

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национално пролетно състезание по физика, 7 март 2015 г.
Специална тема

Задача 1. Падаща стълба.

Еднородна стълба с маса m и дължина $2l$ е подпряна на хоризонтален под и вертикална стена. Триене няма. Земното ускорение е g . Първоначално стълбата е в покой и сключва начален ъгъл β с пода. След като се освобождава, тя започва да пада.

а) Каква е траекторията на движение на центъра на масата на стълбата, докато двата ѝ края опират съответно в пода и стената? [1 т.]

б) Намерете зависимостта на ъгловата скорост ω на стълбата от ъгъла α , който сключва стълбата с пода по време на падането ѝ (докато двата ѝ края опират съответно в пода и стената). [3 т.]

в) Намерете зависимостта на ъгловото ускорение ε на стълбата от ъгъла α , който сключва стълбата с пода по време на падането ѝ (докато двата ѝ края опират съответно в пода и стената). [1 т.]

г) Изчислете ъгъла γ между стълбата и пода, при който горният край на стълбата ще се отлепи от стената. [3 т.]

д) Изчислете силата на реакция на опората R_1 , действаща на стълбата от страна на пода, в момента когато горният край на стълбата ще се отлепи от стената. [2 т.]

Упътване: Инерчният момент на еднородна пръчка с маса m и дължина l около ос на въртене, перпендикулярна на пръчката и минаваща през центъра на масата ѝ, е $I = \frac{1}{12}ml^2$.

Задача 2. Две независими подзадачи.

А. Цикъл на Джаул.

Топлинна машина работи по цикъла на Джаул (наричан също така цикъл на Брайтън), състоящ се от две изобари [при налягане p_1 и p_2 ($p_2 > p_1$)] и две адиабати. Работният газ е въздух (съставен само от нетрептящи двуатомни молекули кислород и азот).

а) Нарисувайте цикъла на p - V диаграма и въведете необходимите означения (за наляганията, обемите и температурите в четирите специални точки от цикъла). [0.5 т.]

б) Изразете коефициента на полезно действие η на тази топлинна машина чрез p_1 , p_2 и показателя на адиабатата $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$, където C_p и C_V са съответно топлинните капацитети на газа при постоянно налягане и постоянен обем. [4 т.]

в) Изчислете стойността на η при $\frac{p_2}{p_1} = 15$. [0.5 т.]

Б. Атмосферно налягане в шахта.

Хипотетична еднородна твърда планета има радиус r_0 . Ускорението на свободно падане на повърхността ѝ е g_0 . Тя има атмосфера, съставена от молекули на идеален газ с молекулна маса μ . Атмосферното налягане на повърхността на планетата е p_0 . Планетата и атмосферата имат температура T . В планетата е изкопана вертикална шахта до нейния център.

а) Получете формула за ускорението на свободно падане $g(r)$ в шахтата на разстояние r от центъра на планетата ($r < r_0$). [0.5 т.]

б) Получете формула за атмосферното налягане $p(r)$ в шахтата на разстояние r от центъра на планетата ($r < r_0$). [4 т.]

в) Изчислете атмосферното налягане в шахтата на дълбочина $h = 10$ km от повърхността на планетата и в нейния център ($h = r_0$) при следните стойности на величините: $r_0 = 6400$ km, $g_0 = 9,8$ m/s², $\mu = 29$ g/mol, $p_0 = 1,0 \cdot 10^5$ Pa, $T = 300$ K. Универсалната газова константа е $R = 8,3$ J/mol.K. [0.5 т.]

Задача 3. Две независими подзадачи.

А. Плазмена честота.

В среди, съдържащи свободни електрони (например газова плазма, метали), се наблюдават свободни трептения на тези електрони при честота ν_{pl} , наречена електронна плазмена честота. Тя е важна характеристика на такива среди, защото те напълно отразяват електромагнитните вълни с честота $\nu < \nu_{pl}$ и са прозрачни за (могат да се разпространяват в тях) електромагнитни вълни с честота $\nu > \nu_{pl}$.

а) Разгледайте следния модел: електронеутрален слой със сечение квадрат с ръб L и дебелина l ($l \ll L$) е запълнен с равномерно разпределени неподвижни положителни заряди и свободни електрони с концентрация n . Зарядът на електрона е e , а масата му е m_e . Намерете плазмената честота ν_{pl} като честотата на хармонични трептения на облакът-слой от свободни електрони, отклонен леко в посока на размера l спрямо неподвижния положително зареден слой. [3 т.]

б) Изчислете критичната дължина на вълната $\lambda_{кр}$, за която електромагнитни вълни с дължина на вълната $\lambda > \lambda_{кр}$ се отразяват от йоносферата на Земята (с такива вълни са се осъществили първите междуконтинентални радиовръзки). Максималната концентрация на свободни електрони в йоносферата е $n = 10^6 \text{ cm}^{-3}$. Зарядът на електрона е $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, а масата му е $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$. Диелектричната проницаемост на вакуума е $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$. Скоростта на светлината във вакуум е $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. [1 т.]

в) Изчислете минималната енергия $E_{\min}$ (в eV) на фотони, за които металът алуминий е прозрачен. Плътността на алуминия е $\rho = 2,70 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, а атомната му маса е $A = 27,0$. Приемете, че йоните алуминий в кристалната решетка имат заряд $q_{Al} = +3e$. Константата на Планк е $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$, а единицата за атомна маса е $u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. [1 т.]

Б. Нютонови пръстени.

а) Плоскоизпъкнала стъклена сферична леща (с радиус на кривината на сферичната повърхност $R = 20 \text{ m}$) е допряна с изпъкналата си стена до плоскопаралелна стъклена пластинка (плоската стена на лещата е успоредна на пластинката). Показателят на пречупване на стъклото е $n_{ст} = 1,500$, а на въздуха $n_v = 1,000$. Диаметърът на лещата е $D = 10,0 \text{ cm}$. Лещата е осветена с успореден сноп квазимонохроматична светлина, падащ вертикално, перпендикулярно на плоската ѝ стена. Източникът на светлина е газоразрядна лампа, чийто стъклен балон е пълен с натриеви пари при ниско налягане. Може да се приеме, че спектърът на излъчената от лампата светлина съдържа две еднакви по интензивност и много близки по дължина на вълната спектрални линии с дължини на вълната съответно $\lambda_{cr} - \frac{\Delta\lambda}{2}$ и $\lambda_{cr} + \frac{\Delta\lambda}{2}$ ($\Delta\lambda \ll \lambda_{cr}$). В обратно (вертикално) отразената светлина се наблюдават концентрични светли и тъмни пръстени (Нютонови пръстени), резултат от двулъчевата интерференция на отразените от долната стена на лещата и от горната стена на пластинката лъчи. Получете формула за радиуса r_k на k -тия светъл пръстен. [2 т.]

б) С помощта на прецизен механизъм лещата започва да се премества бавно вертикално, отдалечавайки се от лещата. Наблюдава се „придвижване“ на Нютоновите пръстени към центъра на лещата и „изчезването“ им там. Измерено е, че „изчезват“ $N = 300$ светли пръстена при преместването на лещата на разстояние $d = 88,4 \text{ }\mu\text{m}$. Изчислете λ_{cr} . [1 т.]

в) Също така се забелязва, че при отдалечаването на лещата контрастът на интерференчната картина първоначално намалява, после отново се усилва, отново намалява, отново се усилва и т.н. Измерено е, че преместването на лещата между две съседни положения с минимален контраст е $L = 289,4 \text{ }\mu\text{m}$. Изчислете $\Delta\lambda$. [2 т.]