

Национално състезание по физика, 24 март 2001, Пловдив
Тема за 10 и 11 клас

1 зад.

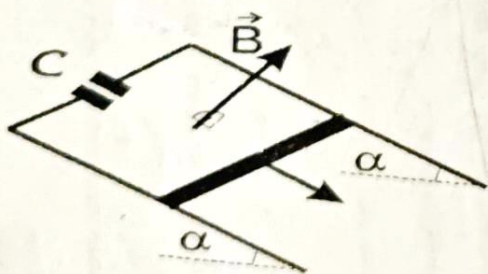
По две гладки медни шини, сключващи ъгъл α с хоризонта, се хлъзга под действие на силата на тежестта меден проводник с маса m . Шините са свързани посредством кондензатор с капацитет C . Разстоянието между шините е ℓ . Системата се намира в еднородно магнитно поле с индукция $\vec{B}$, перпендикулярна към плоскостта, в която се намира проводника (фиг.1). Съпротивления на шините, проводника и свързващите контакти, а също и самоиндукцията на контура са пренебрежимо малки. Намерете ускорението на проводника. (30 т.)

2 зад.

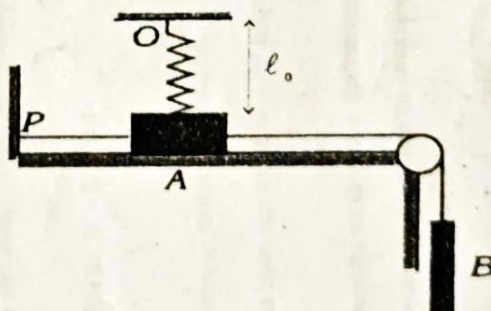
На гладка хоризонтална равнина лежи малко трупче A , съединено с нишка с точка P (фиг.2) и посредством безтегловна макара - с тялото B , което има същата маса, както и трупчето. Освен това трупчето е съединено и с точка O посредством безтегловна недеформирана пружина с дължина $\ell_0 = 50\text{ cm}$ и коефициент на еластичност $k = \frac{5mg}{\ell_0}$, където m е масата на трупчето. Нишката PA се прегаря и трупчето започва да се движи. Намерете скоростта му в момента, когато то се откъсва от равнината. Силите на триене се пренебрегнат. (35 т.)

3 зад.

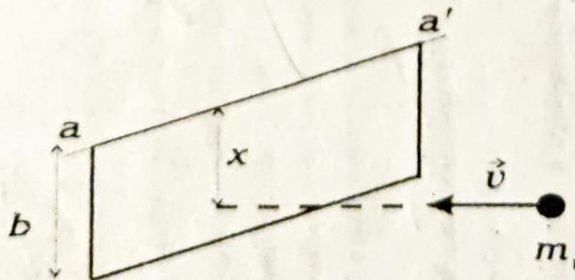
Тънка правоъгълна пластинка може свободно да се върти около хоризонтална ос aa' , съвпадаща с една от страните ѝ. Дължината на страната $b = 0.6\text{ m}$. В точка, намираща се на разстояние $x = 0.5\text{ m}$ от оста на въртене, попада куршум с маса $m_1 = 10\text{ g}$, летящ хоризонтално, перпендикулярно на пластинката със скорост $v = 200\text{ m/s}$. Масата на пластинката е $m_2 = 8\text{ kg}$. Каква ъглова скорост ще придобие пластинката, ако ударът е абсолютно еластичен? При каква стойност на x в момента на удара не възниква хоризонтална сила на реакция на оста? Инерчният момент на пластинката спрямо оста aa' е $J = \frac{m_2 b^2}{3}$. (35 т.)



фиг.1



фиг.2



фиг.3

E_1 е енергията в началния момент (състояние 1), а E_2 е енергията в момента, когато тялото А се отделя от равнината (състояние 2).

В състояние 1 системата притежава изцяло потенциална енергия, определена от взаимодействието на тялото В със Земята: ---

$$E_1 = E_p = mgx \quad (3т.)$$

В състояние 2 енергията е сума от кинетичната енергия на телата А и В и потенциалната енергия на пружината $\frac{k\Delta\ell^2}{2}$ (2т.)

$$E_2 = 2E_k + \frac{k\Delta\ell^2}{2} = 2\frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta\ell^2}{2} \quad (3т.)$$

$$x = \ell_0 \operatorname{tg} \varphi \quad (1т.)$$

$$\frac{3}{4} mg\ell_0 = mv^2 + \frac{5}{2} mg\ell_0 \frac{\left(1 - \frac{4}{5}\right)^2}{\left(\frac{4}{5}\right)^2} \quad (1т.)$$

$$v = \sqrt{\frac{19}{32} \ell_0 g} \quad (1т.)$$

$$v = 17 \text{ m/s} \quad (1т.)$$

3 зад.

Разглеждаме системата пластинка - куршум. Външни за тази система се явяват силата на тежестта и реакцията на опората. Следователно импулсът на системата се изменя и $\Delta \vec{p}_\perp = \langle \vec{F} \rangle \Delta t$ (3т.), където $\Delta \vec{p}_\perp$ е хоризонталната компонента на изменението на импулса, а $\langle \vec{F} \rangle$ е средната стойност на хоризонталната съставляваща на реакцията на опората.

Тъй като и двете сили нямат въртящ момент спрямо оста на въртене, е в сила закона за запазване момента на импулса: $\vec{L}_1 = \vec{L}_2$ (3т.).

Преди взаимодействието на куршума с пластинката, моментът на импулса $\vec{L}_1$ се обуславя единствено от движението на куршума: $|\vec{L}_1| = m_1 v \sin \alpha = m_1 v x$ (3т.).

След удара моментът на импулса е: $|\vec{L}_2| = J\omega - m_1 u x \sin \alpha = J\omega - m_1 u x$ (3т.), където u е скоростта на куршума след удара.

$$* m_1 v x = J\omega - m_1 u x \Rightarrow u = \frac{J\omega}{m_1 x} - v \quad (1т.).$$

Тъй като ударът между пластинката и куршума е абсолютно еластичен, е в сила закона за запазване на енергията: $E_1 = E_2$ (2т.).

$$E_1 = \frac{m_1 v^2}{2} \quad (2т.).$$

$$E_2 = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{m_1 u^2}{2} \quad (2т.).$$

$$** \frac{m_1 v^2}{2} = \frac{J\omega^2}{2} + \frac{m_1 u^2}{2} \quad (1т.).$$

От зависимости * и **

$$\omega = \frac{6m_1 v x}{m_2 b^2} \quad (1т.).$$

$$\omega = 2 \text{ rad/s} \quad (1т.).$$

В случая, когато хоризонталната съставляваща на силата на реакция е 0

$$\Delta p = 0, \quad \vec{p}_1 = \vec{p}_2 \quad (2т.).$$

Законът за запазване на импулса се прилага за центъра на пластинката (2т.).

$$\vec{p}_1 = m_1 \vec{v} \quad (2т.).$$

$$\vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_c + m_1 \vec{u} \quad (2т.), \text{ където } \vec{v}_c \text{ е скоростта на центъра на тежестта на пластината.}$$

$$\vec{v}_c = \omega \frac{b}{2} \quad (1т.). \text{ Следователно: } m_1 \vec{v} = m_2 \omega \frac{b}{2} - m_1 \vec{u} \quad (1т.).$$

Но от зависимост * $m_1(v+u) = \frac{J\omega}{x}$ (1г.) 0,5

Тогава $x = \frac{2J}{m_2 b} = \frac{2}{3} b$ (1г.) 0,5

$x = 0.4m$ (1г.) 0,5