пробирки и повторите измерения. Снимая последующие слои изоленды с пробирки, измерьте зависимость времени остывания пробирки от количества слоев изоленды, намотанной на нее.
4. Постройте график полученной зависимости. В предположении, что этот график описывается линейной функцией, определите его угловой коэффициент.
5. Запишите формулу для расчета средней мощности q остывания воды в пробирке в проведенных экспериментах. Используйте величины времени остывания t , температур в T_{60} и T_{70} , объема воды внутри пробирки;
6. Запишите аналог формулы (6) для случая пробирки, обмотанной изолентой. Помимо введенных в формуле (6) величин, используйте величины количества слоев изоленды N , толщины одного слоя изоленды x , высоты стенок пробирки H , радиуса пробирки R , коэффициента теплопроводности изоленды $\lambda_{\text{и}}$.
7. Измерьте толщину одного слоя изоленды, а также величины H и R .
8. Определите, используя угловой коэффициент графика из пункта 4, коэффициент теплопроводности изоленды.

Оборудование. Пластиковая коробка с холодной водой, пластиковая пробирка (50 мл), горячая вода по требованию, пенный материал для изоляции крышки и дна пробирки, изоляционная лента, термометр электронный с щупом 2 штуки, салфетка (для поддержания чистоты рабочего стола), секундомер, штатив с муфтой и лапкой, ножницы, линейка.



Решение

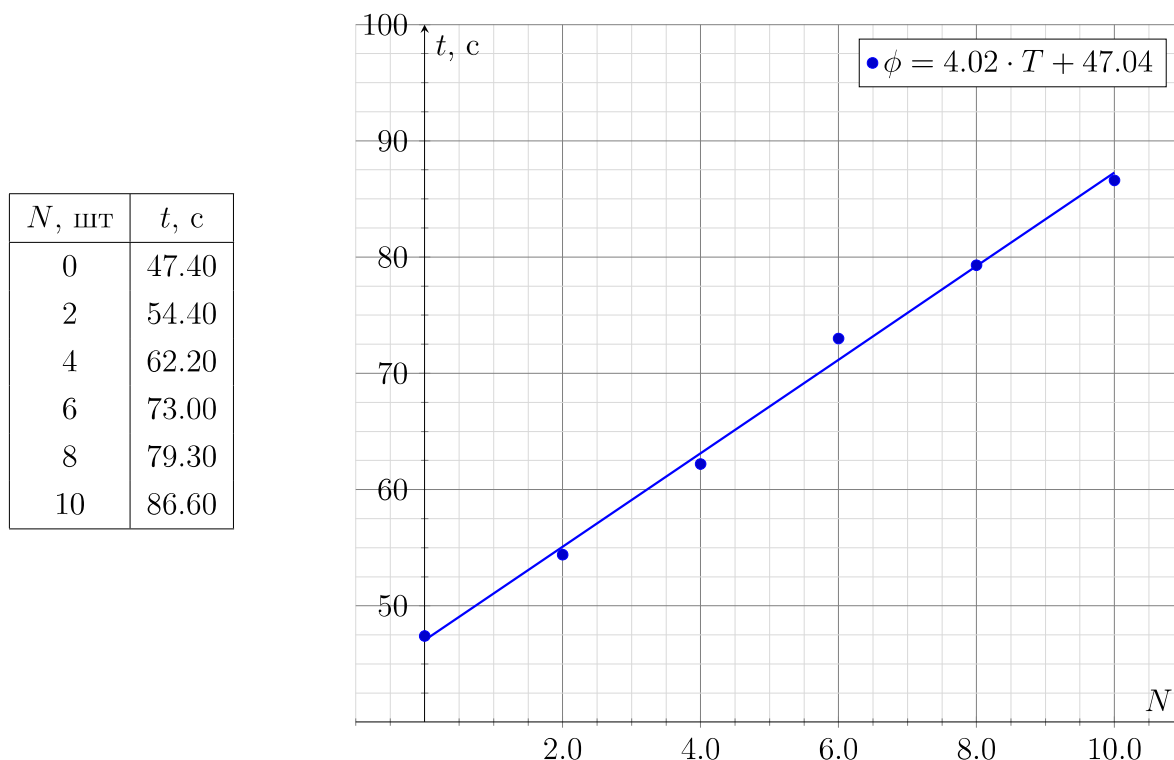
1. Нальем в пробирку горячую воду. Погрузим ее в контейнер с водой так, чтобы вся она оказалась погружена в воду до уровня крышки. Измерим время остывания воды от $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $60\text{ }^{\circ}\text{C}$ с помощью термометра. Важным элементом эксперимента является размешивание воды вокруг пробирки, чтобы температура вблизи стенки сохранялась постоянной. В дальнейшем будем считать температуру воды в емкости неизменной как в течение одного эксперимента, так от одного эксперимента к другому, так как ее теплоемкость много больше теплоемкости воды в пробирке. Проведем аналогичные эксперименты с пробиркой, у которой теплоизолированы дно и крышка. В результате измерений получим следующий набор значений времен остывания пробирки:

$t_1, \text{ c}$	$t_2, \text{ c}$	$t_3, \text{ c}$
40.5	45.3	47.4

В таблице t_1 это время остывания воды без какой-либо изоляции, t_2 - с изоляцией дна и t_3 - с изоляцией дна и крышки. По результатам измерений можно сделать вывод, что потери через дно и крышку в отсутствие теплоизоляции достаточно существенны. Будем считать, что после их теплоизоляции весь теплообмен происходит через стенки пробирки.

2. Обматываем стенки пробирки изоляцией в 10 слоев (рекомендуется помечать слои). Нальем в пробирку 50 мл горячей воды, следить за объемом воды будем по отметкам, которые видны на внутренней поверхности стенки пробирки из-за ее прозрачности. Проведем измерение времени остывания от $70\text{ }^{\circ}\text{C}$ до $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Далее аккуратно снимем 2 слоя изоляции и повторим эксперимент. Таким образом, измерим зависимость времени остывания воды в пробирке от количества слоев изоляторы на ее стенке. Построим график этой зависимости. Заметим, что точки хорошо описываются линейной функцией с угловым коэффициентом:

$$K = 4.02 \text{ c} \quad (8)$$

График зависимости $t(N)$ 

3. Определим толщину слоя изолянта методом прокатывания. Положим термометр на лист бумаги, сверху прижмем его линейкой и прокатим его с помощью линейки по бумаге. Совершив $N_1 = 10$ оборотов, термометр сместится относительно линейки на расстояние $l_1 = 12.5$ см. Таким образом, его диаметр составит:

$$d_1 = l_1 / (\pi N_1) = 3.98 \text{ мм} \quad (9)$$

Намотаем на него $N_3 = 20$ слоев изолянта. Совершим аналогичную процедуру прокатывания термометра с намотанной изолянтной. При этом термометр совершит $N_2 = 8$ оборотов и сместится относительно линейки на $l_2 = 23.8$ см. Его новый диаметр составит:

$$d_2 = l_2 / (\pi N_2) = 9.47 \text{ мм} \quad (10)$$

Тогда толщина одного слоя изолянта:

$$h = \frac{d_2 - d_1}{2N_3} = 137 \text{ мкм} \quad (11)$$

Измерим также радиус стенок пробирки и высоту стенки (длину границы между



холодной и горячей водой):

$$D = 29.3 \text{ мм}; R = 14.65 \text{ мм} \\ H = 90 \text{ мм}$$

4. За время остывания t горячая вода в пробирке отдает окружающей среде количество теплоты:

$$Q = c\rho V(T_{70} - T_{60}), \quad (12)$$

где ρ - плотность воды. Соответственно, среднюю тепловую мощность потерь за это время можно выразить как:

$$q = \frac{Q}{t} = \frac{c\rho V(T_{70} - T_{60})}{t} \quad (13)$$

5. Формулу (6) преобразуем для случая пробирки, обмотанной изолентой. Для этого в сумму обратных коэффициентов теплопередачи добавим обратный коэффициент теплопередачи для процесса теплопроводности внутри слоев изоленты. Так как температура воды в пробирке изменилась всего на 10°C , будем считать мощность потерь постоянной и определяющейся средней разницей температур с окружающей средой в течение времени остывания. Тогда для преобразованной формулы (6) получим:

$$\frac{c\rho V(T_{70} - T_{60})}{t} = \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{Nh}{2\pi RH\lambda_n} + \frac{\delta}{S\lambda} \right)^{-1} \left(\frac{T_{70} + T_{60}}{2} - T_0 \right). \quad (14)$$

Среднюю температуру $T_0 = 27,7^\circ\text{C}$ холодной воды измерим с помощью термометра. За время эксперимента она фактически не изменяется из-за сравнительно большой теплоемкости. После преобразований формулы (14) получим теоретическую зависимость времени остывания воды в пробирке от количества слоев изоленты $t(N)$ в виде:

$$t = N \frac{hc\rho V(T_{70} - T_{60})}{2\pi RH\lambda \left(\frac{T_{70} + T_{60}}{2} - T_0 \right)} + const. \quad (15)$$

Видно, что полученная зависимость линейна, и угловой коэффициент построенного ранее графика связан с параметрами установки как:

$$K = \frac{hc\rho V(T_{70} - T_{60})}{2\pi RH\lambda \left(\frac{T_{70} + T_{60}}{2} - T_0 \right)} \quad (16)$$

Из этого выражения посчитаем искомый коэффициент λ

$$\lambda = \frac{hc\rho V(T_{70} - T_{60})}{2\pi RHK \left(\frac{T_{70} + T_{60}}{2} - T_0 \right)} = 0,23 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}} \quad (17)$$