



В данной задаче НЕ требуется оценка погрешностей.

Задание

Измерьте зависимость показателя преломления воды от массовой доли сахара C в ней в пределах от 0 до 30 %. Подробно опишите методику измерений. Постройте график полученной зависимости и определите коэффициенты аппроксимации полученного графика линейной функцией.

Массовую долю сахара в растворе рассчитывайте как:

$$C = \frac{m_c}{m_c + m_v}, \quad (1)$$

где m_c - масса сахара, m_v - масса воды.

Показатель преломления чистой воды считайте известным и равным: $n_0 = 1.333$.

Оборудование. Вода, мерный стакан, весы, 50 пакетиков сахара, четыре канцелярских зажима, 2 листа картона, 4 листа миллиметровой бумаги, канцелярский пластилин, лазерная указка, ножницы, изолента, линейка 50 см, ложка, белый лист бумаги А4.

Внимание! Избегайте попадания лазерного луча в глаза.

Решение

Для наблюдения изменения показателя преломления жидкости соберем установку, в которой при неизменном угле падения будет меняться угол преломления лазерного луча в растворе сахара. Луч будет преломляться внутри жидкости, ограниченной стенками стакана. Так как размеры стакана невелики, небольшие изменения угла преломления приведут к небольшому изменению координаты выходного луча. Поэтому для детектирования малого изменения угла преломления необходимо поставить экран на большом удалении от стакана и измерять положение луча лазера на экране (см. рисунок 1).

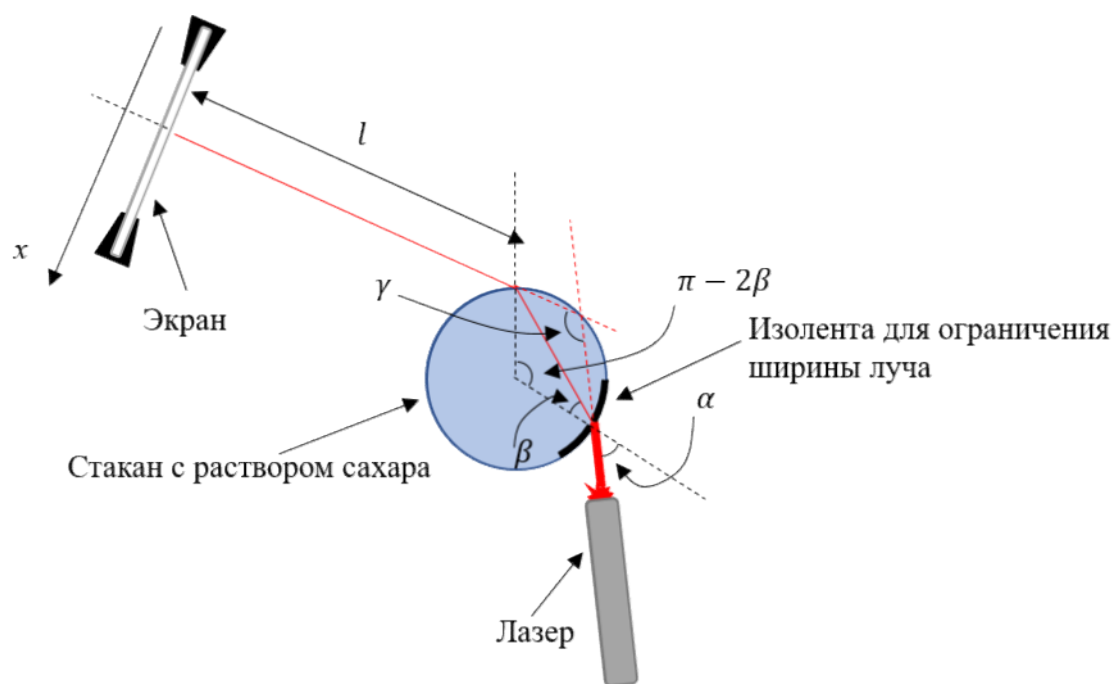


Рис. 1. Установка

Так как луч лазера достаточно широкий, а стакан работает как линза в горизонтальной плоскости, зайчик на экране получается широким. Ограничим ширину входного пучка диафрагмой, сделанной из двух полосок изолянта.

Угол γ между входным и выходным лучом легко рассчитать, зная угол падения луча α и угол преломления луча β :

$$\gamma = \pi - 2\alpha + 2\beta. \quad (2)$$

Так как угол α в условиях эксперимента будет неизменным, то дифференциалы углов γ и β будут связаны как:

$$d\beta = \frac{d\gamma}{2}. \quad (3)$$

Изменение угла γ будем считать приближенно как отношение координаты лазерного зайчика на экране к расстоянию между экраном и точкой выхода луча из стакана $l = 71$ см:

$$d\gamma = \frac{x}{l}. \quad (4)$$

За ноль координаты x примем положение луча на экране, когда в стакане находится чистая вода.

Угол преломления луча в чистой воде рассчитаем исходя из геометрических положений места входа и выхода лазерного луча на стакане. Для этого приложим к поверхности стакана отрезок миллиметровой бумаги между этими положениями и измерим расстояние между ними по дуге окружности стакана $d = 6.3$ мм. Полную длину окружности стакана измерим аналогичным образом: $L = 21.75$ мм. Тогда для угла между перпендикулярами к поверхности стакана в точках падения и выхода луча из стакана имеем:

$$\pi - 2\beta_0 = 2\pi \frac{d}{L}. \quad (5)$$

Откуда для угла преломления луча в чистой воде:

$$\beta_0 = \pi \left(\frac{1}{2} - \frac{d}{L} \right) = 0.66048 \quad (6)$$

Запишем закона Снеллиуса для связи угла падения и преломления лазерного луча:

$$\sin \alpha = n \sin \beta. \quad (7)$$

Так как угол падения луча в течение эксперимента остается неизменным, можем записать связь между углами преломления в чистой воде и растворе:

$$\sin \alpha = n_0 \sin \beta_0 = n \sin \beta = n \sin(\beta_0 - d\beta). \quad (8)$$

Откуда для показателя преломления раствора получаем:

$$n = n_0 \frac{\sin \beta_0}{\sin(\beta_0 - d\beta)} = n_0 \frac{\sin \beta_0}{\sin(\beta_0 - \frac{x}{2l})}. \quad (9)$$

Все оптические элементы перед измерениями закрепим на столе с помощью канцелярского пластилина. Угол падения луча выберем большим, чтобы изменение угла преломления были заметным. Нальем в стакан $m_{\text{в}} = 103.47$ г воды. Поставим и закрепим экран перпендикулярно выходному лучу так, чтобы удобно было вести отсчет координаты x . Будем добавлять в воду сахар из пакетика, предварительно взвешивая его на весах. Для взвешивания сахара оторвем от листа бумаги небольшой кусочек, положим его на весы, выставим на весах ноль и насыпем на него сахар. Измерим зависимость координаты x от массы добавленного сахара в раствор. Рассчитаем концентрацию раствора и его показатель преломления для каждой точки. Построим график искомой зависимости. Видно, что точки можно описать линейной функцией с угловым коэффициентом $k = 1.6 \cdot 10^{-3}$.

N	$m_k, \text{ г}$	$m_c, \text{ г}$	$c, \%$	$x, \text{ см}$	$d\beta$	β	n
0	0.00	0.00	0.0	0.00	0.0000	0.6605	1.3330
1	5.51	5.51	5.1	0.75	0.0053	0.6552	1.3409
2	5.51	11.02	9.6	1.30	0.0092	0.6513	1.3477
3	5.63	16.65	13.9	1.75	0.0123	0.6482	1.3533
4	5.58	22.23	17.7	2.25	0.0159	0.6446	1.3597
5	5.57	27.80	21.2	2.65	0.0187	0.6418	1.3648
6	5.60	33.40	24.4	3.10	0.0218	0.6387	1.3706
7	5.63	39.03	27.4	3.50	0.0247	0.6358	1.3758
8	5.61	44.64	30.1	3.85	0.0271	0.6334	1.3804
9	5.71	50.35	32.7	4.30	0.0303	0.6302	1.3864

График зависимости n от c 