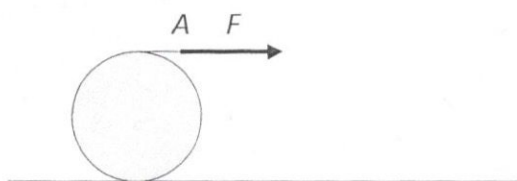


Задача 1. Размотаваща се нишка

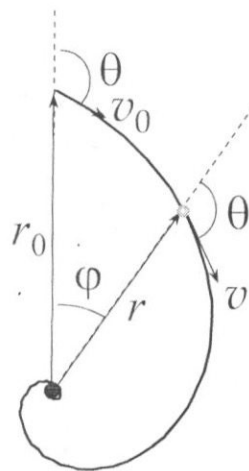
Около еднороден цилиндър с маса m и радиус R е намотана тънка нишка с дължина ℓ , много по-голяма от радиуса на цилиндъра. Цилиндърът е поставен неподвижно върху хоризонтална равнина, по която може да се търкаля без приплъзване, като свободният край A на нишката се намира в най-високата точка на цилиндъра. Към края на нишката е приложена постоянна хоризонтална сила F , под чието действие цилиндърът започва да се търкаля (фиг. 1).

а) Определете ускорението a , с което се движи центърът на цилиндъра.

б) Намерете скоростта на центъра на цилиндъра в момента, когато нишката се размотае напълно.



Фиг. 1



Фиг. 2

Задача 2. Спираловидна траектория

Частича с маса m се движи под действие на централна сила, като започва движението си на разстояние r_0 от силовия център. При определена големина v_0 на началната си скорост частицата се движи по спираловидна траектория, като през цялото време векторът на скоростта ѝ сключва един и същ ъгъл θ с радиус-вектора (фиг. 2).

а) Получете уравнението на траекторията в полярни координати, т.е. намерете зависимостта $r(\varphi)$ на разстоянието r до центъра в даден момент от ъгъла φ , на който се е завъртял радиус-векторът спрямо началното си положение (вж. фигурата). Уравнението може да включва като параметри r_0 и θ .

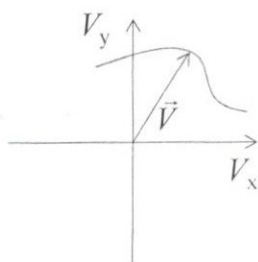
б) Получете израз (с точност до константа) за потенциалната енергия W на частицата като функция на разстоянието r до центъра.

Задача 3. Ходограф

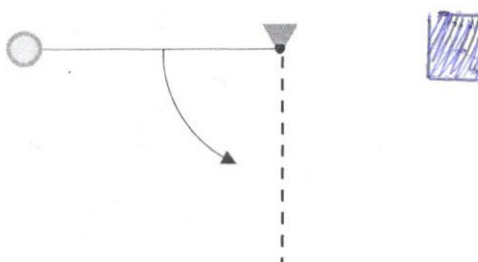
Нека нанесем вектора $\vec{V}$ на скоростта на движеща се материална точка в правоъгълна координатна система с оси V_x и V_y , съответстващи на компонентите на скоростта. Ако скоростта на точката се променя, край на вектора $\vec{V}$ описва линия, наречена **ходограф** на скоростта (фиг. 3, а). Ходографът на скоростта може да се разглежда като „траектория“ на вектора $\vec{V}$ в „пространство на скоростите“.

а) Начертайте ходограф на скоростта за тяло, изстреляно с начална скорост V_0 под ъгъл α спрямо хоризонта. Означете върху чертежа точките, съответстващи на момента на изстрелване, момента на достигане на максимална височина и момента на падане на тялото върху земята.

б) Математично махало се състои от тежко тяло с малки размери, закрепено на лека твърда пръчка с дължина ℓ , която може да се върти без триене около хоризонтална ос, минаваща през другия край на пръчката (фиг. 3, б). Махалото е отклонено на ъгъл 90° спрямо вертикалата и е оставено да се люлее с нулева начална скорост. Начертайте качествено ходограф на скоростта за тежестта на махалото. Означете на графиката точките, съответстващи на моментите на крайни отклонения на махалото и моментите, когато тежестта минава през равновесното си положение. Пресметнете и означете върху чертежа координатите на екстремалните точки на ходографа.



Фиг. 3, а



Фиг. 3, б

4 Задача 3 т.

Честотната спектрална излъчвателна способност $r(\nu, T)$ (излъчената енергия в единица честотен интервал от единица площ за единица време, $\frac{W}{Hz \cdot m^2}$) на абсолютно черно тяло с температура T е $r(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$.

а) Получете формула за вълновата спектрална излъчвателна способност $r'(\lambda, T)$ (излъчената енергия в единица интервал дължина на вълната от единица площ за единица време, $\frac{W}{m^3}$);

б) Изразете константата на Вин b от закона на Вин ($\lambda_{max} \cdot T = b$) чрез константата на Планк h , константата на Болцман k , скоростта на светлината c и неизвестен множител A .

в) Изчислете числото A с точност 5 знака и стойността на константата на Вин b също с точност 5 знака.

$$h = 6,62607 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

$$c = 2,99793 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$k = 1,38065 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

5 Задача 3 т.

Сечението на оптична призма (с показател на пречупване n) е равнобедрен трапец с ъгъл между голямата основа и бедрата θ , височина h и дължина на голямата основа s . Светлинен лъч пада върху едната странична стена под ъгъл α (спрямо нормалата на стената, лъчът лежи в равнината на сечението), след това се отразява от едната основа и излиза през другата странична стена. Около призмата има въздух с показател на пречупване 1.

а) Получете формула за ъгъла φ на отклонение на преминалия през призмата лъч (ъгълът между влизащия и излизащия лъч).

б) Нека входният лъч е успореден на основите и достига призмата на височина x от голямата основа. Получете формула за минималното от възможните отношения $\frac{s}{h}$, така че лъчът да излезе от призмата успореден на основата за всяко $x \in (0, h)$.

в) Изчислете (като десетична дроб) отношението $\frac{s}{h}$ за $\theta = 60,0^\circ$ и $n = 1,500$.

г) Ако гледате през страничните стени на призма (основите на призмата да са хоризонтални) с изчисленото отношение $\frac{s}{h}$ буквата „Б“, нарисуйте какво ще видите.

6 Задача 3 т.

Ако предположим, че магнитното поле на Земята се описва с най-простия модел (източникът на магнитно поле е разположен в центъра на Земята и е с размери, много по-малки от радиуса на Земята), изчислете:

а) какво е отношението на големините на магнитната индукция на магнитния полюс и магнитния „екватор“;

б) какъв ъгъл с хоризонталата сключват силовите линии на Земното магнитно поле в София (географска ширина 42.7°).

Задача 7. Сравнете максималните скорости $v_{1,\max}$ и $v_{2,\max}$ на фотоелектроните при фотоефект от повърхността на сребро с отделителна работа $A = 4,7 \text{ eV}$ за следните два случая:

а) когато фотокатодът се облъчва с ултравиолетово лъчение с дължина на вълната $\lambda_1 = 155 \text{ nm}$;

б) когато фотокатодът се облъчва с гама-лъчение с дължина на вълната $\lambda_2 = 2,47 \cdot 10^{-3} \text{ nm}$.

Задача 8. Неподвижен водороден атом излъчва фотон при преход от първото възбудено състояние в основното състояние. С колко процента енергията на излъчения фотон се различава от енергията на посочения преход?

Задача 9. За каква кинетична енергия трябва да бъде планиран ускорител на заредени частици с маса на покой m_0 , за да може с тяхна помощ да се изследват структури с линейни размери l ? Числените оценки направете за електрони и за протони, когато $l = 10^{-15} \text{ m}$ (характерния размер на атомните ядра).

Задача 10. а) Съд е пълен с хелий при температура $T = 300 \text{ K}$. В съда е пробит отвор с площ $S = 1 \text{ mm}^2$. Какво трябва да бъде налягането на газа в съда, така че дебитът на газа, който изтича през отвора да бъде $\dot{m} = 1 \text{ g/h}$? Приемете, че газът изтича във вакуум и налягането на хелия в съда не се променя съществено по време на изтичането.

б) Диск с радиус $r = 1 \text{ cm}$ се движи в хелий, перпендикулярно на своята равнина със скорост $u = 10 \text{ m/s}$. Температурата на хелия е $T = 300 \text{ K}$, а налягането му $p = 1 \text{ kPa}$. Намерете силата на съпротивление, която действа на диска.

Приемете, че универсалната газова константа е $R = 8,3 \text{ J/mol.K}$, а моларната маса на хелия е $\mu = 4 \text{ g/mol}$.

Полезни константи:

скорост на светлината във вакуум $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

константа на Планк $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$, елементарен заряд $q_0 = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

маса на електрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, маса на протона $M = 1836m$

електрична константа $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$, $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$