



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

Теоретический тур

9 класс.

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.



3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
4. Подписывать рабочие листы запрещается.
5. В ходе работы вы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.
6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.

Пакет заданий содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (6 стр.).

Задание 9-1. Прогрессивная динамика

В данном задании действие силы тяжести не учитывать. Внимание! Рисунки носят качественный характер: реальные пропорции сил на них не соблюдены.

1.1 На материальную точку массой $m = 23,2$ кг действуют двенадцать сил (Рис. 1), расположенных в одной плоскости, самая «маленькая» из которых равна $F_1 = 10$ Н и направлена вдоль оси Ox . Известно, что каждая следующая сила больше предыдущей на $\Delta F = 10$ Н и повернута на угол $\alpha = 30^\circ$ (см. Рис. 1). Найдите ускорение $\vec{a}_1$ материальной точки.

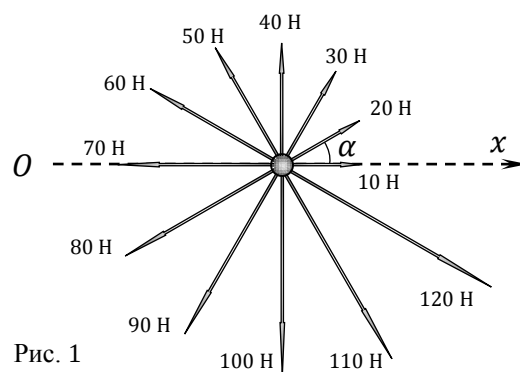


Рис. 1

1.2 Рассмотрим общий случай. Пусть на материальную точку массой m (Рис. 2) действует система из n сил $(\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3; \dots; \vec{F}_{n-1}; \vec{F}_n)$, расположенных в одной плоскости на одинаковом угловом расстоянии $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ друг от друга. Известно, что модуль F_{i+1} каждой следующей силы больше модуля F_i предыдущей на ΔF . Найдите ускорение $\vec{a}_2$ материальной точки.

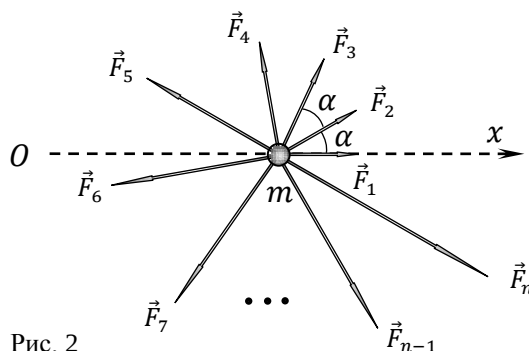


Рис. 2

1.3 Используя общее выражение, полученное для $\vec{a}_2$ в предыдущем пункте, вычислите ускорение $\vec{a}_1$ для первого пункта задачи.

Лист ответов. Задание 9-1. Прогрессивная динамика

1.1 Ускорение $\vec{a}_1$ материальной точки:

1.2 Ускорение $\vec{a}_2$ материальной точки:

1.3 Вычисление ускорения $\vec{a}_1$ для первого пункта задачи по формуле п. 1.2:

Задание 9-2. Двойное скольжение

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь.

1.1 «Шарик и параллелепипед» Небольшой шарик, привязанный легкой нерастяжимой нитью к вертикальной стенке в точке O (Рис. 1), свисает с параллелепипеда размерами $a \times b$ (в плоскости рисунка), слегка касаясь горизонтальной поверхности. Параллелепипед начинают двигать вправо с постоянной скоростью $\vec{v}$. Найдите скорость $\vec{u}_1$ шарика в процессе его скольжения по вертикальной стенке параллелепипеда. Опишите его траекторию на этом участке движения, укажите её существенные параметры. Считайте, что в процессе движения шарик не отрывается от параллелепипеда.

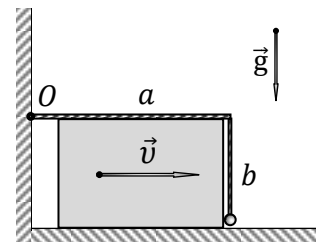


Рис. 1

1.2 «Шарик и наклонная плоскость» Усложним задачу и рассмотрим небольшой шарик, привязанный легкой нерастяжимой нитью к стене, который лежит на наклонной плоскости (Рис. 2), слегка касаясь горизонтальной поверхности. Наклонную плоскость начинают двигать вправо с постоянной скоростью $\vec{v}$. Найдите скорость $\vec{u}_2$ шарика в процессе его скольжения по наклонной плоскости. Опишите его траекторию на этом участке движения, укажите её существенные параметры. Считайте, что в процессе движения шарик не отрывается от наклонной плоскости. Угол наклона плоскости к горизонту α , ее длина l .

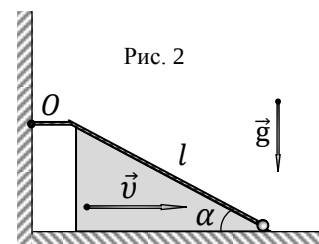


Рис. 2

1.3 «Шарик и полусфера» Еще более усложним задачу и рассмотрим небольшой шарик на легкой нерастяжимой нити, который лежит на полусфере (Рис. 3), слегка касаясь горизонтальной поверхности. Полусферу начинают двигать вправо с постоянной скоростью $\vec{v}$. Найдите скорость $\vec{u}_3(x)$ шарика в процессе его скольжения по полусфере в момент времени, когда полусфера сместилась на расстояние x ($x < R$). Опишите его траекторию на этом участке движения, укажите её существенные параметры. Считайте, что в процессе движения шарик не отрывается от полусферы. Радиус полусферы R .

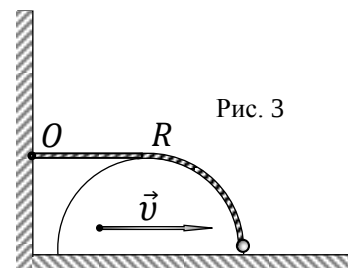


Рис. 3

Лист ответов. Задание 9-2. Двойное скольжение

1.1 Скорость $\vec{u}_1$ шарика:

Траектория шарика:

1.2 Скорость $\vec{u}_2$ шарика:

Траектория шарика:

1.3 Скорость $\vec{u}_3(x)$ шарика:

Траектория шарика:

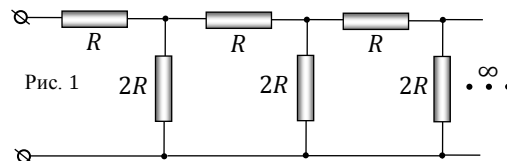
Задание 9-3. Конечная бесконечность

1.1 «Шаг за шагом ...» Рассмотрим линейную электрическую цепь из резисторов R и $2R$, составленную из одинаковых повторяющихся звеньев (Рис. 1).

Интересно, что сопротивление R_∞^* такой цепи будет конечным даже при бесконечном числе звеньев ($n \rightarrow \infty$).

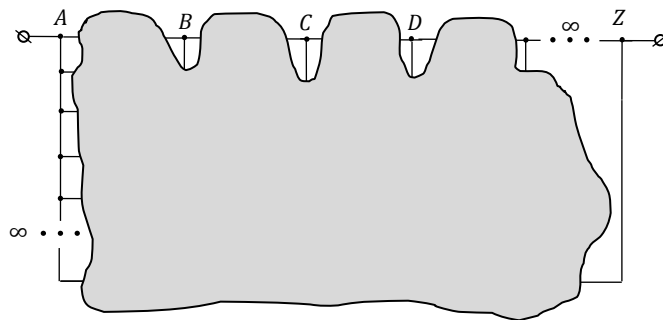
Пусть R_n – сопротивление конечной линейной цепи при n ($n = 1, 2, 3, \dots, \infty$) звеньях. Назовем *относительной погрешностью оценки* R_∞^* величину $\varepsilon_n = \frac{R_n - R_{n+1}}{R_n}$, выраженную в процентах.

Найдите сопротивления одного звена R_1 данной цепи, её двух звеньев R_2 , а также относительную погрешность ε_1 оценки R_∞^* . Далее проделайте такую же процедуру с R_2 и R_3 , найдите ε_2 . Продолжайте данную процедуру шаг за шагом до тех пор, пока относительная погрешность ε_n оценки R_∞^* не станет меньше одного процента ($\varepsilon_n < 1,0\%$). При каком значении n это произошло? Чему равно R_n ?



1.2 «Линейная бесконечность» Найдите точное значение сопротивления R_∞^* всей бесконечной линейной цепочки (Рис. 1).

1.3 «Плоская бесконечность» Из резисторов R и $2R$ на плоскости собрана бесконечная электрическая цепь AZ (Рис. 2), некоторые части которой стерты (затонированы). Известно, что данная цепь обладает следующим свойством: сопротивление R_{AB} первого звена цепи равно сопротивлению R_{AC} её двух первых звеньев, которое, в свою очередь, равно сопротивлению R_{AD} первых трех звеньев цепи и т.д. (до бесконечности). Восстановите стертые (затонированные) участки цепи на рисунке. Найдите сопротивление $R_\infty^{**} = R_{AZ}$ восстановленной вами бесконечной плоской цепи.



Лист ответов. Задание 9-3. Конечная бесконечность

1.1 Сопротивление одного звена R_1 :

Сопротивление двух звеньев R_2 :

Относительная погрешность ε_1 :

Сопротивление трех звеньев R_3 :

Относительная погрешность ε_2 :

Значение n :

1.2 Значение сопротивления R_∞^* :

1.3 Сопротивление $R_\infty^{**} = R_{AZ}$:

Восстановленная схема:



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

Теоретический тур

10 класс.

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.
2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!
4. Подписывать рабочие листы запрещается.
5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.
6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



Пакет заданий содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (10 стр.).

Задание 10-1. Лихо закручено

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: трением и сопротивлением воздуха в данном задании пренебречь, ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

1.1 «Два шарика на нити» Два небольших шарика массами m_1 и m_2 , связанные легкой нитью длиной l , вращаются с угловой скоростью ω в горизонтальной плоскости (Рис. 1). Найдите силы натяжения нитей T_1 и T_2 , действующие на каждый из шариков, соответственно. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

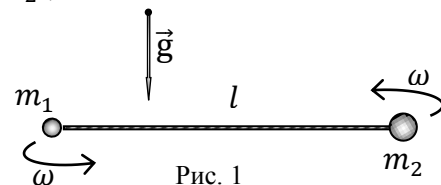


Рис. 1

1.2 «Три шарика на нити» Усложним задачу и добавим к середине нити длиной l третий небольшой шарик массой m_3 (Рис. 2). При вращении такой системы на горизонтальной плоскости оказалось, что модуль силы натяжения легкой нити у первого шарика равен T_1 , а у второго, соответственно, T_2 . Найдите массу m_3 третьего шарика и угловую скорость ω вращения системы, считая массы шариков m_1 и m_2 известными.

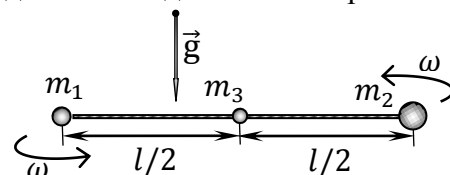


Рис. 2

1.3 «Космическое вращение» Космическая станция состоит из двух отсеков массами m_1 и m_2 , соединенных длинным однородным тросом длины l . Станция вращается вокруг оси, перпендикулярной тросу, при этом модуль силы натяжения троса вблизи одного отсека равен T , а вблизи другого $T + \Delta T$ ($\Delta T \ll T$). Найдите массу соединительного троса m_T и угловую скорость $\omega_{\text{КС}}$ вращения космической станции.

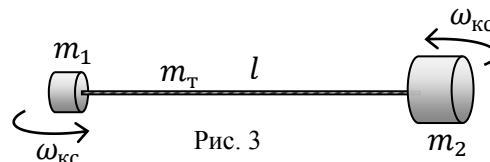


Рис. 3

Лист ответов. Задание 10-1. Лихо закручено

1.1 Сила натяжения нити T_1 :

Сила натяжения нити T_2 :

1.2 Масса m_3 шарика:

Угловая скорость ω системы:

1.3 Масса соединительного троса m_T :

Угловая скорость $\omega_{кс}$:

Задание 10-2. Годограф

Годографом вектора называется кривая, представляющая собой множество концов переменного со временем вектора $\vec{r}(t)$, начало которого (Рис. 1) для всех t есть фиксированная точка O («Математический энциклопедический словарь»). Иными словами годограф вектора представляет собой множество точек, по которым «движется» конец данного вектора со временем, если положение его начала зафиксировать в некоторой точке O .

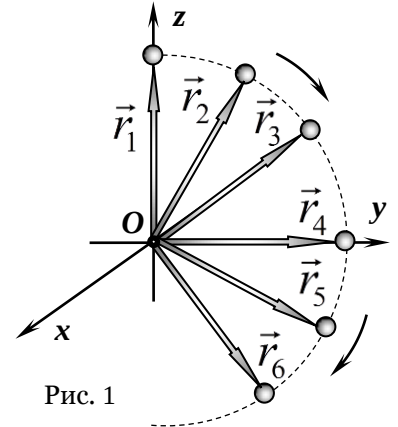


Рис. 1

Справедливости ради отметим, что школьники косвенно знакомы с данным понятием, поскольку годографом радиус-вектора $\vec{r}_i(t)$ ($1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$) движущейся материальной точки является ... её траектория, отмеченная на рисунке 1 пунктирной линией. Годограф вектора наглядно представляет его эволюцию с течением времени, а также используется при различных расчетах.

Часть 1. Вычисление полного ускорения

1.1 Небольшой массивный шарик, подвешенный на легкой нерастяжимой нити, отклонили так, что нить стала горизонтальна и аккуратно отпустили без натяжения нити (рис. 2). При движении шарик будет приобретать как центростремительное (нормальное) ускорение $\vec{a}_n$, направленное вдоль нити, так и касательное (тангенциальное) $\vec{a}_\tau$ ускорение, направленное перпендикулярно нити (см. рис. 2). Сумма $\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau$ называется *полным* ускорением тела. Найдите зависимости модулей ускорений $\vec{a}_n$ и $\vec{a}_\tau$ от угла α , образованного нитью с вертикалью. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения $\vec{g}$.

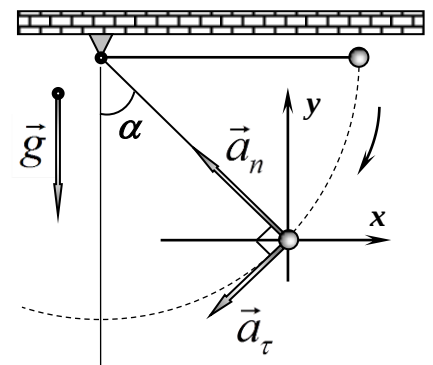


Рис. 2

1.2 Найдите зависимость $a(\alpha)$ модуля полного ускорения $\vec{a}$ шарика от угла α в процессе движения до нижней точки траектории.

1.3 Поскольку вектор полного ускорения шарика поворачивается со временем, то в некоторый момент он будет горизонтален. Найдите полное ускорение шарика a_1 и угол α_1 между нитью и вертикалью в этот момент времени.

Часть 2. Построение годографа полного ускорения шарика

2.1 Найдите зависимости проекций a_x и a_y полного ускорения шарика от угла α в стандартной (декартовой) системе координат. Выразите их в безразмерных единицах $a_x^* = a_x / g$ и $a_y^* = a_y / g$.

2.2 Чему равен модуль максимального горизонтального ускорения $a_{x \max}$ шарика в процессе движения до нижней точки траектории? Максимального вертикального ускорения $a_{y \max}$?

2.3 Разбейте прямой угол α на интервалы по $\Delta\alpha = 5^\circ$ градусов и вычислите проекции ускорений a_x^* и a_y^* для точек в диапазоне $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$. Результаты вычислений занесите в Таблицу 1 (см. ниже).

2.4 Пользуясь Таблицей 1, постройте на выданном бланке годограф полного ускорения шарика при его движении до нижней точки траектории.

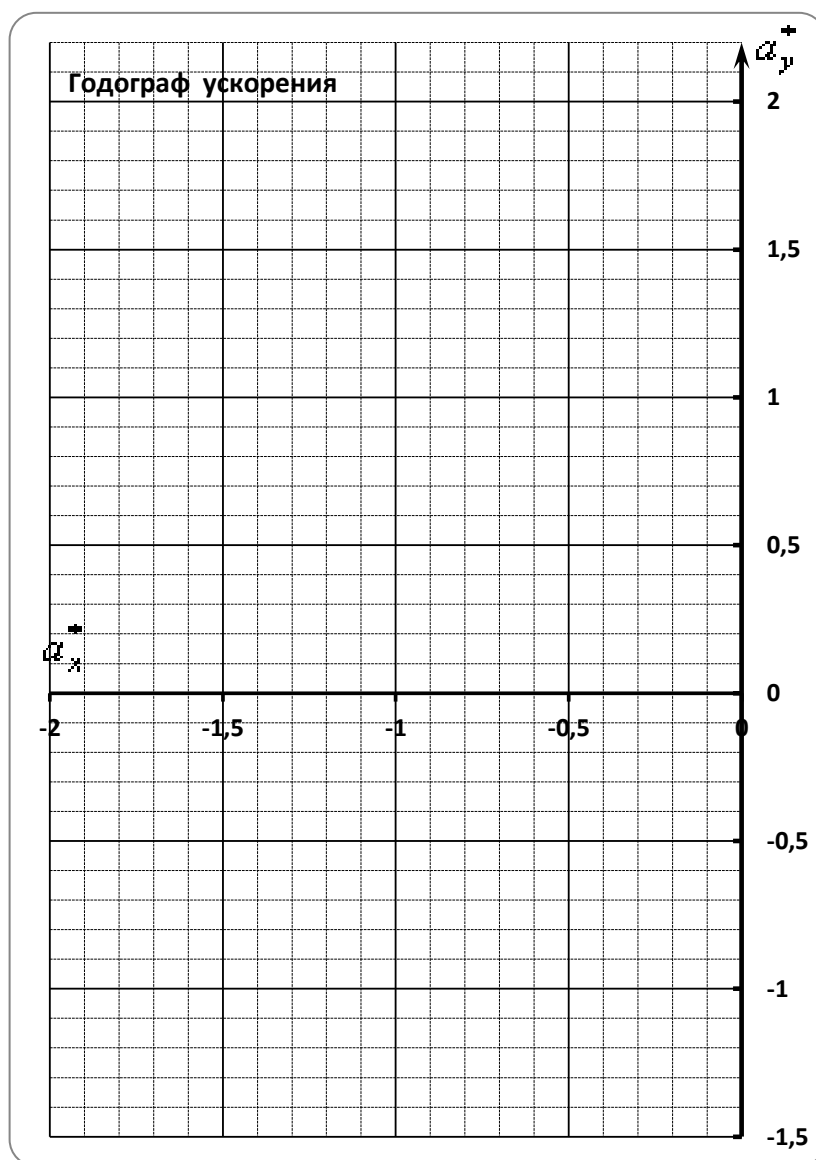
2.5 Проанализируйте построенный годограф, отметьте его существенные особенности и попытайтесь описать их математически (например, получить уравнение, описывающее полученную кривую).

Лист ответов. Задание 10-2. Годограф

Таблица 1. Вычисление a_x^* и a_y^* .

Угол	a_x^*	a_y^*
90°		
85°		
80°		
75°		
70°		
65°		
60°		
55°		
50°		
45°		
40°		
35°		
30°		
25°		
20°		
15°		
10°		
5°		
0°		

Бланк для построения годографа ускорения шарика по Таблице 1.



Лист ответов. Задание 10-2. Годограф

1.1 $\vec{a}_n$ от угла α :

$\vec{a}_\tau$ от угла α :

1.2 Зависимость модуля полного ускорения $a(\alpha)$:

1.3 a_1 :

α_1 :

2.1 Зависимость проекции a_x полного ускорения шарика от угла α :

Зависимость проекции a_y полного ускорения шарика от угла α

2.2 $a_{x \max}$:

$a_{y \max}$:

2.3 Заполните Таблицу 1. (См. выше)

2.4 Постройте годограф ускорения на Бланке (См. выше)

2.5 Анализ построенного годографа

Задание 10-3. Не хуже Карно ..?

Двигатели внутреннего сгорания (ДВС), работающие по различным термодинамическим циклам, успешно работают в современном мире. Миллионы машин используют как бензиновые, так и дизельные ДВС, а доля электромобилей на мировом рынке в настоящий момент крайне невелика – около 2 %.



Рис. 1

При создании ДВС в середине XIX века перед инженерами и конструкторами встал важный прикладной (и научный!) вопрос: а какой тепловой двигатель имеет максимальный термодинамический КПД, т.е. является идеальной тепловой машиной?

Заметим, что цикл Отто (бензиновый двигатель) и цикл Дизеля (дизельный двигатель) не являются идеальными тепловыми циклами, хотя автомобили, работающие по этим циклам, и составляют львиную долю современного производства.

Идеальная тепловая машина была описана в 1824 г. французским физиком и инженером Сади Карно (Рис. 1) в работе «Размышления о движущей силе огня и о машинах, способных развивать эту силу».

Идеальный цикл Карно (Рис. 2), состоящий из двух изотерм и двух адиабат, сегодня известен каждому школьнику.

В данном задании мы немного «пофантазируем» и предложим свой цикл, который также использует элементы знаменитого цикла Карно.

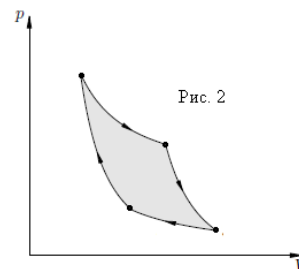


Рис. 2

Справочные данные и параметры рассматриваемой системы: если $a^n b^m = \text{const}$, то при малых Δa и Δb ($\Delta a \ll a$, $\Delta b \ll b$) справедливо равенство: $n \frac{\Delta a}{a} + m \frac{\Delta b}{b} = 0$ (справедливо также и обратное утверждение); молярная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$.

Часть 1. Адиабатный процесс

Термодинамический процесс, проводимый без теплообмена ($Q = 0$) с окружающей средой (т.е. в теплоизолированной системе), называется *адиабатным* процессом. Адиабатными являются многие быстропротекающие процессы (взрыв, быстрое расширение (сжатие) газа, распространение звуковой волны), процесс подъема теплого воздуха с поверхности земли с последующим охлаждением, конденсацией пара и образованием облаков и т.д.

1.1 Теплоёмкость c^M идеального газа, взятого в количестве $\nu = 1$ моль ($m = M$), называется молярной теплоёмкостью. Найдите молярную теплоёмкость c_V^M идеального одноатомного газа при изохорном процессе, т.е. при постоянном объёме ($V = \text{const}$). Запишите формулу для внутренней энергии U идеального одноатомного газа через c_V^M и в дальнейшем используйте её для любого идеального газа.

1.2 Выразите молярную теплоёмкость идеального газа c_p^M при постоянном давлении ($p = \text{const}$), т.е. при изобарном процессе, через c_V^M .

1.3 Получите уравнение адиабатного процесса для произвольного идеального газа в переменных (T, V) с показателем адиабаты $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$.

1.4 В полученном уравнении сделайте замену переменных и запишите уравнение адиабатного процесса (уравнение Пуассона) для произвольного идеального газа в «традиционном» виде, т.е. в переменных (p, V) .

1.5 Схематически изобразите на одной (p, V) – диаграмме ход адиабаты и изотермы идеального газа. Кратко охарактеризуйте особенности построенных графиков.

Часть 2. Цикл с адиабатой

С идеальным одноатомным газом провели циклический процесс $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ (Рис. 3), состоящий из изобары $A \rightarrow B$, изохоры $B \rightarrow C$ и адиабаты $C \rightarrow A$.

2.1 Укажите участки цикла, на которых работал нагреватель, т.е. газ получал теплоту от внешнего источника. Найдите количество теплоты Q_1 , переданное рабочему телу от нагревателя в данном цикле.

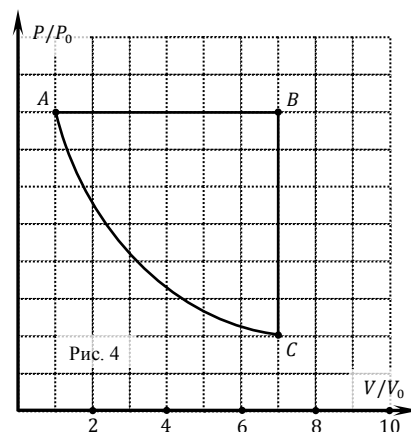
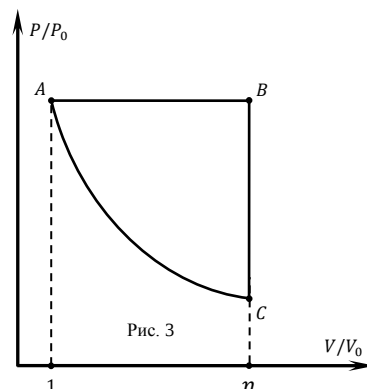
2.2 Используя ранее полученные результаты, найдите давление p_C газа в состоянии C .

2.3 Укажите участки цикла, на которых работал холодильник, т.е. газ отдавал теплоту внешнему источнику. Найдите количество теплоты Q_2 , отданное рабочим телом холодильнику в данном цикле.

2.4 Выведите формулу для термодинамического КПД η данного цикла. Как значение η зависит от параметров V_A и p_A термодинамической системы в начальном состоянии? Как, по вашему мнению, это можно объяснить?

2.5 Чему равен максимально возможный термодинамический КПД η_{max} описанного цикла?

2.6 На Рис. 4 изображен подобный процесс в безразмерных (относительных) координатах объёма и давления $(V/V_0; p/p_0)$, где V_0 и p_0 – некоторые неизвестные размерные масштабные множители. Вычислите термодинамический КПД η_1 цикла, изображенного на Рис. 4.



Лист ответов. Задание 10-3. Не хуже Карно

1.1 Формула для внутренней энергии U идеального одноатомного газа через c_V^M :

1.2 Молярная теплоемкость идеального газа c_p^M :

1.3 Уравнение адиабатного процесса для произвольного идеального газа в переменных (T, V) с показателем адиабаты $\gamma = \frac{c_p^M}{c_V^M}$:

1.4 Уравнение адиабатного процесса для любого идеального газа в переменных (p, V) :

1.5 Схематическая диаграмма адиабаты и изотермы:



2.1 Количество теплоты Q_1 :

2.2 Давление p_c :

2.3 Участки цикла, на которых работал холодильник:

Количество теплоты Q_2 :

2.4 Формула для термодинамического КПД η :

Как значение η зависит от параметров V_A и p_A ?

2.5 η_{max} :

2.6 η_1 :



Республиканская физическая олимпиада 2024 года (III этап)

Теоретический тур

11 класс.

Внимание! Прочтите это в первую очередь!

1. Полный комплект состоит из трех заданий. Для вашего удобства вопросы, на которые Вам необходимо ответить, помещены в рамки.

2. Каждое задание включает условие задания и Листы ответов. Для решения задач используйте рабочие листы. Часть из них используйте в качестве черновиков. После окончания работы черновые листы перечеркните.

В чистовых рабочих листах приведите решения задач (рисунки, исходные уравнения, математические преобразования, графики, окончательные результаты). Жюри будет проверять чистовые рабочие листы. Кроме того, каждое задание включает Листы ответов. В соответствующие графы Листов ответов занесите окончательные требуемые ответы. Для построения графиков, которые требуется по условию задачи, в Листах ответов подготовлены соответствующие бланки. Графики стройте на этих бланках. Дублировать их в рабочих листах не требуется.

3. При оформлении работы каждое задание начинайте с новой страницы. При недостатке бумаги обращайтесь к организаторам!

4. Подписывать рабочие листы запрещается.

5. В ходе работы можете использовать ручки, карандаши, чертежные принадлежности, инженерный калькулятор.

6. Со всеми вопросами, связанными с условиями задач, обращайтесь к организаторам олимпиады.



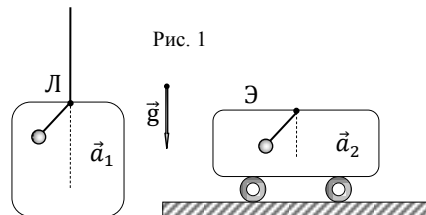
Пакет заданий содержит:

- титульный лист (1 стр.);
- условия 3 теоретических заданий с Листами ответов (8 стр.).

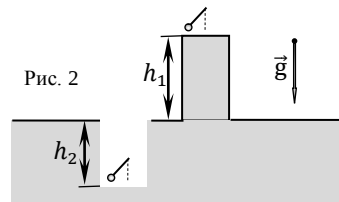
Задание 11-1. Гармоническая разминка

Справочные данные и параметры рассматриваемых систем: сопротивлением воздуха пренебречь, ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $\pi = 3,14$, при малых x ($x \rightarrow 0$) справедливы приближенные формулы: $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$, $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$.

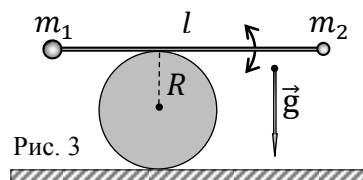
1.1 «Разгон маятника» Известно, что период колебаний математического маятника, подвешенного в лифте Л (Рис. 1), движущемся с ускорением $a_1 = 1,5 \text{ м/с}^2$, и в электричке Э, движущейся с некоторым ускорением a_2 , один и тот же. Куда едет лифт? Чему равно ускорение a_2 электрички?



1.2 «Маятник в шахте» Известно, что на горе высотой $h_1 = 1,0 \text{ км}$ маятниковые часы (Рис. 2) начинают отставать на промежуток времени $\tau = 14 \text{ с}$ в сутки. На какую глубину h_2 необходимо опустить эти часы в шахту (см. Рис. 2), чтобы они шли также, как и на горе?



1.3 «Непостоянная планка» Небольшие шарики массами m_1 и m_2 закреплены на концах лёгкой жесткой тонкой планки длиной l . Планка с шариками покоится на поверхности неподвижного шероховатого горизонтального цилиндра радиусом R (Рис. 3). В положении равновесия планка горизонтальна и перпендикулярна оси цилиндра (на Рис. 3 показан вид со стороны торца цилиндра). Планку, приподнимая один из шариков, поворачивают на малый угол, так, что она движется по цилиндру без проскальзывания, и отпускают. После этого в системе начинаются колебания, в процессе которых планка движется в плоскости рисунка по поверхности цилиндра также без проскальзывания. Найдите период T малых колебаний планки с шариками.



Лист ответов. Задание 11-1. Гармоническая разминка

1.1 Куда едет лифт?:

Ускорение a_2 электрички:

1.2 Глубина h_2 :

1.3 Формула для периода T малых колебаний планки:

Задание 11-2. Миг невесомости

Рассмотрим механическую систему, образованную из тонкого гладкого проволочного кольца массой M , стоящего на горизонтальной плоскости (Рис. 1), и двух небольших одинаковых бусинок массой m каждая, насаженных на него. Бусинки могут скользить по кольцу без трения.

В начальный момент времени бусинки находятся вблизи верхней точки кольца (см. Рис. 1), а затем их одновременно отпускают без начальной скорости. Далее бусинки симметрично скользят по кольцу без трения, не опрокидывая его, разъезжаются, удаляясь друг от друга, и одновременно съезжаются в нижней точке кольца.

Будем характеризовать положение каждой бусинки на кольце углом α , образуемым текущим радиусом кольца с вертикалью (Рис. 2). Угол α измеряется в радианах (рад) и при скольжении каждой бусинки изменяется в пределах $0 \leq \alpha \leq \pi$.

Динамометр G , вмонтированный в горизонтальную плоскость под кольцом (см. Рис. 2), измеряет зависимость веса $P(\alpha)$ всей механической системы от угла α при скольжении бусинок по кольцу.

Сопротивлением воздуха при движении бусинок пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Часть 1. Общая теория

В первой части задачи Вам необходимо вывести формулы для расчёта различных физических параметров системы (силы реакции $\vec{N}$ кольца (Рис. 3), её вертикальной проекции N_y , и т.д.) от угла α .

1.1 Получите зависимость модуля силы реакции кольца $N(\alpha) = |\vec{N}(\alpha)|$, действующей на бусинку, от угла α .

1.2 Найдите угол α_1 при котором сила реакции кольца $N(\alpha)$, становится равной нулю, т.е. бусинка не давит на кольцо.

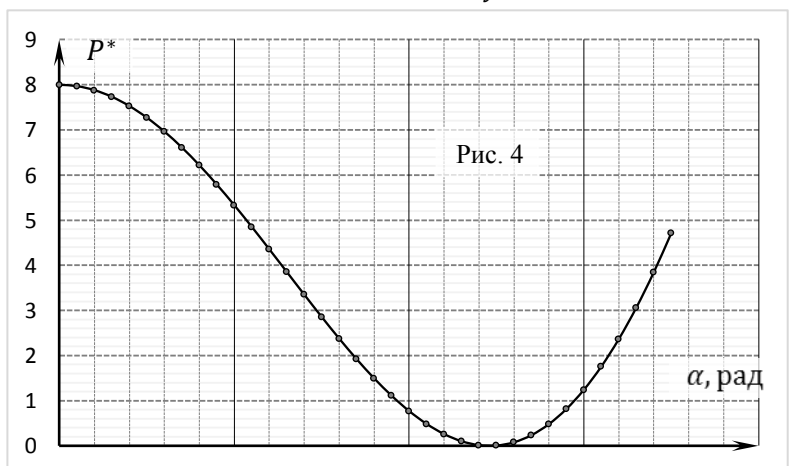
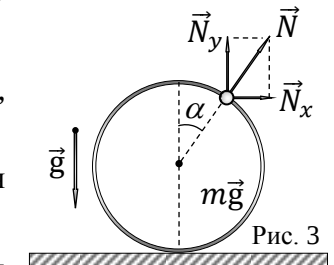
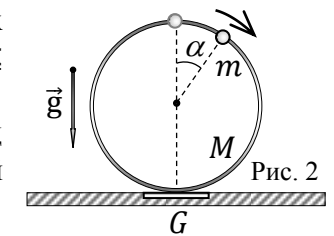
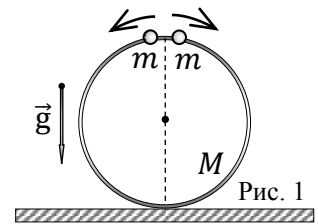
1.3 Разложите силу реакции $\vec{N}$ кольца на вертикальный и горизонтальный компоненты вдоль стандартных (декартовых осей) $\vec{N} = \vec{N}_y + \vec{N}_x$. Найдите зависимость вертикальной проекции $N_y(\alpha)$ силы реакции кольца от угла α .

1.4 Введём понятие приведенной вертикальной проекции N_y^* силы реакции кольца, как функции $N_y^*(\alpha) = N_y(\alpha)/mg$. На выданном бланке постройте график зависимости $N_y^*(\alpha)$ в интервале $0 \leq \alpha \leq \pi$ с шагом по углу $h = 0,05 \text{ рад}$.

1.5 Выделите характерные этапы и точки построенного графика $N_y^*(\alpha)$ и кратко их прокомментируйте с физической точки зрения.

Часть 2. Работа с графиком

Во второй части задачи Вам предстоит самое сложное – применить формулы, выведенные в первой части задачи, для «расшифровки» графика, полученного с использованием встроенного динамометра G



(см. Рис. 2) при движении бусинок.

На графике (Рис. 4) представлена зависимость приведенного веса $P^*(\alpha) = P(\alpha)/m_0g$ всей механической системы от угла α в некотором диапазоне, где постоянная $m_0 = 10$ г. При этом шкала делений по оси абсцисс отсутствует.

2.1 Используя данные графика (см. Рис. 4), найдите массы бусинки m и кольца M .

2.2 Вычислите максимальный вес P_{max} системы в процессе движения бусинок. При каком значении угла α_5 он достигается?

2.3 Восстановите численные значения по оси абсцисс.

Лист ответов. Задание 11-2. Миг невесомости

1.1 Зависимость модуля силы реакции кольца $N(\alpha) = |\vec{N}(\alpha)|$:

1.2 Угол α_1 :

1.3 Зависимость вертикальной проекции $N_y(\alpha)$:

1.4 См. график на бланке в конце Листа ответов

1.5 Характерные этапы и точки построенного графика $N_y^*(\alpha)$ и их краткий комментарий:

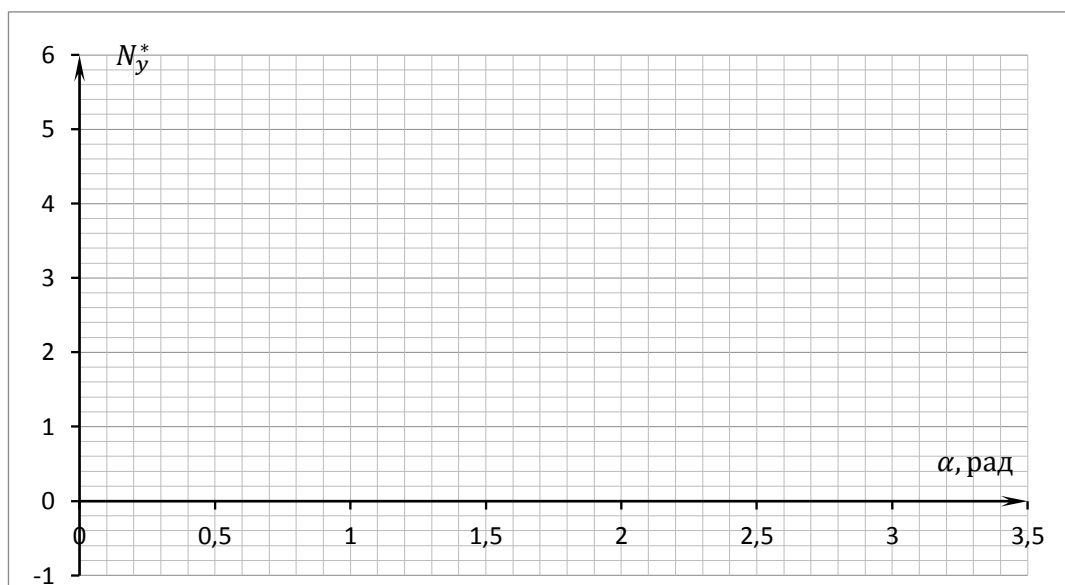
2.1 Массы бусинки m :

Масса кольца M :

2.2 Максимальный вес P_{max} :

2.3 Восстановленные численные значения по оси абсцисс:

График зависимости $N_y^*(\alpha)$ (п. 1.4)



Задание 11-3. Прогрессивная электростатика

В современной физике широко распространены различные векторные методы решения прикладных задач. Наглядность и простота векторной алгебры, векторных диаграмм позволяют эффективно и эффективно справляться с задачами различной степени сложности.

В качестве примера рассмотрим электростатическую систему из n одинаковых маленьких положительно заряженных шариков, расположенных в вакууме в вершинах правильного n – угольника (Рис. 1).

Расстояние от центра O правильного многоугольника до любой из его вершин равно R .

Угол α между соседними радиусами, проведенными из точки O к любым соседним вершинам правильного n – угольника, обозначим через α (см. Рис. 1).

Величины электрических зарядов (q_i) шариков занумеруем по часовой стрелке в том же порядке, что и шарики ($q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$) (см. Рис. 1).

Далее будем рассматривать различные варианты прогрессий, которые образуют электрические заряды (q_i) шариков и напряженности $\vec{E}_i$ электростатических полей, создаваемых ими в центре O правильного многоугольника.

Справочные данные и параметры рассматриваемой системы: электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м, $R = 1,52$ м, $q_0 = 151$ нКл, $\pi = 3,14$.

Часть 1. Арифметическая электростатика

1.1 Пусть в вершинах правильного n – угольника находятся одинаковые заряды q_0 , т.е. все $q_i = q_0$. Методом «мысленного поворота» найдите напряженность $\vec{E}_1$ электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре O правильного многоугольника.

1.2 Пусть теперь электрические заряды шариков ($q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$) образуют арифметическую прогрессию с первым членом $a_1 = q_1 = q_0$ и разностью $d = q_0$ (Рис. 2). Получите формулу для напряженности $\vec{E}_2$ электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре O правильного многоугольника.

1.3 Вычислите $\vec{E}_2$ для правильного многоугольника, у которого вектор $\vec{E}_2$ «нацелен» на третью вершину, в которой находится заряд $3q_0$.

Часть 2. Геометрическая электростатика

В этой части задачи величины электрических зарядов ($q_1; q_2; q_3; \dots; q_{n-1}; q_n$) шариков в вершинах правильного n – угольника образуют геометрическую прогрессию (Рис. 3) с первым членом $b_1 = q_1 = q_0$ и знаменателем $q = 2$.

2.1 Найдите напряженность $\vec{E}_0$ электростатического поля, создаваемого первым (наименьшим) зарядом $q_1 = q_0$ в центре O правильного многоугольника.

2.2 Выведите формулу для напряженности $\vec{E}_3$ электростатического поля, создаваемого всеми зарядами, в центре O правильного многоугольника.

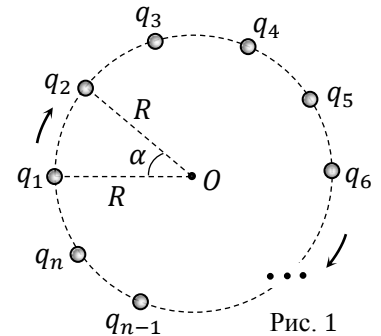


Рис. 1

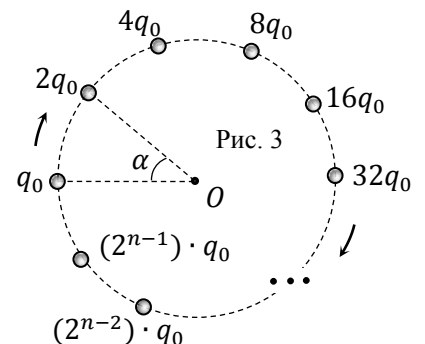
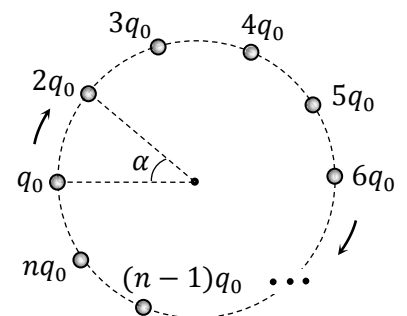


Рис. 3

2.3 Вычислите $\vec{E}_3$ для правильного многоугольника, у которого вектор $\vec{E}_3$ перпендикулярен вектору $\vec{E}_0$.

Лист ответов. Задание 11-3. Прогрессивная электростатика

1.1 Напряженность $\vec{E}_1$:

1.2 Формула для напряженности $\vec{E}_2$:

1.3 $\vec{E}_2$ для правильного многоугольника, у которого вектор $\vec{E}_2$ «нацелен» на третью вершину:

2.1 Напряженность $\vec{E}_0$:

2.2 Напряженность $\vec{E}_3$:

2.3 $\vec{E}_3$ для правильного многоугольника, у которого вектор $\vec{E}_3$ перпендикулярен вектору $\vec{E}_0$: