

**Решения на задачите от
Националното пролетно състезание по физика,
Велико Търново, март, 2004 г.**

9. клас

Задача 1.

а) общото съпротивление на веригата е равно на :

$$R = R_1 + R_2 \cdot R_x / (R_2 + R_x) = (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_x) / (R_2 + R_x) \text{ [1т].}$$

б) токът I , който тече през източника е равен на:

$$I = E/R = E \cdot (R_2 + R_x) / (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_x) \text{ [1т].}$$

в) Нека напрежението върху съпротивлението R_2 е U_2 . То е равно на:

$$U_2 = E - I \cdot R_1 = E - E \cdot R_1 \cdot (R_2 + R_x) / (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_x) = \\ = E \cdot R_2 \cdot R_x / (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_x) \text{ [2т].}$$

г) отделеното количество топлина за единица време P , което се отделя от съпротивлението R_2 , ако $R_1 = R_2 = r$, е:

$$P = U_2^2 / R_2 = E^2 \cdot R_x^2 / R_2 \cdot (R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_x + R_2 \cdot R_x)^2 = E^2 \cdot r \cdot R_x^2 / (r^2 + r \cdot R_x + r \cdot R_x)^2 = \\ = E^2 / r \cdot (r/R_x + 2)^2 \text{ [2т].}$$

д) отделеното количество топлина за единица време P , което се отделя от съпротивлението R_2 , ще е максимално ($P = P_{\text{max}}$), при $R_1 = R_2 = R_3 = r$, когато знаменателят на получения израз в подусловие г) е минимален. Това е изпълнено, когато $R_x = R_3 = r$. Следователно $P_{\text{max}} = E^2 / 9r \text{ [2т].}$

е) отделеното количество топлина за единица време P , което се отделя от съпротивлението

$$R_2, \text{ ще е равно на една девета от } P_{\text{max}} \text{ (} P = \frac{1}{9} P_{\text{max}} \text{), при } R_1 = R_2 = R_3 = r, \text{ когато } E^2 / r \cdot (r/R_x + 2)^2 =$$

$E^2 / 81r$. След съкращаване се получава

$$(r/R_x + 2)^2 = 81. \text{ След коренуване се получава } (r/R_x + 2) = 9 \text{ и } R_x = r/7 \text{ [2т].}$$

Задача 2.

а) Вентилът ще се отпуси, когато налягането на въздуха от двете страни на вентила се изравни. Началното налягане на въздуха в гумата е $p_0 = 1,5 \text{ atm} + 1 \text{ atm} = 2,5 \text{ atm}$. Началното налягане на въздуха в помпата е $p_b = 1 \text{ atm}$. За да се повиши налягането на въздуха в помпата, обемът му трябва да се намали. Използвайки закона за изотермен процес

$$p_b \cdot S \cdot h = p_0 \cdot S \cdot (h - h_1). \text{ Опростирайки израза, се получава } h_1 = h \cdot (p_0 - p_b) / p_0 \text{ [1т].}$$

$$\text{Замествайки с дадените стойности, се получава } h_1 = 60 \text{ cm} \cdot (2,5 \text{ atm} - 1 \text{ atm}) / 2,5 \text{ atm} = \\ = 36 \text{ cm [1т].}$$

б) След като се отпуси вентила, въздухът в гумата и помпата вече е един газ с начално налягане p_0 и начален обем $(R_2^2 - R_1^2) \cdot a + d^2 \cdot (h - h_1) / 4$. При пълен ход на буталото в помпата, въздухът ще се свие до обема на гумата $(R_2^2 - R_1^2) \cdot h$. Повишаването на налягането му ще се дава от закона за изотермен процес

$$p_0 \cdot [(R_2^2 - R_1^2) \cdot a + d^2 \cdot (h - h_1) / 4] = (p_0 + p) \cdot (R_2^2 - R_1^2) \cdot a \text{ Опростирайки получения израз и}$$

$$\text{замествайки } h_1 \text{ с полученото в подусловие а), се получава}$$

$$p = p_b \cdot d^2 \cdot h / 4 \cdot a \cdot (R_2^2 - R_1^2). \text{ [1т].}$$

Нарастването на налягането в гумата не зависи от налягането в гумата, следователно всяко едно напompване ще повишава налягането в гумата с една и съща стойност. Замествайки с дадените стойности, се получава

$$p = 1 \text{ atm} \cdot (5 \text{ cm})^2 \cdot 60 \text{ cm} / 4 \cdot 20 \text{ cm} \cdot [(35 \text{ cm})^2 - (20 \text{ cm})^2] = 0.0227 \text{ atm [1т].}$$

в) за да се повиши налягането в гумата до показания на манометъра 2 atm , налягането в гумата трябва да стане $p_1 = 2 \text{ atm} + 1 \text{ atm} = 3 \text{ atm}$. Началното налягане е било $p_0 = 2,5 \text{ atm}$, следователно промяната на налягането е $p_1 - p_0$. Тъй като всяко едно движение на буталото повишава налягането в гумата с една и съща стойност p , то ще са необходими N пълни движения на буталото, където

$$N = (p_1 - p_0) / p = (p_1 - p_0) \cdot 4a \cdot (R_2^2 - R_1^2) / p_b \cdot d^2 \cdot h \text{ [2т].}$$

Замествайки с дадените стойности се получава за N

$$N = (3 \text{ atm} - 2,5 \text{ atm}) / 0.0227 \text{ atm} = 22.03 \sim 22 \text{ [2т].}$$

$p_0 = 3 \text{ atm}$ и температура $T_0 = 270 \text{ K}$. След затоплянето на времето, температурата на въздуха се повишава до $T_2 = 290 \text{ K}$, като обемът на гумата не се променя. След като се използва законът за изохорен процес $p_0/T_0 = p_2/T_2$, за крайното налягане p_2 се получава:

$$p_2 = p_0 \cdot T_2 / T_0 \text{ [1т]}.$$

Замествайки с дадените стойности се получава $p_2 = 3 \text{ atm} \cdot 290 \text{ K} / 270 \text{ K} = 3,22 \text{ atm}$. Следователно, манометърът ще показва $2,22 \text{ atm}$ [1т].

Задача 3.

а) Масата на спиртомера m се определя от равенството на силите, които му действат: силата на тежестта на спиртомера и Архимедовата сила. $m \cdot g = \rho_0 \cdot S \cdot (L - h_0) \cdot g$,

$$m = \rho_0 \cdot S \cdot (L - h_0) \text{ [1т]}.$$

Замествайки с дадените стойности за масата се получава

$$m = 1 (\text{g/cm}^3) \cdot 0,5 \text{ cm}^2 \cdot (20 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) = 7,5 \text{ g} \text{ [1т]}.$$

б) Плътноста на чистия спирт ρ_c може да се намери от същото равенство на двете сили, този път приложено при потапяне в чист спирт: $m \cdot g = \rho_c \cdot S \cdot (L - h_c) \cdot g$. Приравнявайки десните страни на двете равенства се получава $\rho_0 \cdot S \cdot (L - h_0) \cdot g = \rho_c \cdot S \cdot (L - h_c) \cdot g$. Следователно $\rho_c = \rho_0 \cdot (L - h_0) / (L - h_c)$ [1т].

Замествайки с дадените стойности за плътността на чистия спирт се получава

$$\rho_c = 1 (\text{g/cm}^3) \cdot (20 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) / (20 \text{ cm} - 0,8 \text{ cm}) = 0,781 \text{ g/cm}^3 \text{ [1т]}.$$

в) Когато спиртомерът се потопи в $x\%$ спиртен разтвор, от равенството на двете действащи сили следва: $m \cdot g = \rho_x \cdot S \cdot (L - h_x) \cdot g$. Пак приравнявайки десните страни на това равенство и равенството в случая на потапяне в чиста вода, се получава

$\rho_0 \cdot S \cdot (L - h_0) \cdot g = \rho_x \cdot S \cdot (L - h_x) \cdot g$. Следователно, $h_x = L - (L - h_0) \cdot \rho_0 / \rho_x$. Плътноста на $x\%$ спиртен разтвор се изразява чрез плътностите на чистата вода и чистия спирт по следния начин: ако смесим x обема чист спирт и $1-x$ обема чиста вода полученият разтвор ще има маса равна на $m = \rho_x \cdot V = m_0 + m_c = \rho_0 \cdot (1-x)V + \rho_c \cdot x \cdot V$, следователно $\rho_x = \rho_0 \cdot (1-x) + \rho_c \cdot x$. Замествайки в горния израз, се получава $h_x = L - (L - h_0) \cdot \rho_0 / [\rho_0 \cdot (1-x) + \rho_c \cdot x]$ [4т].

г) Тъй като плътността на захарта е по-голяма от плътността на водата, то спиртен разтвор с концентрация $x\%$, съдържащ захар, ще има по-голяма плътност в сравнение със спиртен разтвор със същата концентрация, но без захар. Тъй като спиртомерът всъщност мери плътност, той ще показва занижена спиртна концентрация. [2т].