

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

25 април 2026 г., Плевен,

Решения на темата за I състезателна група (7. клас)

Задача 1. Резистор след резистор, след резистор ...

а) При комбинация № 1 през резисторите 3 и 4 не тече ток, а резисторите 1 и 2 са свързани последователно към източника. Напрежението върху резистора 1 е равно на показанието на волтметъра: $U_1 = U = 6 \text{ V}$. Напрежението върху резистора 2 е съответно:

$$(1) \quad U_2 = U_{\text{и}} - U_1 = 6 \text{ V} \quad (0.5 \text{ т})$$

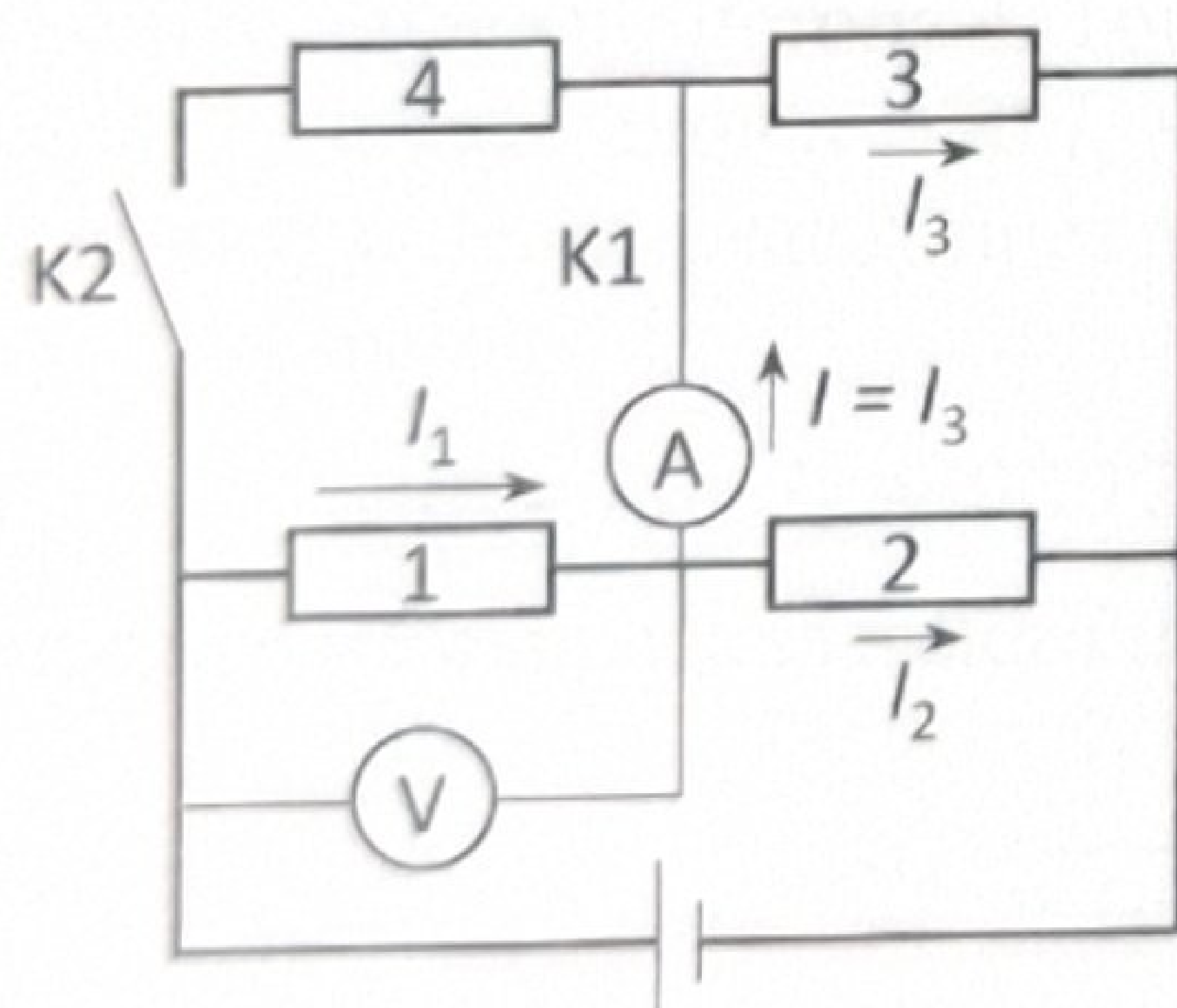
При последователно свързване през резисторите тече еднакъв ток, т.е.

$$(2) \quad \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2}, \quad (0.5 \text{ т})$$

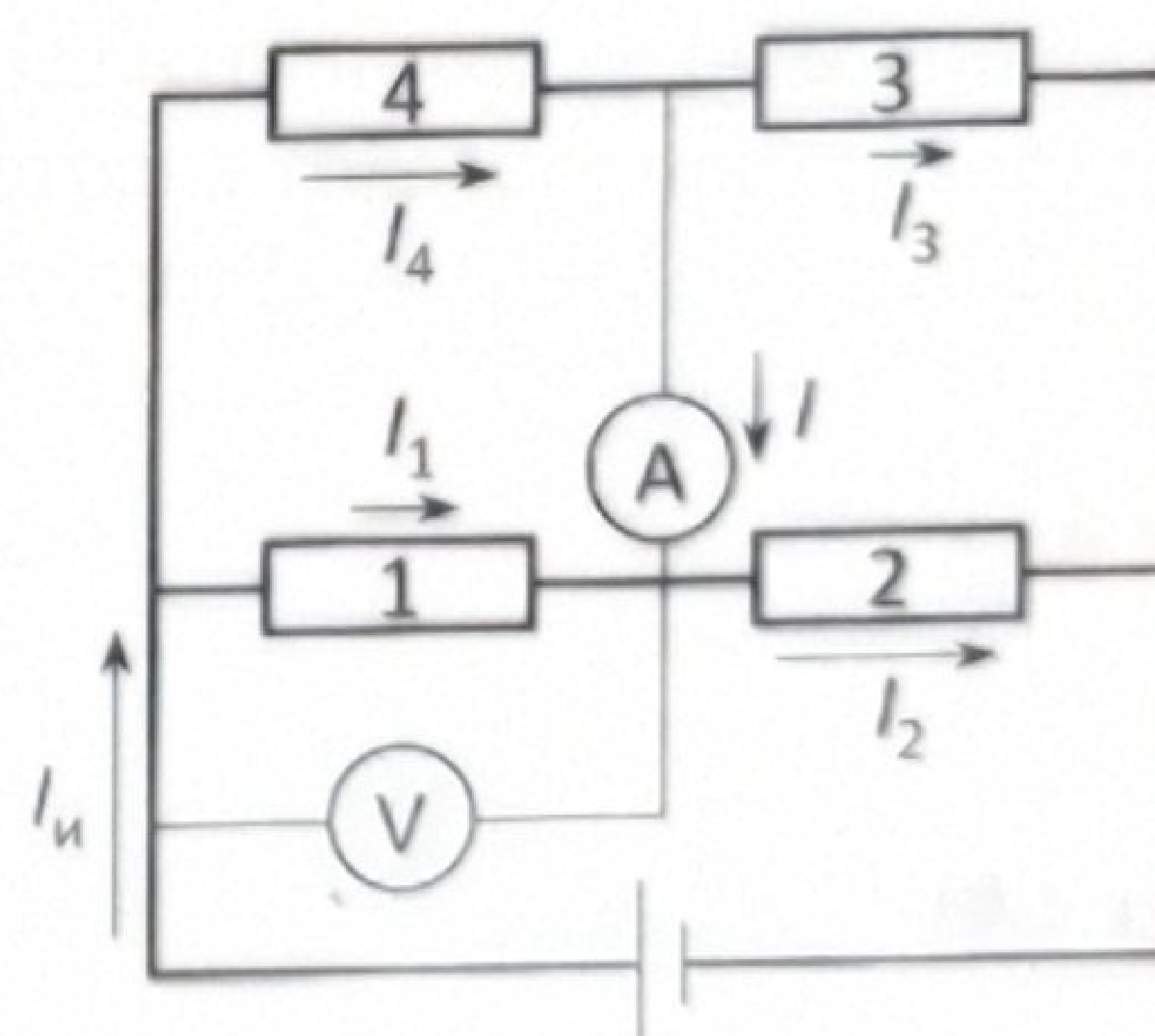
откъдето следва:

$$(3) \quad R_1 = R_2, \quad (0.5 \text{ т})$$

понеже $U_1 = U_2$. По-нататък ще означим съпротивлението на резисторите 1 и 2 с еднаква буква R .



Комбинация 2



Комбинация 3

При комбинация № 2 резисторите 2 и 3 са свързани успоредно, а резисторът 1 – последователно на тях. Затова напрежението върху резисторите 2 и 3 е еднакво. Напрежението върху резистора 1 сега е $U_1 = U = 7 \text{ V}$, а върху 2 и 3 съответно:

$$(4) \quad U_2 = U_3 = U_{\text{и}} - U_1 = 5 \text{ V}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Амперметърът измерва тока през резистора 3: $I_3 = I = 20 \text{ mA} = 0.02 \text{ A}$. Следователно съпротивлението на резистора 3 е:

$$(5) \quad R_3 = \frac{U_3}{I_3} = \frac{5 \text{ V}}{0.02 \text{ A}} = 250 \Omega. \quad (0.5 \text{ т})$$

Токът през резисторите 1 и 2 е съответно:

$$(6) \quad I_1 = \frac{U_1}{R} \text{ и} \quad (0.5 \text{ т})$$

$$(7) \quad I_2 = \frac{U_2}{R}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Тъй като токът през резистора 1 се разклонява и продължава през успоредно свързаните резистори 2 и 3, имаме: $I_1 = I_2 + I_3$, т.е.

$$(8) \quad \frac{U_1}{R} = \frac{U_2}{R} + I_3, \quad (1.0 \text{ т})$$

откъдето:

$$(9) \quad R_1 = R_2 = R = \frac{U_1 - U_2}{I_3} = \frac{7 \text{ V} - 5 \text{ V}}{0,02 \text{ A}} = 100 \, \Omega. \quad (0.5 \text{ т})$$

б) Сега върху успоредно свързаните резистори 1 и 4 има еднакво напрежение: $U_1 = U_4 = U = 4 \text{ V}$, а върху резисторите 2 и 3 – съответно:

$$(10) \quad U_2 = U_3 = U_{\text{и}} - U = 8 \text{ V}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Токът през резисторите с известно съпротивление е съответно:

$$(11) \quad I_1 = \frac{U_1}{R_1} = \frac{4 \text{ V}}{100 \, \Omega} = 0,04 \text{ A}, \quad (0.5 \text{ т})$$

$$(12) \quad I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{8 \text{ V}}{100 \, \Omega} = 0,08 \text{ A}, \quad (0.5 \text{ т})$$

$$(13) \quad I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{8 \text{ V}}{250 \, \Omega} = 0,032 \text{ A}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Нека I_4 е токът през резистора 4. Токът $I_{\text{и}}$, който тече през източника, се разклонява през резисторите 1 и 4. Следователно $I_1 + I_4 = I_{\text{и}}$. От друга страна токовете през резисторите 2 и 3 се сливат и продължават през източника. Следователно: $I_{\text{и}} = I_2 + I_3 = 0,112 \text{ A}$ (0.5 т). Оттук намираме:

$$(14) \quad I_4 = I_{\text{и}} - I_1 = 0,112 \text{ A} - 0,04 \text{ A} = 0,072 \text{ A}. \quad (1.0 \text{ т})$$

Така определяме съпротивлението на резистора 4:

$$(15) \quad R_4 = \frac{U_4}{I_4} = \frac{4 \text{ V}}{0,072 \text{ A}} \approx 55,6 \, \Omega. \quad (0.5 \text{ т})$$

От схемата с означените токове през резисторите е ясно, че токът I_4 се разделя на два тока – токът I_3 през резистора 3 и липсващият в таблицата ток I през амперметъра. Следователно:

$$(16) \quad I = I_4 - I_3 = 0,072 \text{ A} - 0,032 \text{ A} = 0,04 \text{ A} = 40 \text{ mA}. \quad (1.0 \text{ т})$$

Алтернативно, може да се използва, че токовете I_1 и I се сливат и продължават през резистора 2, т.е. $I = I_2 - I_1 = 0,04 \text{ A}$. Възможно е учениците да дадат и отговор -40 mA , защото токът тече в противоположна посока спрямо комбинация 2. Този отговор също се приема за верен.

Задача 2. Картезиански водолаз

а) Правилната графика е № 4 (1.0 т)

Обосновка. При плавно повишаване на налягането, водолазът не потъва веднага. Докато водолазът все още плава, изтласкваща сила уравновесява силата на тежестта: $F = mg$, т.е. остава постоянна. (0.5 т) В момента, в който водолазът започне да потъва, изтласкващата сила става по-малка от силата на тежестта: $F < mg$ и продължава да намалява, докато налягането продължава да се повишава. (0.5 т)

б) От графиката № 4 от работния лист отчитаме, че водолазът започва да потъва (т.е. изтласкващата сила започва да намалява) при налягане $P = 110 \text{ kPa}$. (0.5 т) При това налягане плътността на водолаза се изравнява с плътността ρ_v на водата. (1.0 т) От фиг. 2 (б) виждаме, че при това налягане обемът на водолаза е $V = 18,2 \text{ cm}^3$ (допуска се грешка при отчитането $\pm 0,1 \text{ cm}^3$) (0.5 т). Следователно масата на водолаза е:

$$(1) \quad m = \rho_v V = 1 \text{ g/cm}^3 \cdot 18,2 \text{ cm}^3 = 18,2 \text{ g.} \quad (0.5 \text{ т})$$

Допуска се отклонение в числения отговор $\pm 0,1 \text{ g}$. Съответно изтласкващата сила, когато водолазът плава, е:

$$(2) \quad F = mg = 0,0182 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \approx 0,179 \text{ N.} \quad (0.5 \text{ т})$$

Допуска се отклонение в числения отговор $\pm 0,001 \text{ N}$.

От графиката на фиг. 2 (б) отчитаме, че обемът на водолаза при нормално атмосферно налягане е $V_0 = 20,0 \text{ cm}^3$ (0.5 т) Следователно плътността на материала при нормално атмосферно налягане е:

$$(2) \quad \rho_0 = \frac{m}{V_0} = \frac{18,2 \text{ g}}{20,0 \text{ cm}^3} = 0,91 \text{ g/cm}^3 \quad (0.5 \text{ т})$$

За верни се приемат стойности между $0,905 \text{ g/cm}^3$ и $0,915 \text{ g/cm}^3$.

в) Правилната графика е № 3. (1.0 т)

Обосновка. Изтласкващата сила зависи от обема V_n на потопената под водата част от водолаза. (0.5 т) Понеже изтласкващата сила не се променя, докато налягането е по-ниско от 110 kPa , до това налягане потопеният обем остава постоянен. (0.5 т) След като водолазът започне да потъва, целият му обем се намира под водата и продължава да намалява при по-нататъшното повишаване на налягането. (0.5 т)

г) В момента, когато започва потъването, т.е. при $P = 110 \text{ kPa}$, целият обем на водолаза е под водата, т.е. $V_n = V = 18,2 \text{ cm}^3$. (0.5 т) Същият е обемът на потопената част при нормално атмосферно налягане. (0.5 т) Следователно, обемът на показващата се над водата част от водолаза при нормално атмосферно налягане е:

$$(3) \quad V_n = V_0 - V_n = 1,8 \text{ cm}^3. \quad (0.5 \text{ т})$$

Допуска се отклонение в числения отговор $\pm 0,1 \text{ cm}^3$.

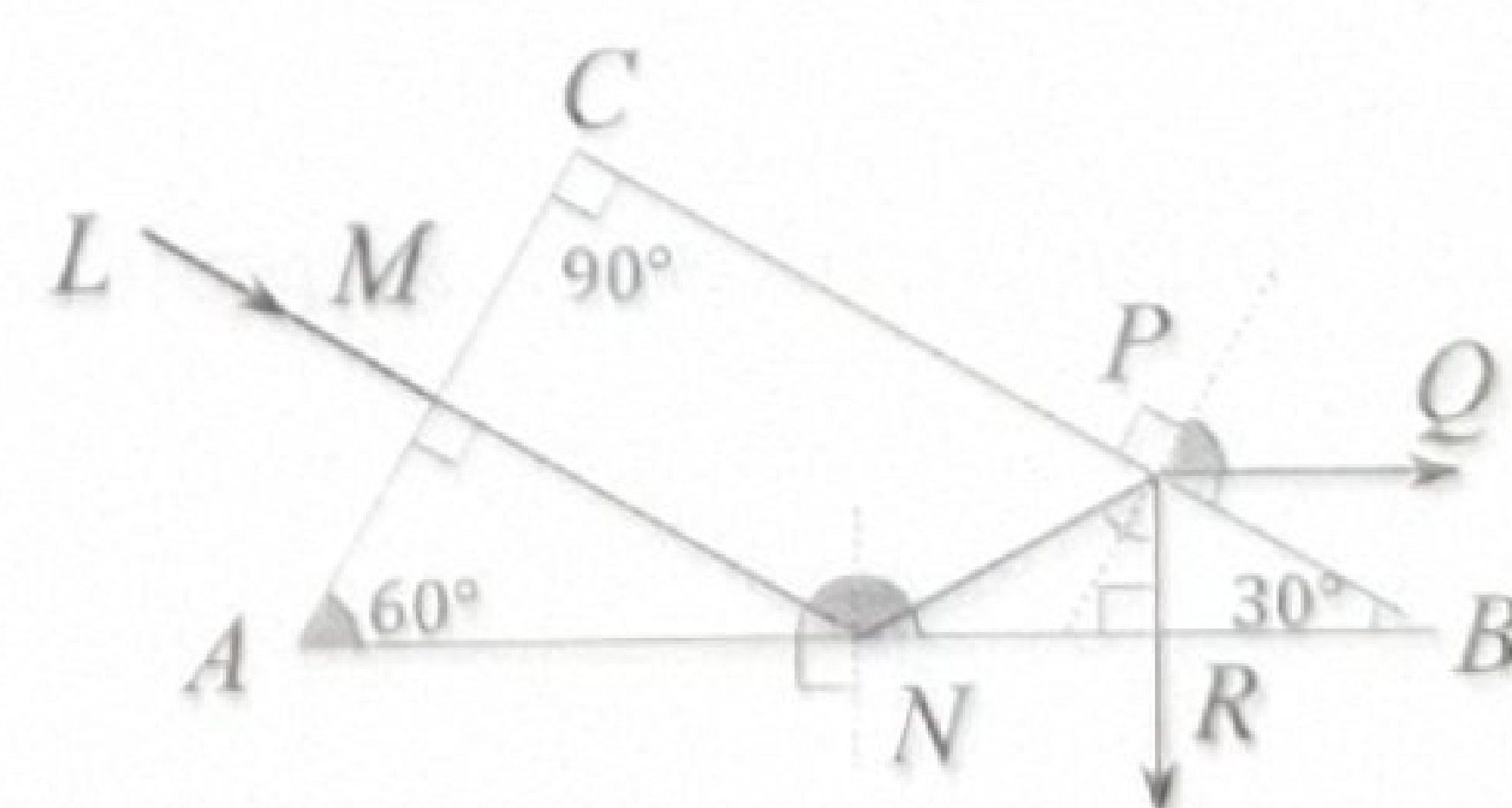
Задача 3. Отблясъци

а) Понеже лъчът пада перпендекулярно на страната AC , той не се пречупва през нея и продължава в призмата успоредно на страната BC , докато стигне т. N .

(0.5 т) за обосновка + (0.5 т) за правилно изобразен на чертежа ход на лъча

Ъгълът при върха B е $180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. Следователно $\angle ANL = \angle ABC = 30^\circ$, защото това са съответни ъгли, получени при пресичане на успоредните прави LM и BC с правата AB . Ъгълът α_1 на падане върху AB е равен на ъгъла, който лъчът сключва с перпендикуляра в т. N , т.е. $\alpha_1 = 90^\circ - \angle ANL = 60^\circ$. (0.5 т)

Тъй като ъгълът на падане е по-голям от граничния ъгъл, $\alpha_1 > \alpha_r$, лъчът търпи пълно вътрешно отражение от страната AB . (0.5 т)



б) След пълно вътрешно отражение от страната AB , лъчът пада в т. P върху страната BC . Първият излязъл от призмата лъч PQ се дължи на пречупване в т. P . (0.5 т)

Вторият излязъл от призмата лъч PR е частично отразеният в т. P лъч, който минава през т. R от страната AB . (0.5 т)

Точките се дават само ако на чертежа са изобразени съответно пречупеният и отразеният в т. P лъчи.

в) Ъгълът на отражение в т. N е 60° . Следователно лъчът NP сключва със страната AB ъгъл $\angle BNP = 30^\circ$. Оттук следва: $\angle NPV = 180^\circ - \angle NBP - \angle BNP = 120^\circ$. Съответно ъгълът α_2 на падане върху страната BC е ъгълът, който лъчът NP сключва с перпендикуляра: $\alpha_2 = \angle NPV - 90^\circ = 30^\circ$.

(0.5 т) за правилна стойност на α_2 + (0.5 т) за обосновка + (0.5 т) за чертеж с означен ъгъл на отражение спрямо перпендикуляра в т. N и ъгъл на падане спрямо перпендикуляра в т. P .

По условие пречупеният в т. P лъч излиза от призмата успоредно на страната AB . От свойството на вътрешнокръстни ъгли следва, че пречупеният лъч сключва със страната BC ъгъл 30° – колкото е ъгълът при върха B на триъгълника. Съответно ъгълът на пречупване спрямо перпендикуляра в т. P е: $\beta = 60^\circ$.

(0.5 т) за правилна стойност на β + (0.5 т) за обосновка + (0.5 т) за чертеж с означен ъгъл на отражение спрямо перпендикуляра в т. P .

Отразеният от т. P лъч сключва спрямо перпендикуляра ъгъл $\alpha_2 = 30^\circ$.

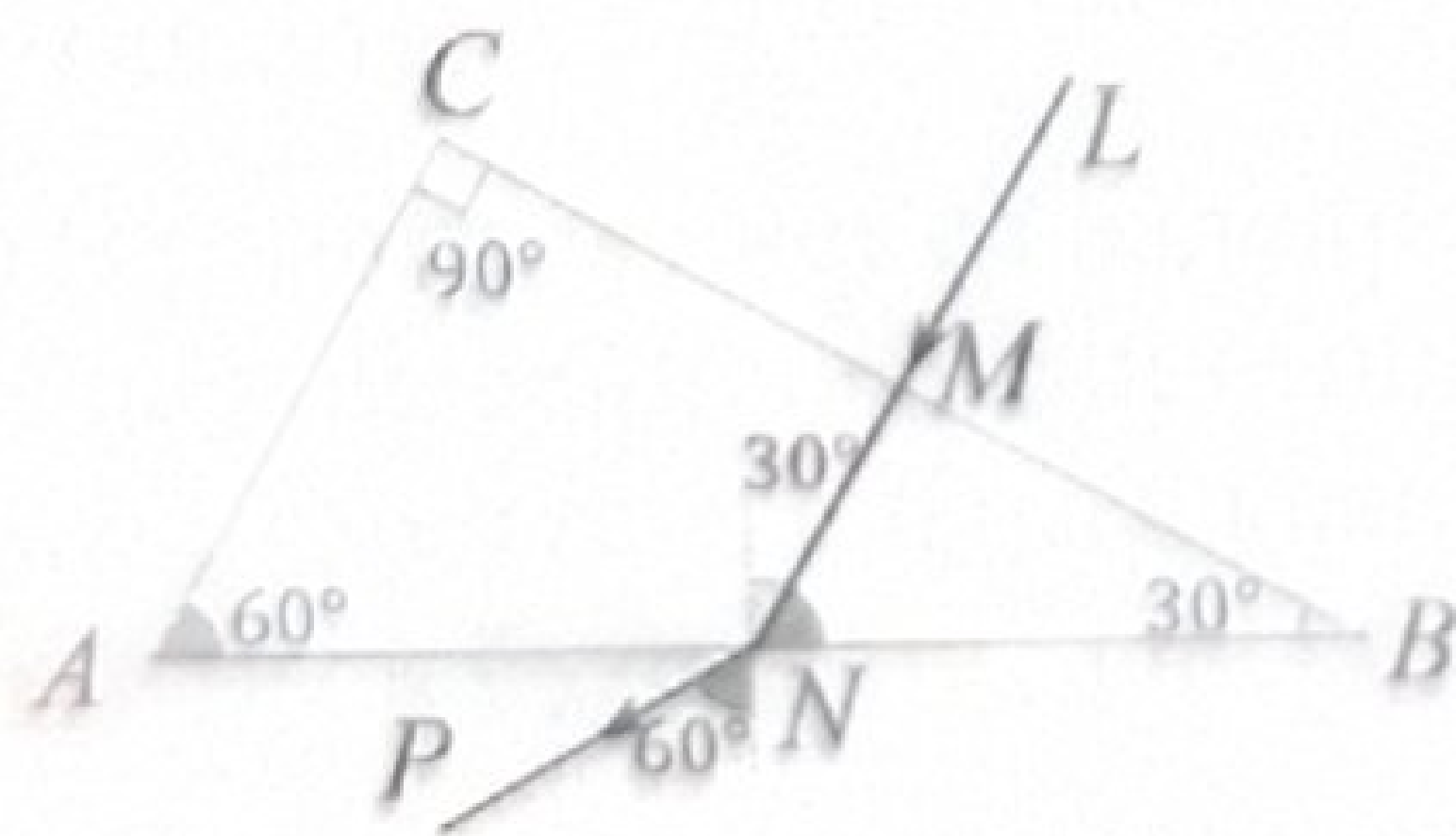
(0.5 т) за правилна стойност на ъгъла на отражение + (0.5 т) за изобразен на чертежа ъгъл на отражение.

Съответно $\angle BPR = 90^\circ - \alpha_2 = 60^\circ$ и $\angle PRV = 180^\circ - \angle BPR - \angle PBR = 90^\circ$. Следователно лъчът PR пада перпендикулярно върху страната AB и минава през нея без да се пречупи, т.е. излезият лъч е перпендикулярен на AB .

(0.5 т) за извод, че вторият излязъл лъч е перпендикулярен на AB + (0.5 т) за обосновка + (0.5 т) за чертеж, от който е ясно, че $PR \perp AB$.

г) Както в предишния случай, лъчът минава през страната BC , без да се пречупи и попада в т. N на страната AB . От свойството на съответните ъгли $\angle BLM = 60^\circ$ и съответният ъгъл на падане спрямо перпендикуляра през N е $\alpha = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$. От предишните точки обаче знаем, че при ъгъл на падане 30° в стъклото, ъгълът на пречупване при излизане във въздуха е $\beta = 60^\circ$.

(0.5 т) за стойност на α + (0.5 т) за стойност на β + (0.5 т) за чертеж, от който е ясно, че $\beta > \alpha$.



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

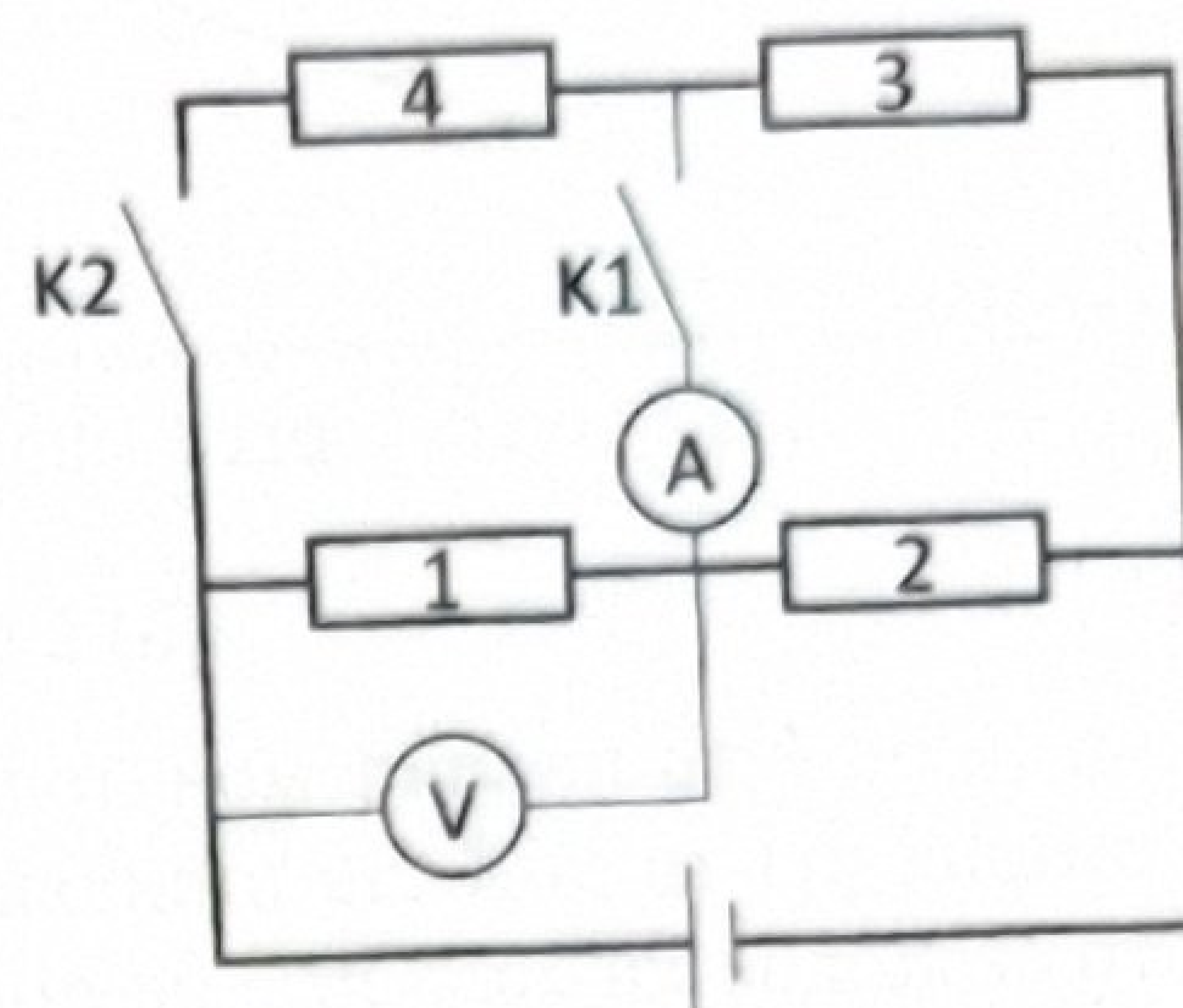
25 април 2026 г., Плевен,
Тема за I състезателна група (7. клас)

Задача 1. Резистор след резистор, след резистор ...

На фиг. 1 е дадена електрическа схема, която се състои от източник с постоянно напрежение $U_{\text{и}} = 12 \text{ V}$, четири резистора с неизвестно съпротивление, номерирани от 1 до 4, два ключа K1 и K2, волтметър и амперметър. В таблицата е дадено показанието U на волтметъра и I на амперметъра за три различни комбинации от положения на ключетата.

Въз основа на данните в таблицата определете:

- съпротивленията R_1, R_2 , и R_3 съответно на резисторите 1, 2 и 3; (5.0 т)
- съпротивлението R_4 на резистора 4 и липсващото в таблицата показание I на амперметъра. (5.0 т)



Фиг. 1

Комбинация №	Ключ 1	Ключ 2	$U \text{ (V)}$	$I \text{ (mA)}$
1	отворен	отворен	6	0
2	затворен	отворен	7	20
3	затворен	затворен	4	

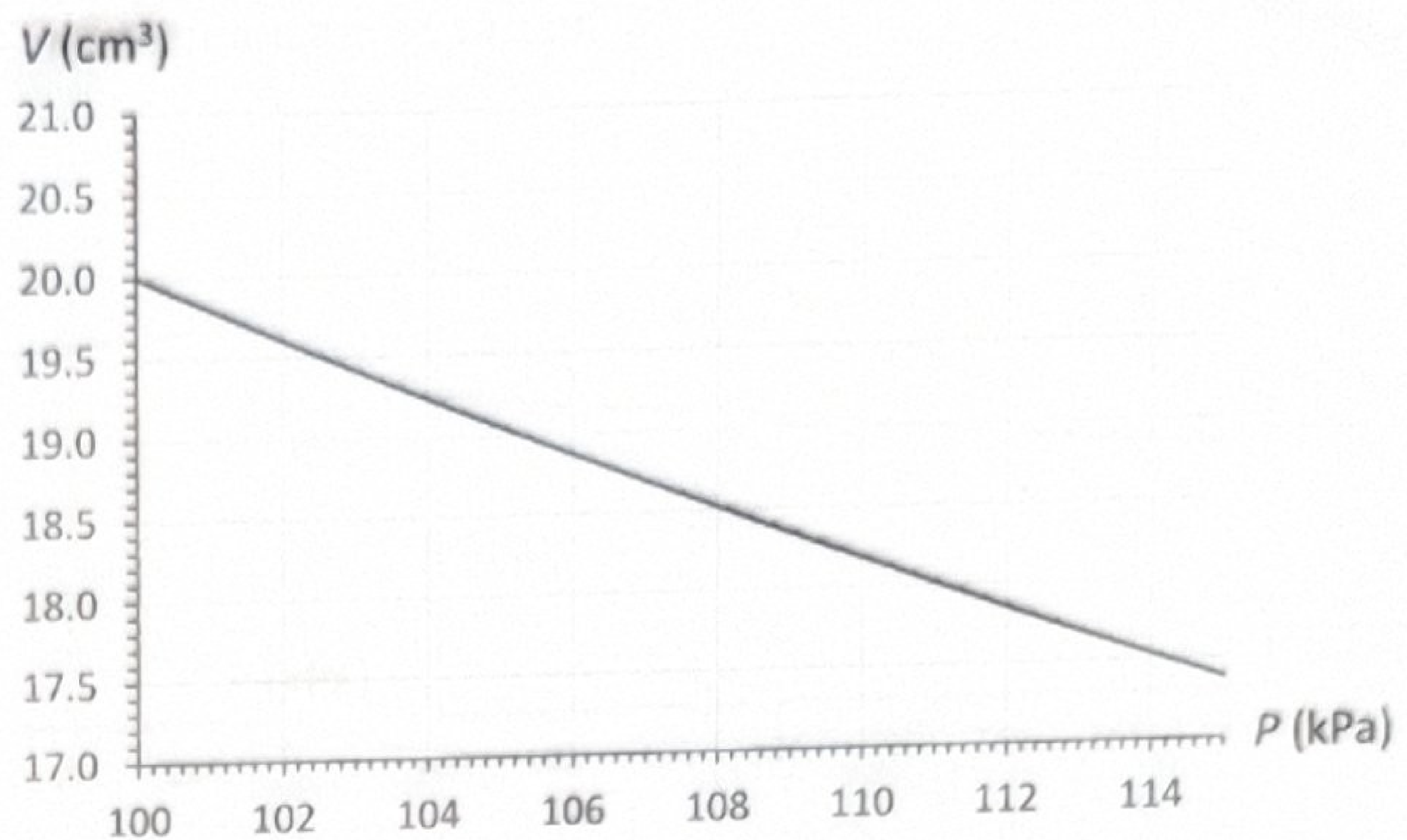
Задача 2. Картезиански водолаз

Картезианският водолаз е „научна“ играчка, изобретена от великия математик и физик Рене Декарт. „Водолазът“ представлява фигурка, изработена от еластичен и мек материал, който лесно се свива под действие на външно налягане. Водолазът се поставя в затворена пластмасова бутилка с вода, в която е оставен малко въздух при нормално атмосферно налягане $P_0 = 100 \text{ kPa}$, така че водолазът плава, частично показвайки се над водата (фиг. 2 (а) – вляво). Ако започнете да свивате бавно бутилката с ръка, налягането на въздуха в нея постепенно се повишава и в определен момент водолазът започва да потъва (фиг. 2 (а) – вдясно). Ако отпуснете бутилката, водолазът отново изплава. На фиг. 2 (б) е дадена графика на обема V на водолаза от налягането P на въздуха в бутилката.

- В работния лист са дадени четири схематични графики, номерирани от 1 до 4, на които не са нанесени числени стойности по вертикалната ос. Коя от графиките съответства на зависимостта на изтласкващата сила F , действаща на водолаза, от налягането P на въздуха в бутилката? Обосновете накратко вашия отговор. (2.0 т)
- Като използвате данни от графиките на фиг. 2 (б) и от работния лист, пресметнете изтласкващата сила F_0 , действаща на водолаза, и плътността ρ_0 на материала, от който той е изработен, при нормално атмосферно налягане P_0 . (4.0 т)



Фиг. 2 (а)



Фиг 2 (б)

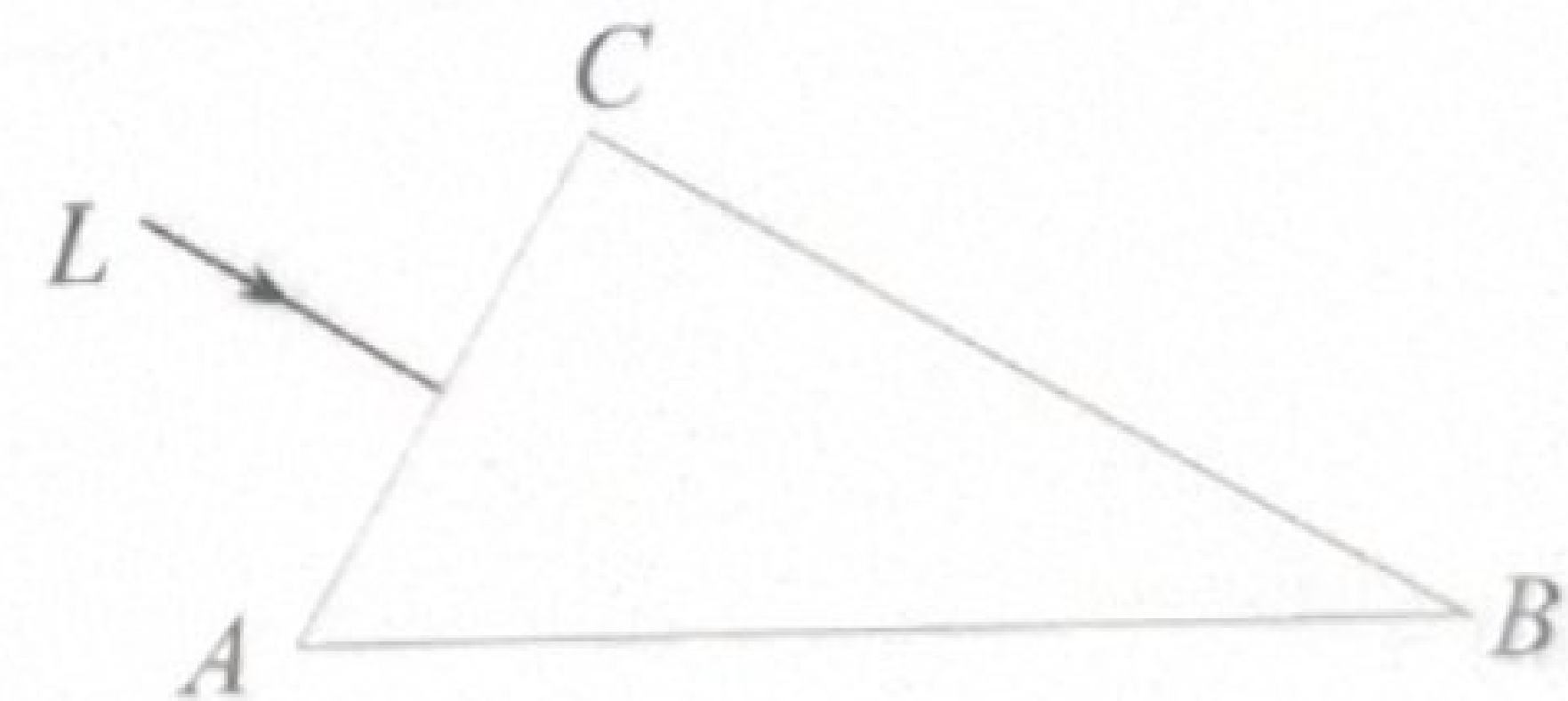
в) В работния лист са дадени и четири схематични графики, номерирани от 1 до 4, на които също не са нанесени числени стойности по вертикалната ос. Коя от графиките съответства на зависимостта на обема $V_{\text{п}}$ на потопената под водата част на водолаза от налягането от P на въздуха в бутилката. Обосновете накратко вашия отговор. (2.5 т)

г) Колко е обемът $V_{\text{н}}$ на частта от водолаза, намираща се над водата при нормално атмосферно налягане? (1.5 т)

Основни данни: плътност на водата, $\rho_{\text{в}} = 1 \text{ g/cm}^3$; $g = 9,81 \text{ N/kg}$. В тази задача може да пренебрегнете хидростатичното налягане на водата в бутилката.

Задача 3. Отблясъци

Основата на стъклена призма е правоъгълен триъгълник ABC с прав ъгъл при върха C и ъгъл 60° при върха A (фиг. 3). Граничният ъгъл между стъклото, от което е изработена призмата, и въздуха е $\alpha_{\text{г}} = 35^\circ$. Ако перпендикулярно на страната AC бъде насочен светлинен лъч L , от страните AB и BC съответно излизат два светлинни лъча, които не са показани на фигурата. Оказва се, че лъчът, излизащ от страна BC е успореден на страната AB .



Фиг. 3

а) Какво явление се наблюдава, когато лъчът достигне страната AB ? Направете чертеж и обосновете вашия отговор. (2.0 т)

б) Допълнете чертежа от т. а), като проследите хода на лъча в призмата и илюстрирате как се получават лъчите, излизащи от страните AB и BC . (1.0 т)

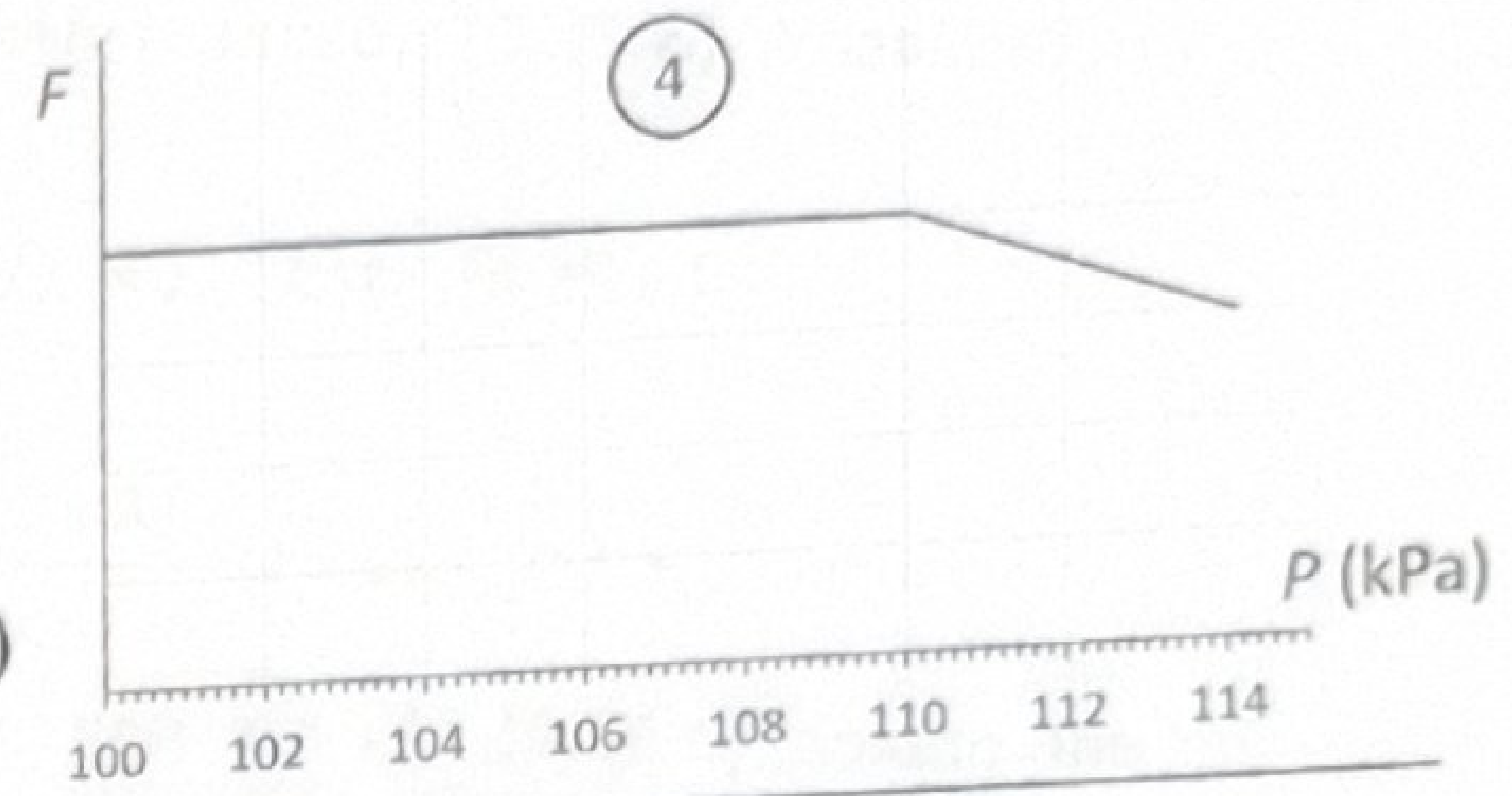
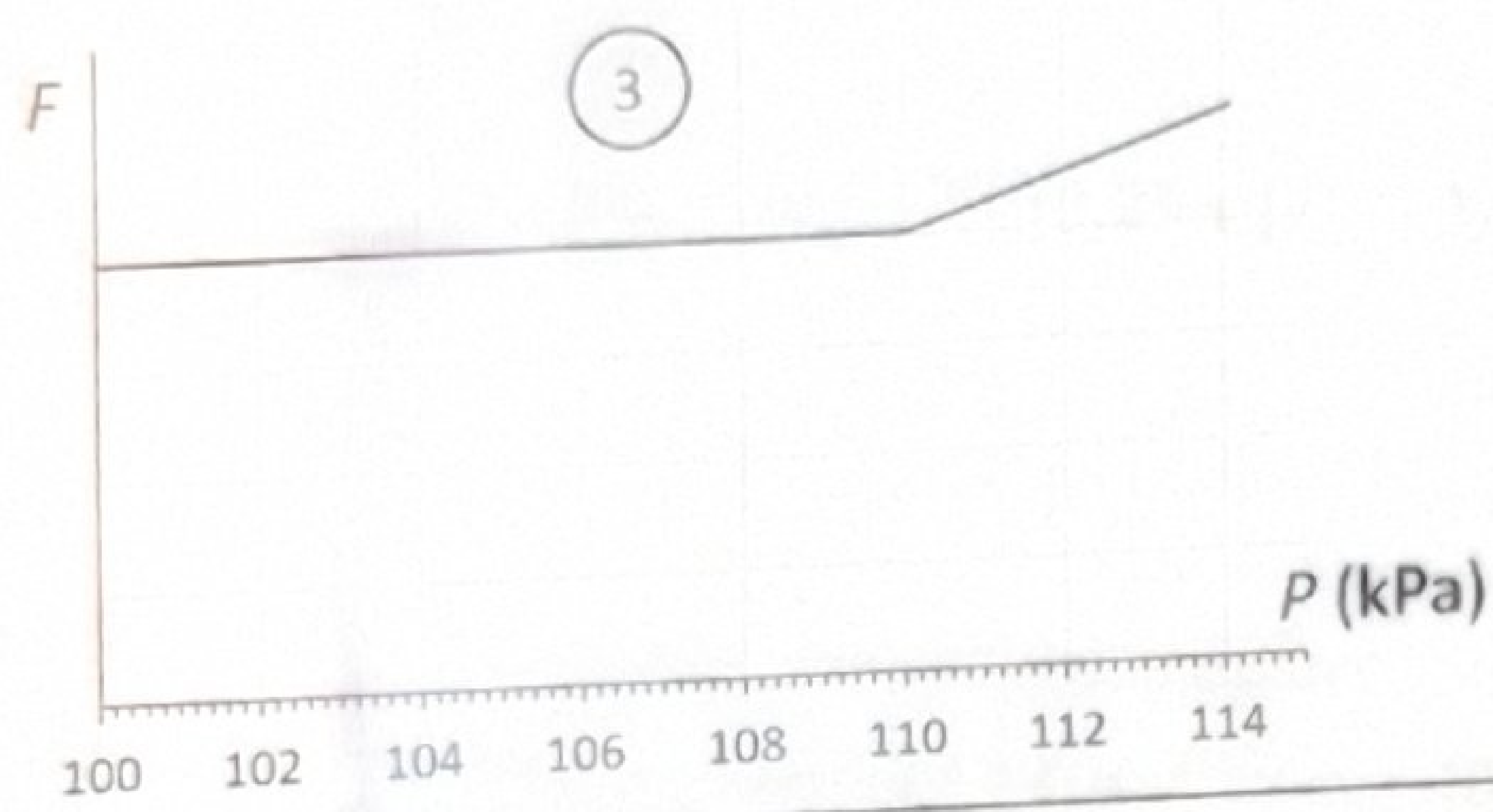
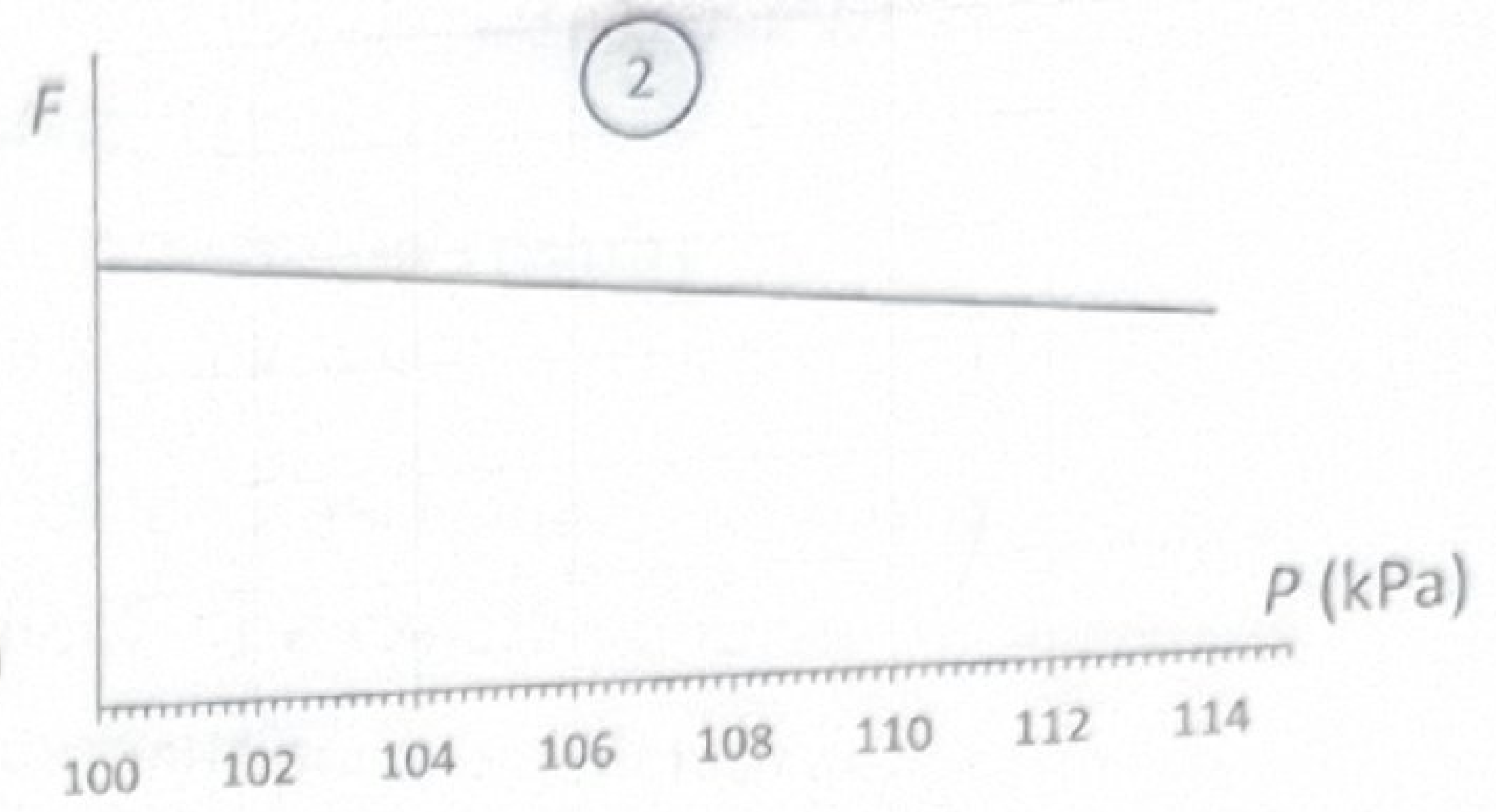
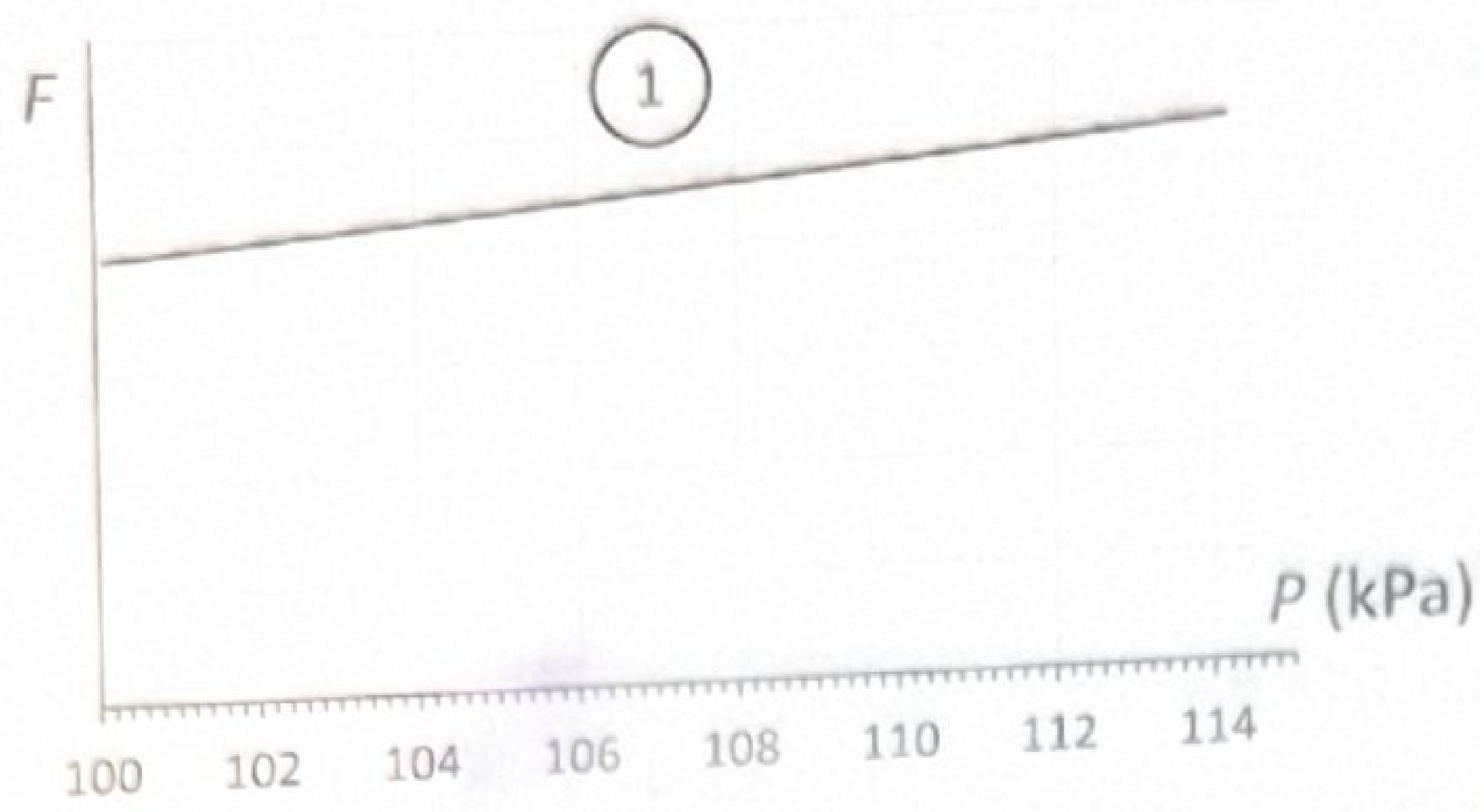
в) Колко градуса е ъгълът на пречупване на лъча, излизащ от страната BC ? Какъв ъгъл със страната AB сключва излизащият от нея лъч? (5.5 т)

г) Ако лъчът светлина е насочен перпендикулярно на страната BC , от страната AB излиза пречупен лъч. Проследете на чертеж хода на светлинния лъч в този случай и пресметнете ъглите на падане и на пречупване на лъча от страната AB . (1.5 т)

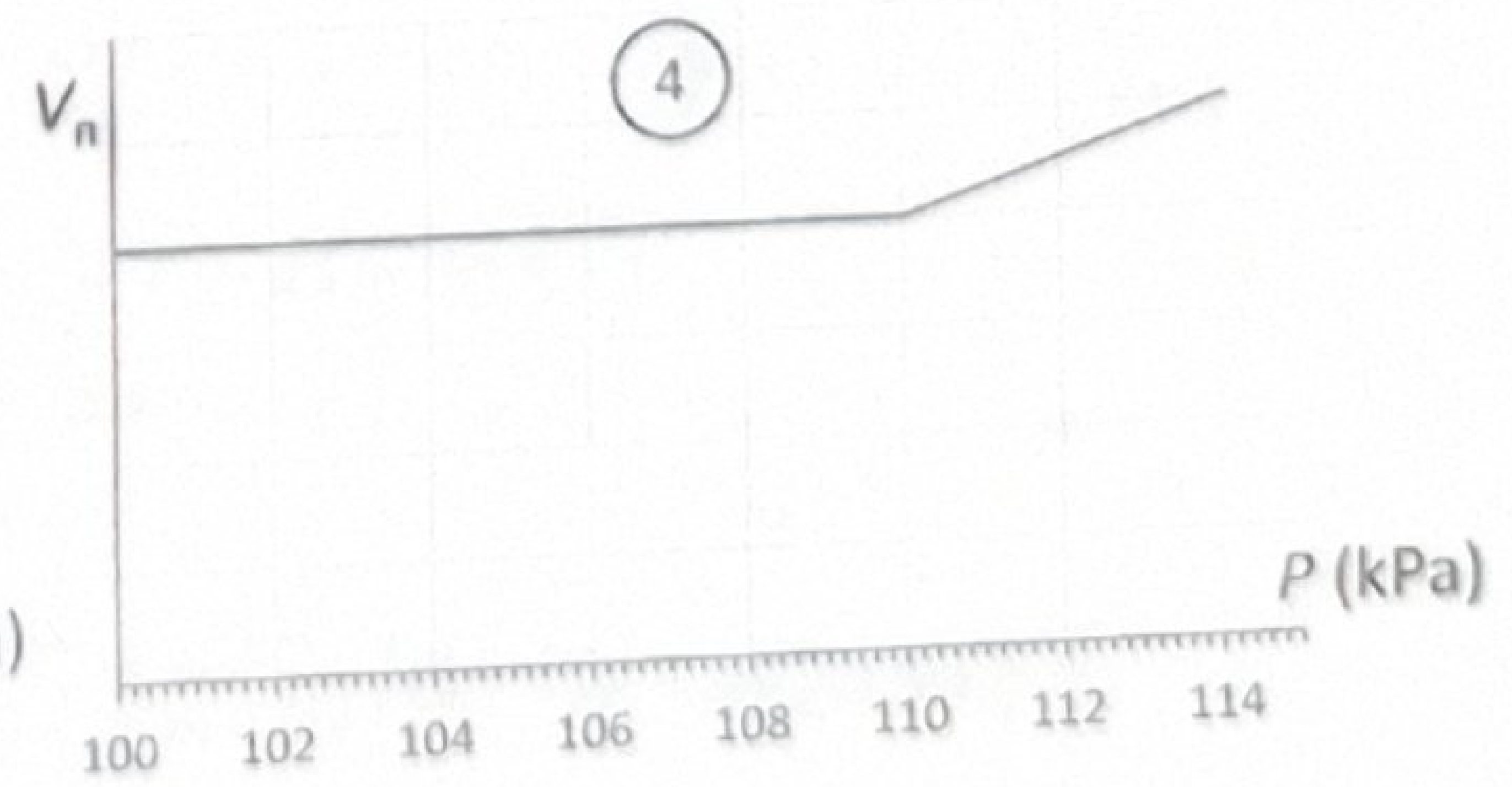
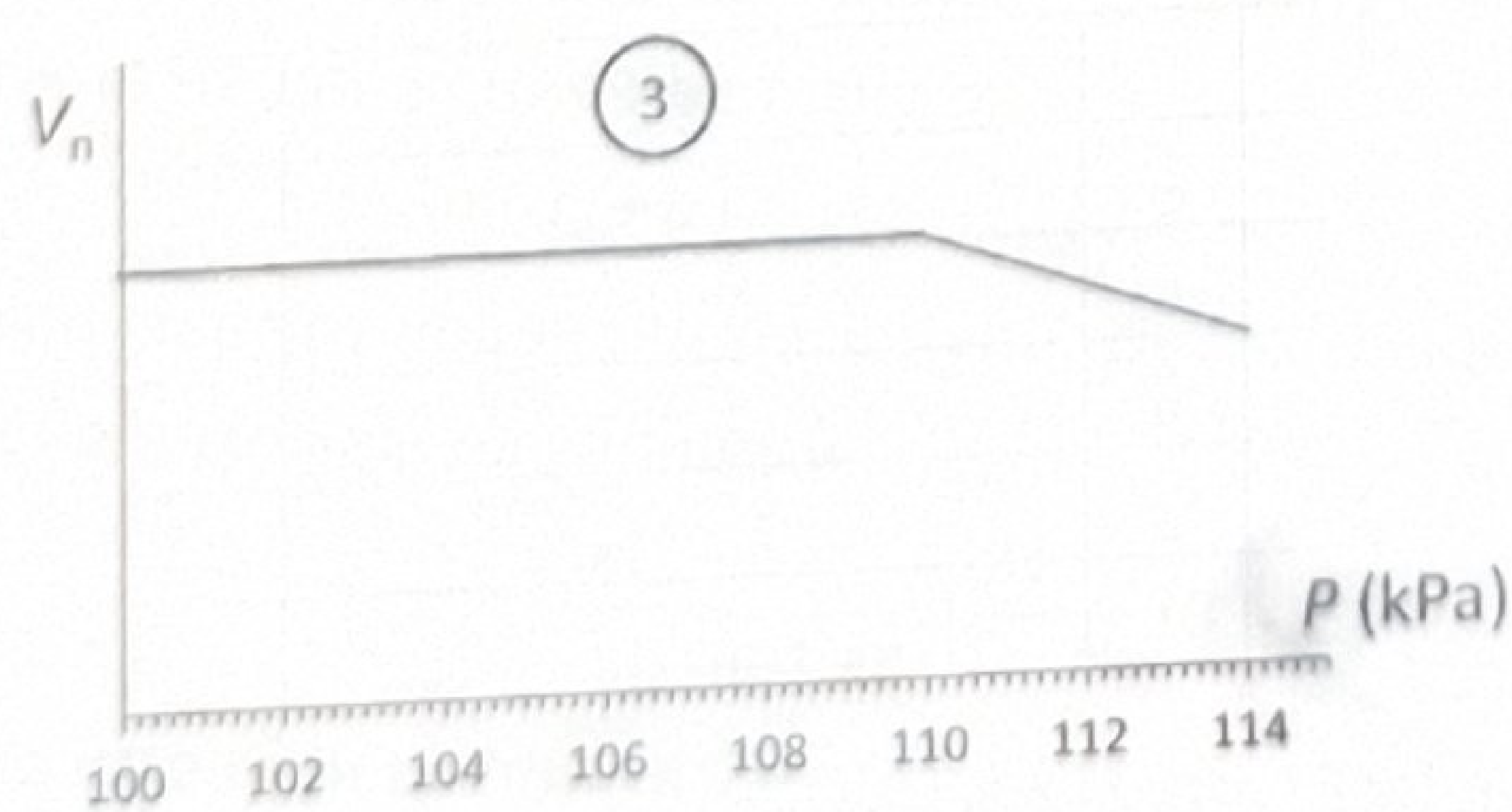
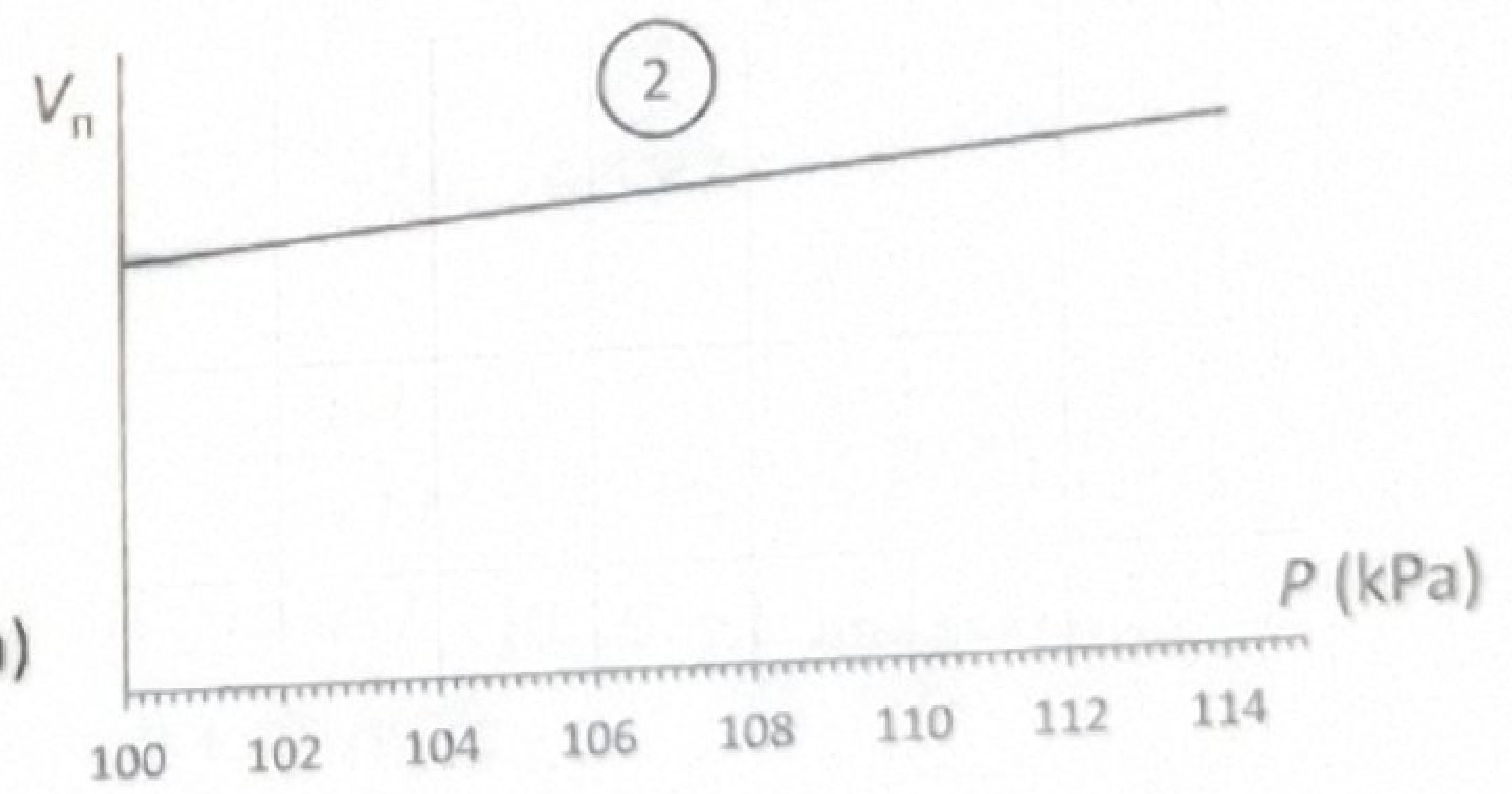
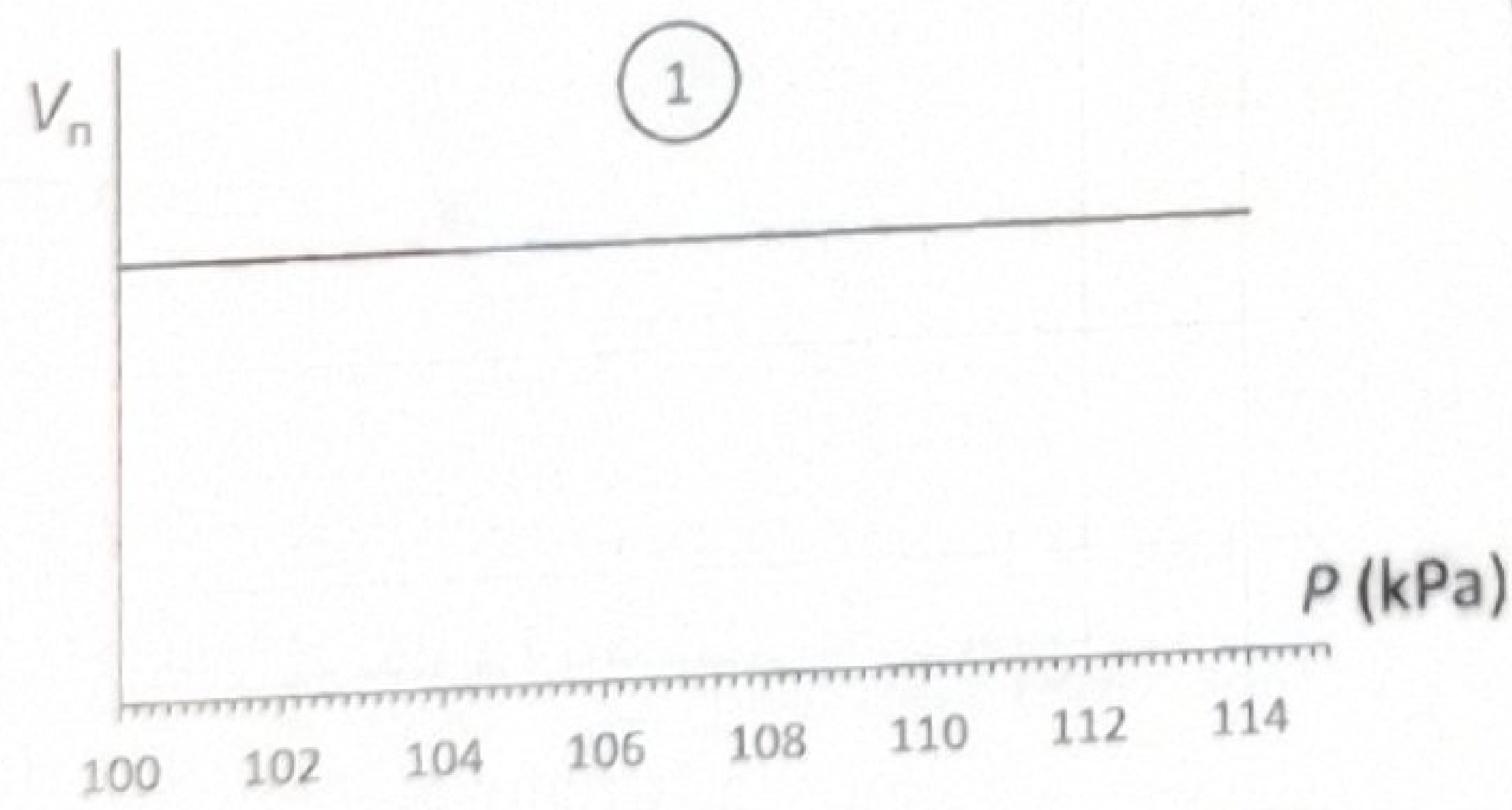
Внимание! За да получите пълен брой точки на задача 3, трябва освен ясни и точни чертежи, да дадете кратко словесно обяснение на решението. Навсякъде, където настъпва отражение и/или пречупване, означете съответните ъгли на падане, отражение и пречупване.

Работен лист към задача 3

Графики към подточка а)



Графики към подточка в)



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ

24 – 26 април 2026 г., Плевен

Тема за 8. клас (втора състезателна група)

Решения и указания за оценяване

Задача 1. а) Когато маймунката е неподвижна спрямо въженцето, на нея й действат силата на тежестта $G = mg$, насочена надолу, [0,25 т.] и силата на опън T_1 , насочена нагоре. [0,25 т.] При движение на тялото в хоризонтална посока действат силата на опън T_1 (надясно) [0,25 т.] и силата на триене $f = kMg$ (наляво). [0,25 т.] Уравненията на движение са

$$ma_1 = mg - T_1, [0,25 \text{ т.}] \quad Ma_1 = T_1 - kMg, [0,25 \text{ т.}]$$

От тях определяме

$$a_1 = \frac{m - kM}{m + M} g, [0,5 \text{ т.}] \quad T_1 = \frac{mM}{m + M} (1 + k)g, [0,5 \text{ т.}]$$

Както следва от тези изрази, движение е възможно при $m > kM$, [0,25 т.] докато при $m < kM$ [0,25 т.] имаме $a_1 = 0$ [0,25 т.] и $T_1 = mg$. [0,25 т.]

б) Ако маймунката се движи спрямо въженцето нагоре с ускорение a , уравненията на движение имат вида

$$m(a_2 - a) = mg - T_2, [0,5 \text{ т.}] \quad Ma_2 = T_2 - kMg, [0,5 \text{ т.}]$$

от които следват изразите

$$a_2 = \frac{m(1 + a/g) - kM}{m + M} g, [0,5 \text{ т.}] \quad T_2 = \frac{mM}{m + M} [(1 + k)g + a], [0,5 \text{ т.}]$$

В този случай движение е възможно, когато $m(1 + a/g) > kM$, [0,25 т.] докато при $m(1 + a/g) < kM$ [0,25 т.] имаме $a_2 = 0$ [0,25 т.] и $T_2 = m(g + a)$. [0,25 т.]

в) Ако маймунката се движи спрямо въженцето надолу с ускорение a , уравненията на движение имат вида

$$m(a_3 + a) = mg - T_3, [0,5 \text{ т.}] \quad Ma_3 = T_3 - kMg, [0,5 \text{ т.}]$$

Те се различават от уравненията в пункт б) само със замяната $a \rightarrow -a$, [0,5 т.] поради което веднага можем да запишем

$$a_3 = \frac{m(1 - a/g) - kM}{m + M} g, [0,5 \text{ т.}] \quad T_3 = \frac{mM}{m + M} [(1 + k)g - a], [0,5 \text{ т.}]$$

Решението има смисъл при $m(1 - a/g) > kM$, [0,25 т.] докато при $m(1 - a/g) < kM$ [0,25 т.] имаме $a_3 = 0$ [0,25 т.] и $T_3 = m(g - a)$. [0,25 т.]

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ

24 – 26 април 2026 г., Плевен

Тема за 8. клас (втора състезателна група)

Решения и указания за оценяване

Задача 1. а) Когато маймунката е неподвижна спрямо въженцето, на нея й действат силата на тежестта $G = mg$, насочена надолу, [0,25 т.] и силата на опън T_1 , насочена нагоре. [0,25 т.] При движение на тялото в хоризонтална посока действат силата на опън T_1 (надясно) [0,25 т.] и силата на триене $f = kMg$ (наляво). [0,25 т.] Уравненията на движение са

$$ma_1 = mg - T_1, [0,25 \text{ т.}] \quad Ma_1 = T_1 - kMg. [0,25 \text{ т.}]$$

От тях определяме

$$a_1 = \frac{m - kM}{m + M} g, [0,5 \text{ т.}] \quad T_1 = \frac{mM}{m + M} (1 + k)g. [0,5 \text{ т.}]$$

Както следва от тези изрази, движение е възможно при $m > kM$, [0,25 т.] докато при $m < kM$ [0,25 т.] имаме $a_1 = 0$ [0,25 т.] и $T_1 = mg$. [0,25 т.]

б) Ако маймунката се движи спрямо въженцето нагоре с ускорение a , уравненията на движение имат вида

$$m(a_2 - a) = mg - T_2, [0,5 \text{ т.}] \quad Ma_2 = T_2 - kMg, [0,5 \text{ т.}]$$

от които следват изразите

$$a_2 = \frac{m(1 + a/g) - kM}{m + M} g, [0,5 \text{ т.}] \quad T_2 = \frac{mM}{m + M} [(1 + k)g + a]. [0,5 \text{ т.}]$$

В този случай движение е възможно, когато $m(1 + a/g) > kM$, [0,25 т.] докато при $m(1 + a/g) < kM$ [0,25 т.] имаме $a_2 = 0$ [0,25 т.] и $T_2 = m(g + a)$. [0,25 т.]

в) Ако маймунката се движи спрямо въженцето надолу с ускорение a , уравненията на движение имат вида

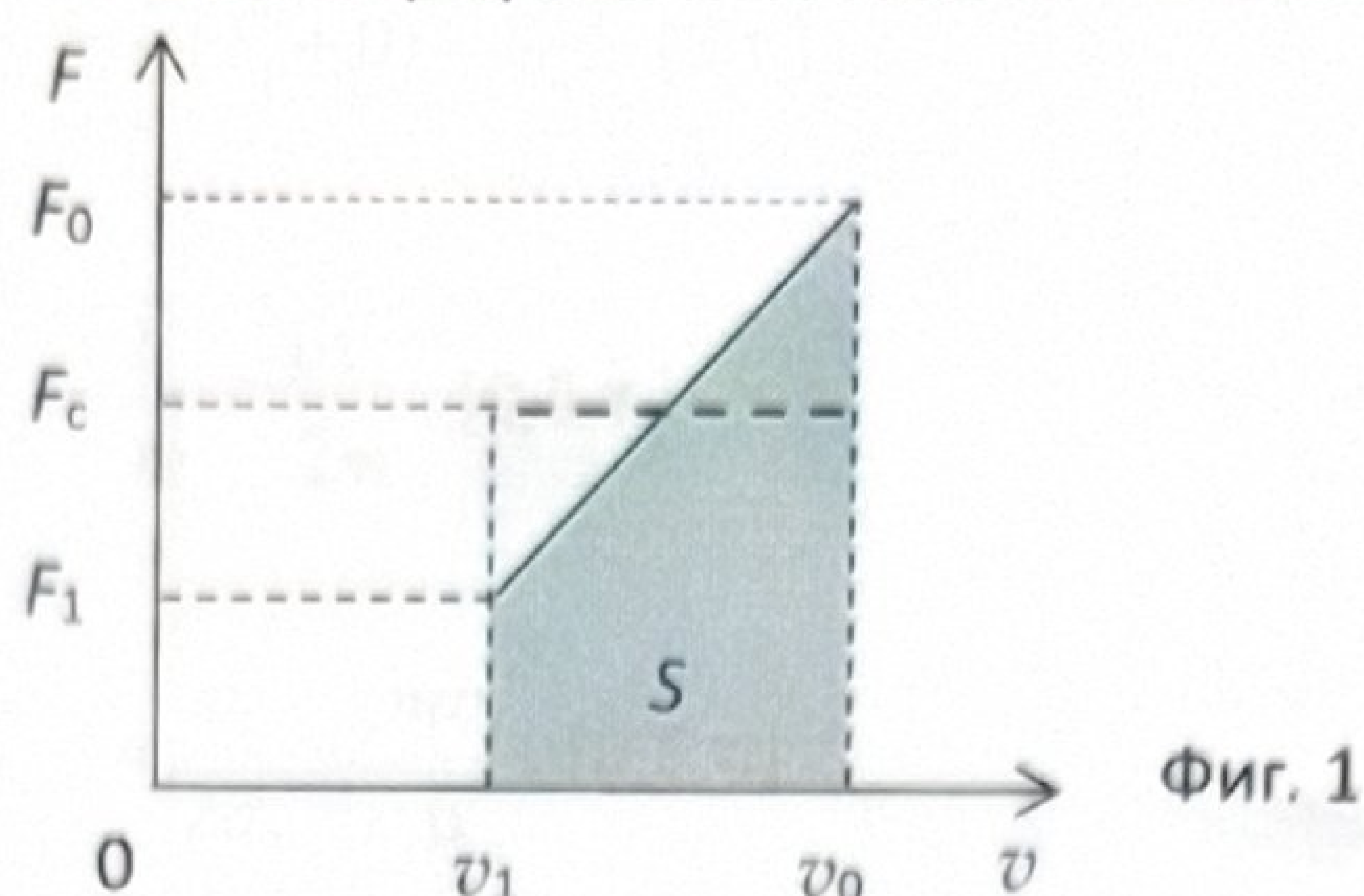
$$m(a_3 + a) = mg - T_3, [0,5 \text{ т.}] \quad Ma_3 = T_3 - kMg. [0,5 \text{ т.}]$$

Те се различават от уравненията в пункт б) само със замяната $a \rightarrow -a$, [0,5 т.] поради което веднага можем да запишем

$$a_3 = \frac{m(1 - a/g) - kM}{m + M} g, [0,5 \text{ т.}] \quad T_3 = \frac{mM}{m + M} [(1 + k)g - a]. [0,5 \text{ т.}]$$

Решението има смисъл при $m(1 - a/g) > kM$, [0,25 т.] докато при $m(1 - a/g) < kM$ [0,25 т.] имаме $a_3 = 0$ [0,25 т.] и $T_3 = m(g - a)$. [0,25 т.]

Задача 2. а) На фиг. 1 е показана графиката на силата F в зависимост от скоростта v за



стойности на скоростта между v_1 и v_0 , като $F_1 = \beta v_1$, а $F_0 = \beta v_0$. [1 т.]

б) Маркираната площ под графиката на функцията е равна на

$$S = \frac{1}{2}(F_0 + F_1)(v_0 - v_1). \text{ [0,5 т.]}$$

Мерната единица на площта S е :

$$[S] = [F] \times [v] = \text{N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{J/s} = \text{W}, \text{ [0,5 т.]}$$

т.е. това е работа, извършена за единица време, или мощност. [0,5 т.]

в) Ако въведем постоянната сила

$$F_c = \frac{1}{2}(F_0 + F_1), \text{ [0,5 т.]}$$

площта S може да се запише като площ на правоъгълник $S = F_c(v_0 - v_1)$, т.е. при определяне на изменението на скоростта можем да заменим променливата сила с постоянна по указаното по-горе правило. [0,5 т.]

г) Ще приемем, че топчето достига вертикалната стена, когато скоростта му е v_1 , като се движи под действие на постоянната сила

$$\bar{F}_1 = \frac{1}{2}(F_0 + F_1) = \frac{\beta}{2}(v_0 + v_1) \text{ [1 т.]}$$

с постоянно ускорение

$$\bar{a}_1 = \frac{\bar{F}_1}{m} = \frac{\beta}{2m}(v_0 + v_1). \text{ [0,5 т.]}$$

Тъй като е в сила съотношението при равнозакъснително движение

$$L = \frac{v_0^2 - v_1^2}{2\bar{a}_1}, \text{ [0,5 т.]}$$

след заместване на израза за $\bar{a}_1$ намираме скоростта v_1 :

$$v_1 = v_0 - \frac{\beta}{m}L. \text{ [1 т.]}$$

д) След удара в стената топчето ще измине максимално разстояние, докато скоростта му се анулира. [0,5 т.] Движението му можем да разглеждаме като равнозакъснително под действие на силата

$$\bar{F}_2 = \frac{1}{2}(F_1 + 0) = \frac{\beta v_1}{2} \text{ [1 т.]}$$

с ускорение

$$\bar{a}_2 = \frac{\bar{F}_2}{m} = \frac{\beta v_1}{2m} \text{ [0,5 т.]}$$

Тъй като имаме

$$L_{\max} = \frac{v_1^2}{2\bar{a}_2} = \frac{mv_1}{\beta} \text{ [0,5 т.]}$$

окончателно намираме

$$L_{\max} = \frac{mv_0}{\beta} \left[1 - \frac{\beta}{mv_0} L \right] \text{ [1 т.]}$$

Задача 3.

А. Ще определим дълбочината на потопяване от условието за равновесие на чашата – силата на тежестта G , действаща на чашата и съдържанието в нея, трябва да е равна на изтласкващата Архимедова сила F_A , т.е. $G = F_A$. [0,5 т.] Силата на тежестта, насочена надолу, включва две съставлящи: $G_1 = \rho(Sd)g$, където S е лицето на напречното сечение на чашата [0,5 т.] и $G_2 = \rho_1 S(H-d)g$, където H е височината на чашата. [0,5 т.] Архимедовата сила има също две компоненти: $F_1 = \rho_2(Sx)g$ [0,5 т.] и $F_2 = \rho_1 S(H-x)g$ [0,5 т.]. Тогава условието за равновесие можем да запишем във вида

$$\rho(Sd)g + \rho_1 S(H-d)g = \rho_2(Sx)g + \rho_1 S(H-x)g, \text{ [0,5 т.]}$$

откъдето намираме

$$x = \frac{\rho - \rho_1}{\rho_2 - \rho_1} d \approx 5,4 \text{ cm. [1 т.]}$$

Б. Ще означим атмосферното налягане с P_A , а налягането на течността с P . Тогава върху горното бутало действат три сили: $F_1 = P_A S_1$, надолу [0,5 т.]; $F_1' = PS_1$, нагоре [0,5 т.]; T , надолу. [0,5 т.] Буталото е неподвижно, когато

$$(1) \quad P_A S_1 + T = PS_1. \text{ [0,5 т.]}$$

Върху долното бутало действат също три сили: $F_2 = P_A S_2$, нагоре [0,5 т.]; $F_2' = PS_2 + \rho g l S_2$, надолу [0,5 т.]; T нагоре [0,5 т.]. Буталото е неподвижно, когато

$$(2) \quad P_A S_2 + T = PS_2 + \rho g l S_2. \text{ [0,5 т.]}$$

От (1) и (2) следва равенството

$$\frac{T - \rho g l S_2}{T} = \frac{S_2}{S_1}, \text{ [1 т.]}$$

откъдето намираме

$$T = \rho g l \frac{S_1 S_2}{S_1 - S_2}. \text{ [1 т.]}$$

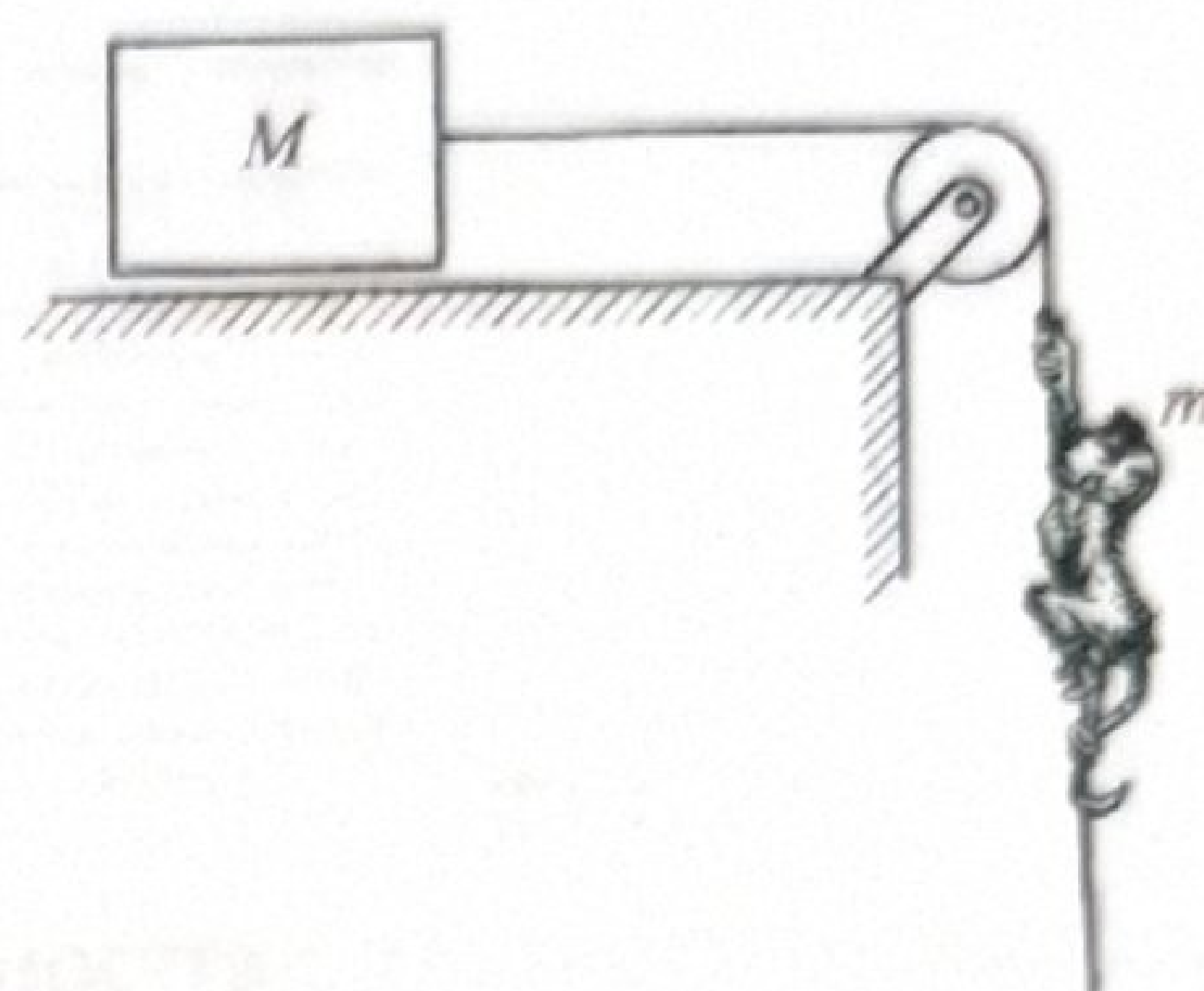
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ

24 – 26 април 2026 г., Плевен

Тема за 8. клас (втора състезателна група)

Задача 1. Движение и сили

Тънко въженце е прехвърлено през неподвижна макара, като единият му край е прикрепен към тяло с маса M , лежащо на хоризонтален плот. На другия край на въженцето се намира малка маймунка с маса m (фиг. 1). При движение на тялото по плота му действа сила на триене с коефициент k . Намерете ускоренията на тялото и маймунката спрямо плота и силата на опън на въженцето в следните три случая:



Фиг. 1

- а) маймунката е неподвижна спрямо въженцето; [3,5 т.]
б) маймунката се движи спрямо въженцето с постоянно ускорение a нагоре; [3,0 т.]
в) маймунката се движи спрямо въженцето с постоянно ускорение a надолу. [3,5 т.]

Задача 2. Променлива сила

Твърдо топче с маса m се намира на разстояние L от вертикална стена. На топчето е придадена начална скорост v_0 в посока към стената. Докато се движи към стената, на топчето действа зависеща от моментната скорост сила на съпротивление с големина:

$$F = \beta v$$

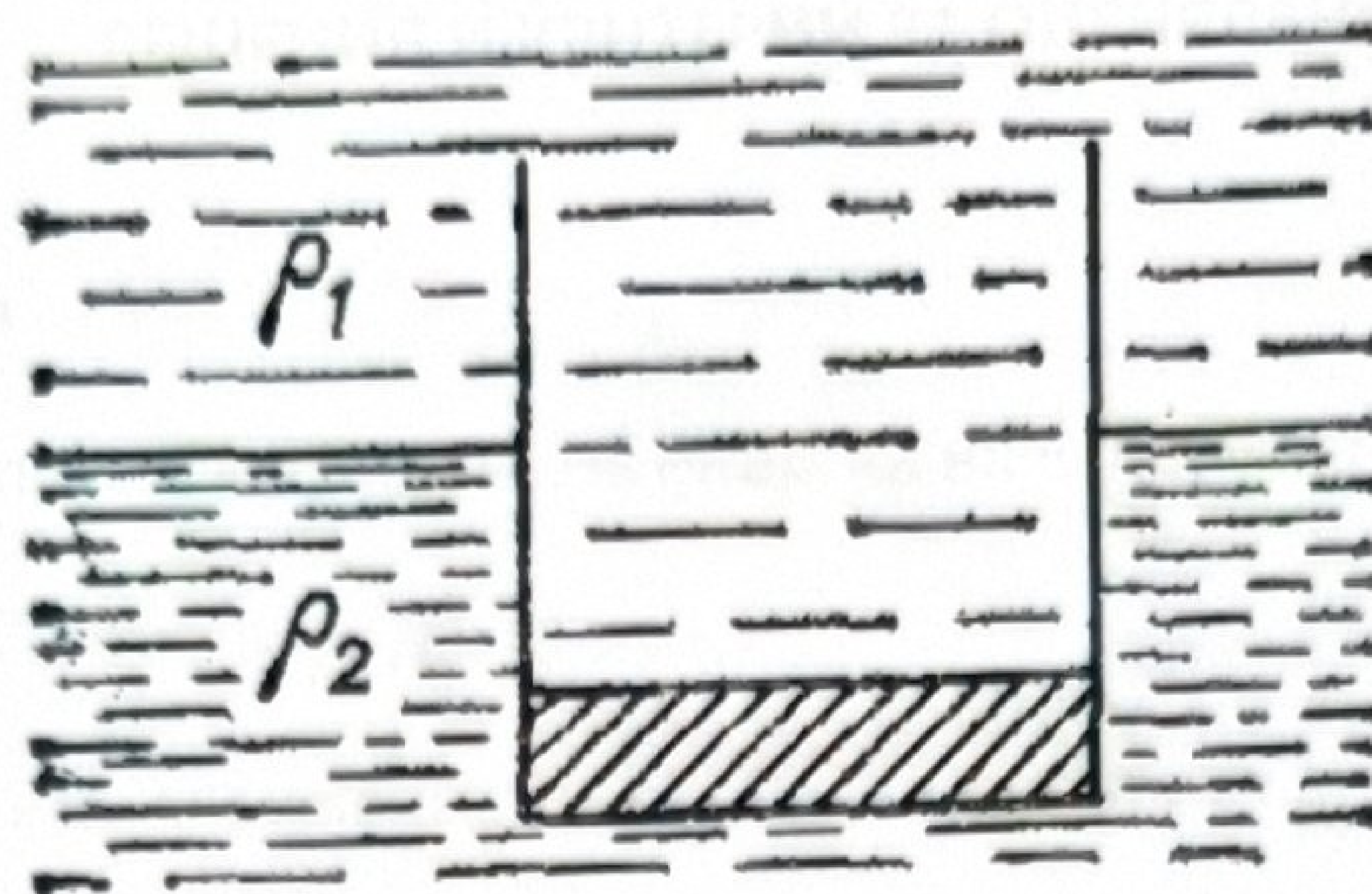
в противоположна посока спрямо скоростта v . Затова то достига стената със скорост по-малка от началната му скорост. Топчето отскача от стената в противоположна посока, със същата по големина скорост, с която се удря в нея.

Влиянието на силата на тежестта се пренебрегва.

- а) Начертайте графиката на зависимостта на силата на съпротивление от скоростта, когато скоростта се променя от v_0 до $v_1 < v_0$. [1,0 т.]
б) Определете площта S на фигурата, образувана между графиката на силата и абсцисната ос, върху която е нанесена скоростта. Каква е мерната единица на тази характеристика? Коя физична величина се измерва със същата единица? [1,5 т.]
в) С каква постоянна сила F_c можем да заменим действащата сила F на съпротивление, така че площта S да не се промени? [1,0 т.]
г) Намерете скоростта v_1 , с която топчето се удря във вертикалната стена. [3,0 т.]
д) На какво максимално разстояние $L_{\max}$ може да се отдалечи от стената топчето след удара си в нея? [3,5 т.]

Задача 3. Флуидостатика

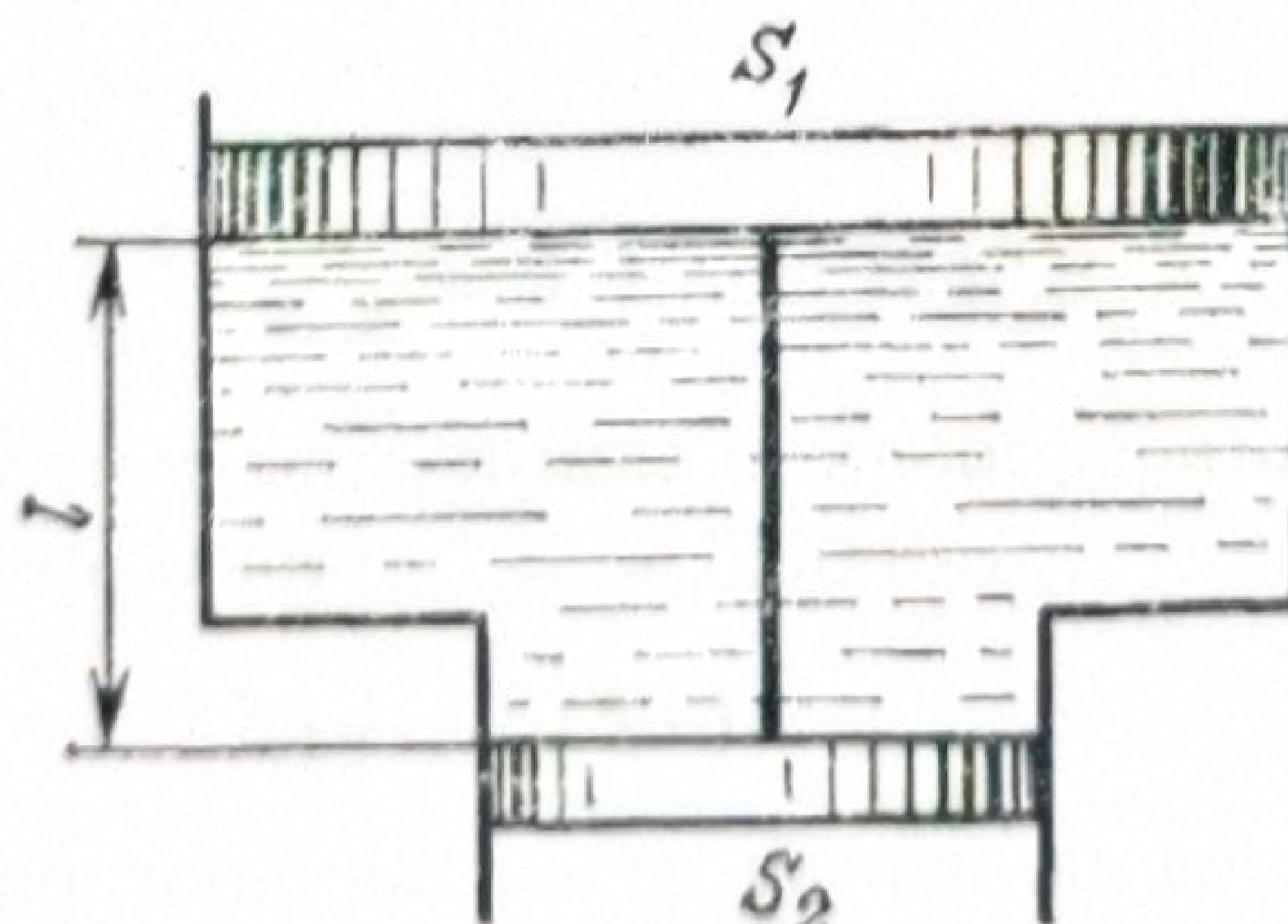
А. Тънкостенна чаша, поставена вертикално с дъното надолу, плава на границата на две несмесващи се течности съответно с плътности $\rho_1 = 1,0 \text{ g/cm}^3$ и $\rho_2 = 1,26 \text{ g/cm}^3$ (фиг. 2).



Фиг. 2

Намерете дълбочината x на потопяване на чашата в течността с плътност ρ_2 , ако дъното на чашата има дебелина $d = 1,0 \text{ cm}$, а плътността на стъклото е $\rho = 2,4 \text{ g/cm}^3$. Масата на стените на чашата се пренебрегва. [4 т.]

Б. Във вертикален съд с напречно сечение S_1 в горната част и S_2 – в долната част, се намират две бутала с пренебрежима маса, свързани чрез нишка с дължина l (фиг.3). Пространството между буталата е запълнено от течност с плътност ρ .



Фиг. 3

Цялата система е неподвижна. Намерете силата на опън T , с която нишката действа върху буталата. Вертикалният съд е отворен както отгоре, така и отдолу и атмосферното налягане следва да се отчита. Триенето се пренебрегва. Земното ускорение е g . [6 т.]

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 25 април 2026 г.

Тема за 9. клас (трета състезателна група)

РЕШЕНИЯ И КРИТЕРИИ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ

Задача 1. Завръщането

а) В началото на първия етап механичната енергия на капсулата е $E_0 = \frac{m \cdot v_0^2}{2} + m \cdot g \cdot H_0$,

а в края на етапа $E_1 = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot H_1$. (0,25 т.)

Следователно големината на механичната енергия, отнета от атмосферата, е

$$E_{\text{атм},1} = E_0 - E_1 = \frac{m}{2} \cdot (v_0^2 - v_1^2) + m \cdot g \cdot (H_0 - H_1). \text{ (0,25 т.)}$$

Заместваме числените стойности, като скоростите и височините се изразяват в SI:

$$E_{\text{атм},1} = \frac{9000}{2} \cdot [(1,10 \cdot 10^4)^2 - (3,20 \cdot 10^3)^2] + 9000 \cdot 9,8 \cdot (1,20 \cdot 10^5 - 6,00 \cdot 10^4)$$

$$E_{\text{атм},1} = 4500 \cdot (1,21 \cdot 10^8 - 1,024 \cdot 10^7) + 9000 \cdot 9,8 \cdot 6,00 \cdot 10^4.$$

$$E_{\text{атм},1} \approx 5,04 \cdot 10^{11} \text{ J. (0,5 т.)}$$

Средната сила на съпротивление през този етап се намира от $A = F_{\text{ср},1} \cdot s_1$. (0,5 т.)

$$\text{Тук } s_1 = 1500 \text{ km} = 1,50 \cdot 10^6 \text{ m.}$$

$$\text{Следователно } F_{\text{ср},1} = \frac{E_{\text{атм},1}}{s_1} = \frac{5,04 \cdot 10^{11}}{1,50 \cdot 10^6} \approx 3,36 \cdot 10^5 \text{ N. (0,5 т.)}$$

б) От условието 0,45% от енергията, отнета от атмосферата през първия етап, се поглъща от активния слой на топлинния щит: $Q_{\text{щит}} = 0,0045 \cdot E_{\text{атм},1}$.

$$Q_{\text{щит}} = 0,0045 \cdot 5,04 \cdot 10^{11} \approx 2,27 \cdot 10^9 \text{ J. (0,5 т.)}$$

Максималното количество топлина, което активният слой може да поеме само чрез нагряване до 1600°C , е

$$Q_{\text{нагр}} = M \cdot c \cdot (t_a - t_0) \text{ (0,5 т.)}$$

$$Q_{\text{нагр}} = 800 \cdot 1000 \cdot (1600 - 20) = 800 \cdot 1000 \cdot 1580 = 1,264 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

$$Q_{\text{нагр}} \approx 1,26 \cdot 10^9 \text{ J. (0,5 т.)}$$

Сравняваме: $Q_{\text{щит}} > Q_{\text{нагр}}$.

Следователно само нагряване до 1600°C не е достатъчно. Част от материала трябва да се изпари. (0,5 т.)

Оставащото количество топлина, което трябва да се поеме чрез изпаряване, е

$$Q_{\text{изп}} = Q_{\text{щит}} - Q_{\text{нагр}}. Q_{\text{изп}} \approx 2,27 \cdot 10^9 - 1,26 \cdot 10^9 = 1,01 \cdot 10^9 \text{ J.}$$

Понеже специфичната топлина на изпарение е

$$r = 2,5 \cdot 10^7 \text{ J/kg},$$

масата на изпарения материал е

$$m_{\text{изп}} = \frac{Q_{\text{изп}}}{r} = \frac{1,01 \cdot 10^9}{2,5 \cdot 10^7} \approx 40 \text{ kg. (0,5 т.)}$$

в) Между височините H_1 и H_2 капсулата се издига, а атмосферата отнема от нея механична енергия $A_2 = 1,20 \cdot 10^{10} \text{ J}$.

Затова механичната енергия на височина H_2 е равна на механичната енергия на височина H_1 , намалена с A_2 :

$$\frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot H_2 = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + m \cdot g \cdot H_1 - A_2. \text{ (0,5 т.)}$$

$$\text{Оттук } \frac{m \cdot v_2^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} - m \cdot g \cdot (H_2 - H_1) - A_2. \text{ (0,5 т.)}$$

Заместваме:

$$\frac{9000 \cdot v_2^2}{2} = \frac{9000 \cdot (3,20 \cdot 10^3)^2}{2} - 9000 \cdot 9,8 \cdot (8,50 \cdot 10^4 - 6,00 \cdot 10^4) - 1,20 \cdot 10^{10}.$$

И намираме:

$$v_2 \approx 2,66 \cdot 10^3 \text{ m/s. } v_2 \approx 2,66 \text{ km/s. (0,5 т.)}$$

г) При второто спускане атмосферата отнема механична енергия, равна на намалението на механичната енергия на капсулата:

$$E_{\text{атм},2} = \left(\frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot H_2 \right) - \left(\frac{m \cdot v_3^2}{2} + m \cdot g \cdot H_3 \right). \text{ (0,5 т.)}$$

Следователно

$$E_{\text{атм},2} = \frac{m}{2} \cdot (v_2^2 - v_3^2) + m \cdot g \cdot (H_2 - H_3). \text{ (0,5 т.)}$$

Заместваме и намираме:

$$E_{\text{атм},2} = \frac{9000}{2} \cdot [(2,66 \cdot 10^3)^2 - 150^2] + 9000 \cdot 9,8 \cdot (8,50 \cdot 10^4 - 7,00 \cdot 10^3).$$

$$E_{\text{атм},2} \approx 3,87 \cdot 10^{10} \text{ J. (0,5 т.)}$$

д) В този участък спускането се счита за вертикално, затова изминатият път е $s = H_3 - H_4$,
 $s = 7,0 \text{ km} - 3,0 \text{ km} = 4,0 \text{ km} = 4000 \text{ m. (0,1 т.)}$

Работата на силата на тежестта е положителна: $A_g = m \cdot g \cdot s. \text{ (0,1 т.)}$

Работата на силата на съпротивление на парашутите е отрицателна: $A_n = -F_n \cdot s. \text{ (0,1 т.)}$

Промяната на кинетичната енергия е $\Delta E_k = \frac{m \cdot v_4^2}{2} - \frac{m \cdot v_3^2}{2}. \text{ (0,2 т.)}$

$$\text{От ЗЗЕ: } \frac{m \cdot v_4^2}{2} - \frac{m \cdot v_3^2}{2} = m \cdot g \cdot s - F_n \cdot s. \text{ (0,5 т.)}$$

Оттук

$$F_n \cdot s = m \cdot g \cdot s + \frac{m \cdot v_3^2}{2} - \frac{m \cdot v_4^2}{2}, F_n = m \cdot g + \frac{\frac{m \cdot v_3^2}{2} - \frac{m \cdot v_4^2}{2}}{s}. \text{ (0,25 т.)}$$

Заместваме и получаваме: $F_n \approx 1,08 \cdot 10^5 \text{ N. (0,25 т.)}$

е) След височина $H_4 = 3,0 \text{ km}$ капсулата се спуска вертикално с постоянна скорост $v_5 = 8,0 \text{ m/s}$.

Следователно времето за достигане до океана е

$$t = \frac{H_4}{v_5}, H_4 = 3,0 \text{ km} = 3000 \text{ m. } t = \frac{3000}{8,0} = 375 \text{ s. } t \approx 6,25 \text{ min. (0,5 т.)}$$

Понеже скоростта е постоянна, кинетичната енергия не се изменя. Следователно разсеяната механична енергия е равна на намалението на потенциалната енергия:

$$E_{\text{разс}} = m \cdot g \cdot H_4 = 9000 \cdot 9,8 \cdot 3000 = 2,646 \cdot 10^8 \text{ J} \approx 2,65 \cdot 10^8 \text{ J. (0,5 т.)}$$

Задача 2. Приводняването

Част I

а) Тази задача се решава елегантно чрез съобразяване на симетрията на веригата. Токът влиза през възел A и излиза през възел C . Диагоналът AC разделя схемата на две напълно огледални половини. **(0,2 т.)** Точките B, D, B' и D' се намират в електрически напълно равностойни (симетрични) позиции "по средата" на пътя между входа A и изхода C . **(0,2 т.)** Следователно, напрежението между точка A и всяка от тези четири точки е точно половината от общото приложено напрежение (т.е. $U/2$). **(0,2 т.)** Щом електрическото състояние в точка B и точка B' е абсолютно еднакво, то разликата в напрежението между тях е нула. **(0,2 т.)** Тогава според закона на Ом, през свързващия резистор BB' не тече ток. По същата логика не тече ток и през резистора DD' . **(0,2 т.)**

След като през тях не тече ток, ние можем мислено да ги премахнем от схемата, без това да промени нищо. Тогава веригата се разпада на три успоредни (независими) клона, започващи от възел A и събиращи се във възел C : **(0,5 т.)**

- Клон 1 (Външен горен): Токът минава по пътя $A \rightarrow B \rightarrow C$. Това са два последователно свързани резистора. Съпротивлението е $R_1 = R + R = 2R$.
- Клон 2 (Външен долен): Токът минава по пътя $A \rightarrow D \rightarrow C$. Съпротивлението е $R_2 = R + R = 2R$.
- Клон 3 (Вътрешен): Токът тръгва от A , минава през свързващия резистор AA' , и във възел A' се разделя на две успоредни части на малкия квадрат: $A' \rightarrow B' \rightarrow C'$ и $A' \rightarrow D' \rightarrow C'$. Тези две части се събират в C' , след което токът минава през свързващия резистор $C'C$. Съпротивлението на успоредната част в малкия квадрат е $\frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R} = R$. Общото съпротивление на този трети клон е: $R_3 = R_{AA'} + R_{\text{малък_квадрат}} + R_{C'C} = R + R + R = 3R$.

Сега намираме еквивалентното съпротивление на трите успоредни клона:

$$\frac{1}{R_{\text{екв}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{3R} \quad (1 \text{ т.})$$

$$\frac{1}{R_{\text{екв}}} = \frac{2}{2R} + \frac{1}{3R} = \frac{1}{R} + \frac{1}{3R} = \frac{4}{3R}$$

$$R_{\text{екв}} = \frac{3R}{4} = \frac{3 \cdot 10}{4} = 7,5 \, \Omega \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$6) P_{\text{нагр}} = \frac{U^2}{R_{\text{екв}}} \quad (0,5 \text{ т.}) = \frac{120^2}{7,5} = \frac{14400}{7,5} = 1920 \text{ W} \quad (0,5 \text{ т.})$$

в) Буталото е в механично равновесие. Силите, които го натискат надолу, са силата на тежестта ($M \cdot g$) и силата на външното атмосферно налягане ($p_0 \cdot S$). Силата, която го бутане нагоре, е силата на натиск от газа ($p_{\text{газ}} \cdot S$).

$$p_{\text{газ}} \cdot S = p_0 \cdot S + M \cdot g \Rightarrow p_{\text{газ}} = p_0 + \frac{M \cdot g}{S} \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$p_{\text{газ}} = 100000 + \frac{100 \cdot 10}{0,05} = 100000 + 20000 = 120000 \text{ Pa} = 120 \text{ kPa} \quad (0,5 \text{ т.})$$

г) Количеството топлина Q , предадено на газа за 10 s при мощност 2000 W, е:

$Q = P \cdot t = 2000 \cdot 10 = 20000 \text{ J} \quad (0,25 \text{ т.})$ Тъй като буталото се движи свободно при постоянно атмосферно налягане, процесът е изобарен ($p_{\text{газ}} = \text{const}$). $(0,25 \text{ т.})$ Според първия принцип на термодинамиката: $Q = \Delta U + A$. $(0,25 \text{ т.})$ От формулата в условието знаем, че промяната на вътрешната енергия е $\Delta U = \frac{3}{2} p \cdot \Delta V$. Механичната работа при изобарен процес се изразява като $A = p \cdot \Delta V$. Следователно $\Delta U = \frac{3}{2} A$. $(0,25 \text{ т.})$ Заместваме в първия принцип: $Q = \frac{3}{2} A + A = \frac{5}{2} A \quad (0,5 \text{ т.})$

$$\text{Оттук намираме работата: } A = \frac{2}{5} Q = \frac{2}{5} \cdot 20000 = 8000 \text{ J} \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$\Delta U = Q - A = 20000 - 8000 = 12000 \text{ J} \quad (0,5 \text{ т.})$$

д) Работата на газа зависи от изменението на обема му ΔV : $A = p_{\text{газ}} \cdot \Delta V \quad (0,25 \text{ т.})$

Изменението на обема в цилиндъра е равно на площта на основата по височината на издигане на буталото: $\Delta V = S \cdot h$. $(0,25 \text{ т.})$

$$A = p_{\text{газ}} \cdot S \cdot h \Rightarrow h = \frac{A}{p_{\text{газ}} \cdot S} \quad (0,5 \text{ т.})$$

Заместваме с намерените стойности:

$$h = \frac{8000}{120000 \cdot 0,05} = \frac{8000}{6000} = \frac{4}{3} \approx 1,33 \text{ m} \quad (0,5 \text{ т.})$$

е) Тъй като процесът на разширение е изобарен ($p = \text{const}$), за идеалния газ е в сила законът на Гей-Люсак: $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad (0,25 \text{ т.})$

Началният обем на газа е $V_1 = S \cdot h_1$, а крайният обем е $V_2 = S \cdot (h_1 + h)$. Заместваме във формулата:

$$\frac{S \cdot h_1}{T_1} = \frac{S \cdot (h_1 + h)}{T_2} \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{h_1 + h}{h_1} \quad (0,25 \text{ т.})$$

Използваме точната стойност за височината $h = 4/3 \text{ m}$:

$$T_2 = 300 \cdot \frac{2 + \frac{4}{3}}{2} = 150 \cdot \left(2 + \frac{4}{3}\right) = 300 + 200 = 500 \text{ К (0,5 т.)}$$

ЗАДАЧА 3. Спасяването

а) Когато капсулата плава, силата на тежестта се уравнисява от изтласкващата сила. Затова масата на изместената вода е равна на масата на капсулата:

$$\rho \cdot V_{\text{изм}} = m. \text{ Следователно } V_{\text{изм}} = \frac{m}{\rho}. \text{ (0,5 т.)}$$

$$V_{\text{изм}} = \frac{9000}{1030} \text{ m}^3 \approx 8,74 \text{ m}^3. \text{ (0,5 т.)}$$

Обемът от капсулата, който остава над водата, е

$$V_{\text{над,0}} = V_0 - V_{\text{изм}} = 9,20 - 8,74 = 0,46 \text{ m}^3. \text{ (0,5 т.)}$$

б) За първите 40 min в капсулата навлиза вода с маса

$$m_w = \mu \cdot t = 35 \cdot 40 = 1400 \text{ kg. (0,5 т.)}$$

Общата маса на капсулата с попадналата вода е

$$m' = m + m_w = 9000 + 1400 = 10400 \text{ kg.}$$

Необходимият изместен обем вода е

$$V'_{\text{изм}} = \frac{m'}{\rho} = \frac{10400}{1030} \approx 10,10 \text{ m}^3. \text{ (0,5 т.)}$$

Общият външен обем на капсулата и пояса е $V_0 + V_p$.

За да останат най-малко $V_{\text{над}} = 1,50 \text{ m}^3$ над водата, трябва да е изпълнено

$$V_0 + V_p - V'_{\text{изм}} \geq V_{\text{над}}. \text{ (0,5 т.)}$$

Оттук

$$V_p \geq V_{\text{над}} + V'_{\text{изм}} - V_0. \quad V_p \geq 1,50 + 10,10 - 9,20 = 2,40 \text{ m}^3. \text{ (0,5 т.)}$$

в) Реалният обем на пояса е $V_p = 2,60 \text{ m}^3$.

Тогава общият външен обем на капсулата и пояса е $V_{\text{общ}} = V_0 + V_p = 9,20 + 2,60 = 11,80 \text{ m}^3$.

За да остане над водата обем не по-малък от $1,50 \text{ m}^3$, най-големият допустим изместен обем е

$$V_{\text{изм,мах}} = V_{\text{общ}} - V_{\text{над}} = 11,80 - 1,50 = 10,30 \text{ m}^3. \text{ (0,5 т.)}$$

На този изместен обем съответства най-голямата допустима обща маса на капсулата с водата вътре:

$$m_{\text{мах}} = \rho \cdot V_{\text{изм,мах}} = 1030 \cdot 10,30 = 10609 \text{ kg. (0,25 т.)}$$

Следователно най-голямата допустима маса вода вътре в капсулата е

$$m_{w,\text{мах}} = m_{\text{мах}} - m = 10609 - 9000 = 1609 \text{ kg. (0,5 т.)}$$

До 90-тата минута в капсулата би навлязла вода с маса

$$m_{w,вх} = \mu \cdot 90 = 35 \cdot 90 = 3150 \text{ kg. (0,25 т.)}$$

Помпата работи от 40-тата до 90-тата минута, т.е. в продължение на

$$\Delta t = 90 - 40 = 50 \text{ min.}$$

Ако тя изхвърля вода със скорост μ_p , изпомпаната маса е

$$m_{изпомп} = \mu_p \cdot 50.$$

За да е изпълнено условието за безопасност през целия интервал, най-строго условие е в края на интервала, защото масата на водата е най-голяма тогава. Следователно

$$3150 - \mu_p \cdot 50 \leq 1609. \text{ (0,5 т.)}$$

Оттук

$$\mu_p \cdot 50 \geq 3150 - 1609 = 1541. \quad \mu_p \geq \frac{1541}{50} \approx 30,8 \text{ kg/min. (0,5 т.)}$$

г) Допълнителното налягане на водата на дълбочина h е

$$p = \rho \cdot g \cdot h. \quad p = 1030 \cdot 10 \cdot 0,80 = 8240 \text{ Pa. (0,5 т.)}$$

$$\text{Силата върху люка е } F = p \cdot S = 8240 \cdot 0,25 = 2060 \text{ N. (0,5 т.)}$$

д) Разстоянието от капсулата до микрофон А се намира от времето за достигане на звуковия сигнал:

$$r_A = u \cdot t_A \approx 1000 \text{ m. (0,5 т.)}$$

Разстоянието до микрофон В е

$$r_B = u \cdot t_B = 1500 \cdot 0,800 = 1200 \text{ m. (0,5 т.)}$$

Избираме правоъгълна координатна система така, че микрофон А е в началото, а оста x е насочена от А към В. Тогава В лежи на оста x , на разстояние 1000 m от А. Нека координатите на капсулата са (x, y) .

От разстоянието до А:

$$x^2 + y^2 = r_A^2. \quad x^2 + y^2 = 1000^2. \text{ (0,5 т.)}$$

От разстоянието до В:

$$(x - 1000)^2 + y^2 = r_B^2. \quad (x - 1000)^2 + y^2 = 1200^2. \text{ (0,5 т.)}$$

Изваждаме първото уравнение от второто:

$$(x - 1000)^2 - x^2 = 1200^2 - 1000^2.$$

$$x^2 - 2000x + 1000^2 - x^2 = 1440000 - 1000000.$$

$$-2000x + 1000000 = 440000.$$

$$-2000x = -560000.$$

$$x = 280 \text{ m. (0,5 т.)}$$

Сега намираме y от

$$x^2 + y^2 = 1000^2.$$

$$y^2 = 1000^2 - 280^2.$$

$$y^2 = 1000000 - 78400 = 921600.$$

$$y = 960 \text{ m.}$$

Понеже по условие търсим положението с $y > 0$, получаваме $y = 960 \text{ m. (0,5 т.)}$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 25 април 2026 г.

Тема за 9. клас (трета състезателна група)

Задача 1. Завръщането

Пилотируваният кораб Orion от мисията Artemis II се връща към Земята след прелитане около Луната. Ще разгледаме опростен модел на навлизането му в атмосферата, работата на топлинния му щит и спускането с парашути. Да се приеме $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Капсулата с маса $m = 9000 \text{ kg}$ навлиза в атмосферата на височина $H_0 = 120 \text{ km}$ със скорост $v_0 = 11,0 \text{ km/s}$. От тази височина, спускането ѝ до земната повърхност протича на няколко етапа.

В първия етап на интензивно спиране капсулата достига височина $H_1 = 60 \text{ km}$ със скорост $v_1 = 3,20 \text{ km/s}$, като изминават път $s_1 = 1500 \text{ km}$. Да се счита, че средната сила на съпротивление на въздуха през този етап е постоянна и е насочена срещу посоката на движението. Топлинният щит на капсулата има активен слой с маса $M = 800 \text{ kg}$ и начална температура при навлизане в атмосферата $t_0 = 20^\circ\text{C}$, специфичен топлинен капацитет $c = 1000 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ и специфична топлина на изпарение $r = 2,5 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$. Активният слой започва да се разрушава при температура $t_a = 1600^\circ\text{C}$, при която на практика директно се изпарява, без да се топи. Да се приеме, че 0,45% от „загубената“ механична енергия на капсулата, се поглъща като топлина от активния слой на щита. При механичните пресмятания може да се пренебрегне изменението на масата на капсулата поради разрушаването на топлинния ѝ щит.

На втория етап капсулата „отскача“ от по-плътните слоеве на атмосферата и временно се издига до височина $H_2 = 85 \text{ km}$. По време на издигането от H_1 до H_2 силата на въздушно съпротивление извършва върху капсулата работа с големина $A_2 = -1,20 \cdot 10^{10} \text{ J}$.

На третия етап, капсулата отново се спуска надолу до височина $H_3 = 7,0 \text{ km}$, където скоростта ѝ става $v_3 = 150 \text{ m/s}$ и се отварят първите парашути. В участъка от височина H_3 до височина $H_4 = 3,0 \text{ km}$ спускането е вертикално надолу. Приемете, че средната сила на съпротивление на първите парашути в този участък е постоянна и насочена нагоре. На височина H_4 скоростта намалява до $v_4 = 70 \text{ m/s}$. Тогава се отварят главните парашути и скоростта пада почти мигновено до $v_5 = 8,0 \text{ m/s}$ и капсулата се спуска вертикално с тази постоянна скорост до океана.

- а) С колко намалява механичната енергия на капсулата през първия етап на спускането $H_0 \rightarrow H_1$. Да се намери и средната сила на съпротивление през този етап. **(2 т.)**
- б) Какво количество топлина получава активният слой на топлинния щит през първия етап? Достатъчно ли е само нагряване до 1600°C , без изпаряване на материал? Ако не е достатъчно, да се намери масата на изпарения материал. **(2,5 т.)**
- в) Да се намери скоростта на капсулата в края на втория етап, на височина H_2 , като се използва дадената работа A_2 на съпротивлението на атмосферата. **(1,5 т.)**

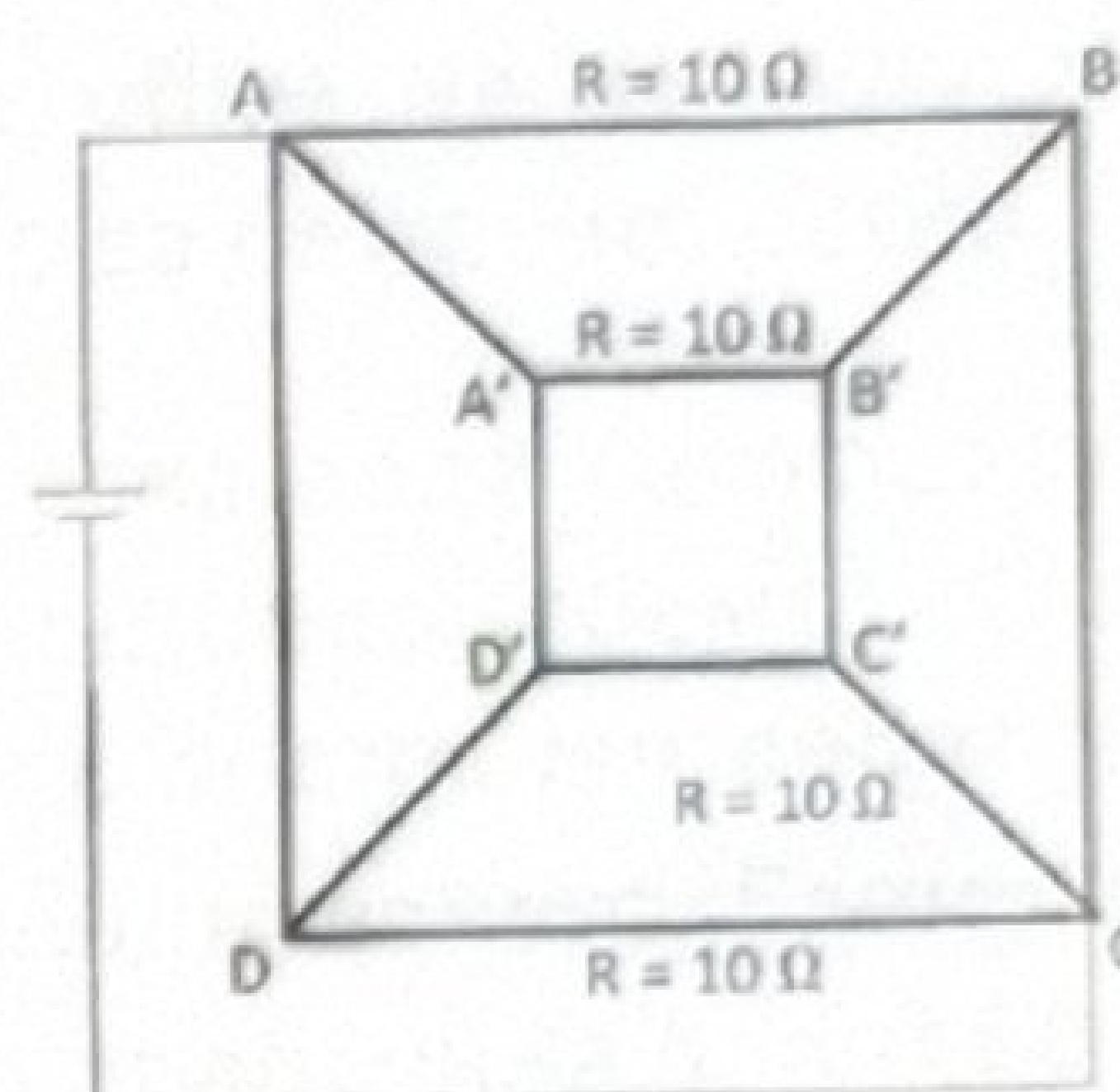
- г) С колко намалява механичната енергия на капсулата на третия етап, $H_2 \rightarrow H_3$. **(1,5 т.)**
 д) Да се намери средната сила на съпротивление на първите парашути в участъка $H_3 \rightarrow H_4$. **(1,5 т.)**
 е) Да се намери времето за спускане от $H_4 = 3,0 \text{ km}$ до океана при постоянна скорост. С колко намалява механичната енергия в този последен участък? **(1 т.)**

Задача 2. Приводняването

Капсулата *Orion* се приводнява в Тихия океан. За да се гарантира безопасността на екипажа, се активира хибридна система, която използва електрическа енергия както за отопление, така и за пневматично стабилизиране на капсулата.

Част I

Резервният електрически нагревател на *Orion* е изработен под формата на голям квадрат $ABCD$, в който е разположен по-малък квадрат $A'B'C'D'$, както е показано на схемата. Съответните върхове на двата квадрата са свързани с проводници (върх A с A' , B с B' , C с C' и D с D'). Всичките 12 отсечки (4-те страни на големия квадрат, 4-те страни на малкия и 4-те свързващи отсечки) представляват нагревателни елементи с еднакво съпротивление $R = 10 \Omega$. Системата се захранва, като към двата срещуположни върха на големия квадрат (точки A и C) се подава постоянно напрежение $U = 120 \text{ V}$.



- а) Определете еквивалентното съпротивление $R_{\text{екв}}$ на тази нагревателна мрежа. **(3 т.)**
 б) Изчислете общата топлинна мощност $P_{\text{нагр}}$, която се отделя от мрежата. **(1 т.)**

Част II

Пневматичната система на капсулата се състои от вертикален цилиндричен съд с площ на напречното сечение $S = 0,05 \text{ m}^2$, затворен отгоре с херметично, движещо се без триене масивно бутало с маса $M = 100 \text{ kg}$. Под буталото се намира идеален газ. Началната височина на буталото над дъното на цилиндъра е $h_1 = 2 \text{ m}$, а началната температура на газа е $T_1 = 300 \text{ K}$. Вътре в капсулата (над буталото) се поддържа постоянно налягане, равно на нормалното атмосферно налягане $p_0 = 100 \text{ kPa}$. Земното ускорение е $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Използвайте, че вътрешната енергия на идеалния газ в цилиндъра е $U = \frac{3}{2} pV$, където p е налягането на газа, а V – неговият обем.

Газът в цилиндъра се загрява от нагревател с мощност $P = 2000 \text{ W}$ в продължение на време $t = 10 \text{ s}$. Считаме, че 100% от отделената от нагревателя енергия се предава на газа като топлина, при което газът се разширява и повдига буталото.

- в) Изчислете налягането $p_{\text{газ}}$ на газа под буталото. **(1 т.)**
 г) Пресметнете работата A , която газът извършва при това разширение, както и промяната на вътрешната му енергия ΔU . **(2,5 т.)**

- д) На каква височина h спрямо първоначалното си положение ще се издигне буталото след тези 10 секунди нагряване? (1,5 т.)
- е) Определете крайната температура T_2 на газа след края на нагряването. (1 т.)

Задача 3. Спасяването

След приводняването в Тихия океан спасителният екип трябва да оцени дали капсулата ще остане на повърхността при частично навлизане на вода, каква трябва да бъде работата на системата за отводняване и къде точно се намира капсулата спрямо спасителния кораб. Ще използваме следния опростен модел. Масата на капсулата без попаднала в нея вода е $m = 9000 \text{ kg}$, а външният ѝ обем, без надуваемия стабилизиращ пояс, е $V_0 = 9,20 \text{ m}^3$. Плътността на морската вода е $\rho = 1030 \text{ kg/m}^3$, а земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$. За безопасност, трябва най-малко $V_{\text{над}} = 1,50 \text{ m}^3$ от общия външен обем на капсулата и надуваемия пояс да останат над водата. Масата на надуваемия пояс да се пренебрегне.

След приводняването има теч в капсулата, при което навлиза морска вода с постоянен дебит $\mu = 35 \text{ kg/min}$ (дебит е масата вода, която преминава за единица време). След време 40 min се включва помпа, която изхвърля вода от капсулата с постоянен дебит μ_p . Спасителният екип трябва да пристигне най-късно 90 min след приводняването. Един люк на капсулата има площ $S = 0,25 \text{ m}^2$. Центърът на люка се намира на дълбочина $h = 0,80 \text{ m}$ под водната повърхност. Приемаме, че люкът е плосък. Налягането на въздуха вътре в капсулата е равно на атмосферното. Да се намери само допълнителната сила върху люка, дължаща се на налягането на водата. При пресмятането да се счита, че налягането върху целия люк е равно на налягането на дълбочина h .

За откриване на капсулата се използва устройство на капсулата, което изпраща кратки звукови сигнали във водата. Скоростта на звука във водата е $u = 1500 \text{ m/s}$, а честотата на звуковия сигнал е $f = 30,0 \text{ kHz}$. Спасителният екип е поставил във водата два подводни микрофона (уреди, които приемат звукови сигнали във водата). Ще ги означим с A и B . Те са закрепени към два плаващи буя и се намират на разстояние $AB = 1000 \text{ m}$ един от друг. Моментът, в който капсулата изпраща кратък звуков сигнал, е известен. Сигналът достига до микрофон A след $t_A = 0,667 \text{ s}$, а до микрофон B след $t_B = 0,800 \text{ s}$. Да се разглежда поглед отгоре към водната повърхност, като дълбочината на устройството, което изпраща сигнала, се пренебрегва. Изберете правоъгълна координатна система в тази хоризонтална равнина така, че микрофон A да е в началото, а оста x да е насочена от A към B . Оста y е перпендикулярна на оста x . Да се търси положението на капсулата от едната страна на правата AB , като се приеме, че $y > 0$. Да се намери:

- а) Какъв обем вода измества капсулата без попаднала вода и без надуваем пояс? Какъв обем от капсулата остава над водата? (1,5 т.)
- б) Какъв минимален обем V_p трябва да има надуваемият пояс, така че след първите 40 min, преди включване на помпата, над водата да останат най-малко $1,50 \text{ m}^3$? (2 т.)

в) Нека реалният обем на надуваемия пояс е $V_p = 2,60 \text{ m}^3$. След 40-тата минута се включва помпа, която изхвърля вода от капсулата с постоянен дебит μ_p . Каква е най-малката стойност на μ_p , измерена в kg/min , така че до пристигането на спасителния екип, т.е. до 90-тата минута, капсулата да не потъва повече от допустимото (над водата винаги да остават поне $1,50 \text{ m}^3$ от общия външен обем на капсулата и пояса)? **(2,5 т.)**

г) Каква е допълнителната сила върху люка, дължаща се на хидростатичното налягане на морската вода? **(1 т.)**

д) Да се намери положението на капсулата спрямо двата подводни микрофона. В описаната координатна система да се намерят координатите x и y на устройството на капсулата, което изпраща звуковия сигнал. **(3 т.)**

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

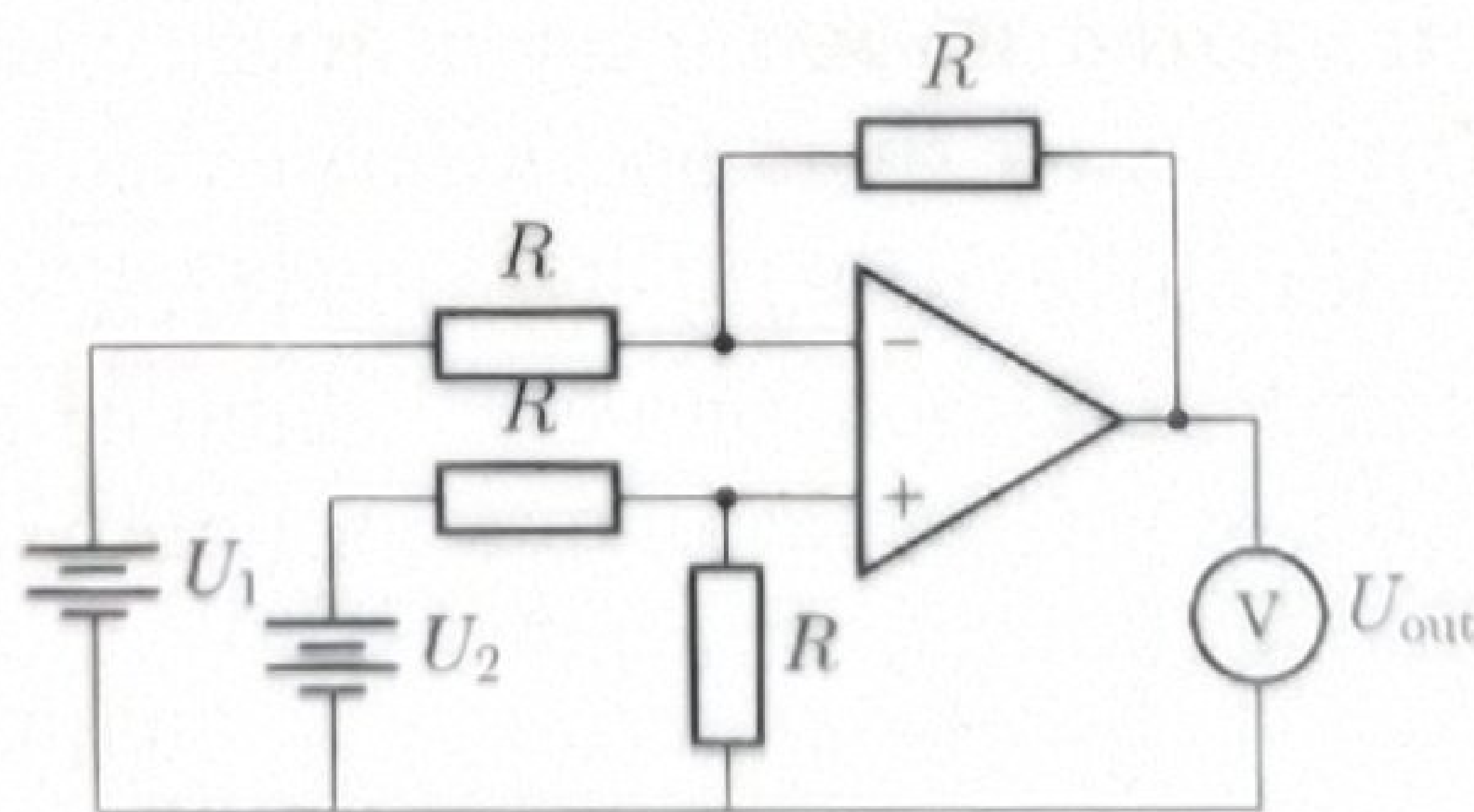
25 април 2026 г.

Тема за X клас (четвърта състезателна група)

Примерни решения и указания

Решение на задача 1 – Операционен усилвател (10 т.)

- а) Неинвертиращият вход е с напрежение $U_+ = 0$ и следователно $U_- = 0$ (0.5 т.). От закона на Кирхоф за токовете, приложен за възела при инвертиращия вход, следва, че $I_1 = I_2$, понеже никакъв ток не влиза в ОУ ($I_- = 0$) (0.5 т.). Тогава $(U_{in} - U_-)/R_1 = I_1 = I_2 = (U_- - U_{out})/R_2$ (1.0 т.). Откъдето $U_{out} = (-R_2/R_1)U_{in}$ (0.5 т.).
- б) Неинвертиращият вход е с напрежение $U_+ = U_{in}$ и следователно $U_- = U_{in}$ (0.5 т.). От закона на Кирхоф за токовете, приложен за възела при инвертиращия вход, следва, че $I_1 = I_2$, понеже никакъв ток не влиза в ОУ ($I_- = 0$) (0.5 т.). Тогава $(U_- - 0)/R_1 = I_1 = I_2 = (U_{out} - U_-)/R_2$ (1.0 т.). Откъдето $U_{out} = (1 + R_2/R_1)U_{in}$ (0.5 т.).
- в) Неинвертиращият вход е с напрежение $U_+ = 0$ и следователно $U_- = 0$ (0.5 т.). Оттук $I_1 = U_1/R$ (0.5 т.) и $I_2 = U_2/R$ (0.5 т.). От закона на Кирхоф $I = I_1 + I_2 = (U_1 + U_2)/R$ (0.5 т.). Но $IR = U_- - U_{out} = -U_{out}$ (0.5 т.) $\Rightarrow U_{out} = -(U_1 + U_2)$ (0.5 т.).
- г) Съответната схема е показана на фиг. 1. Лесно се съобразява, че $U_+ = U_2/2$. Токът през обратната връзка е равен на тока през U_1 , заради първото златно правило. Оттук $(U_{out} - U_-)/R = (U_- - U_1)/R$. Следователно $2U_- = 2U_+ = U_2 = U_{out} + U_1$, откъдето $U_{out} = U_2 - U_1$, което беше желано. (2.0 т.)



Фигура 1: Класически диференциален усилвател

За любознателните:

- По принцип, идеалните операционни усилватели имат свойството $\mathcal{E} = GU_{\pm} = G(\varphi_+ - \varphi_-)$, където $\varphi_{\pm}$ са електрическите потенциални на входовете, а G е коефициент на усилване и е много голямо число, което може да се приеме за безкрайно (за реалните усилватели е от порядъка на 10^6). Оттук, $U_{\pm} = \mathcal{E}/G \approx 0$, откъдето идва и даденото свойство в условието.
- Първите две схеми се наричат съответно *инвертиращ* и *неинвертиращ усилвател* и се използват за усилване на сигнали. Третата схема се използва като аналогов суматор, а четвъртата – като аналогов субтрактор и се нарича *диференциален усилвател*.
- С помощта на операционни усилватели могат да се конструират различни усилватели, логически оператори, регулируеми източници на напрежение и ток, функционални генератори и много други.

Решение на задача 2 – MHD помпа (10 т.)

- а) Свободен заряд q в металната пръчка се движи заедно с нея със скорост v и следователно му действа магнитната сила на Лоренц $F_m = qvB$, която е насочена по дължината на пръчката (0.5 т.). Работата на тази сила при преместване на заряда от единия край до другия край на пръчката е $A = F_m l = qvBl$ (0.5 т.). Тъй като $\mathcal{E}_{\text{ind}} = A/q$ имаме $\mathcal{E}_{\text{ind}} = lvB$ (0.5 т.).

Алтернативно решение: Този резултат може да се получи и чрез закона на Фарадей. При движението си за време Δt , пръчката замиа площ $\Delta S = lv\Delta t$. Потокът на магнитното поле през тази площ е $\Delta\Phi_B = B\Delta S = lvB\Delta t$. Оттук, от закона на Фарадей, $\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\Delta\Phi_B/\Delta t = -lvB$. Знакът минус е вследствие на закона на Ленц, който е отчетен по-нататък.

- б) Токът през течния натрий е $I = U/R$ (0.2 т.). Следователно на тази част от натрия действа магнитна сила с големина $F_m = BIh = UBh/R$ наляво (0.3 т.). На тази същата част действа и хидростатичното налягане $p = \rho gH$ със сила $F_p = p \cdot wh = \rho gHwh$, където wh е площта на напречното сечение на тръбата (0.5 т.). За да работи помпата и да ускорява натрия по тръбата противно на гравитацията, трябва $F_m \geq F_p$, откъдето следва, че при максималната денивелация H_{max} натрият е в равновесие, т.е. $F_m = F_p$ (0.5 т.). Откъдето $H_{\text{max}} = UB/(R\rho wg)$ (0.5 т.).
- в) Когато натрият започне да се движи със скорост v , се поражда индуцирано ЕДН $\mathcal{E}_{\text{ind}} = Bvh$, което се противопоставя на движещата сила на източника U (0.5 т.). Когато $U = \mathcal{E}_{\text{ind}}$, ток няма да тече и съответно няма да действа магнитна сила на флуида, която да го ускорява по тръбата, т.е. ще бъде постигната максималната скорост (0.5 т.). Оттук $v_{\text{max}} = U/(Bh)$ (0.5 т.) и съответно $v_{\text{max}} \cdot (wh) = Q_{\text{max}} = wU/B$ (0.5 т.).
- г) При отлична от 0 денивелация H , стационарно състояние се постига при $F_p = F_m$, т.е. $F_p = \rho gH(wh) = F_m = BhI$ (0.5 т.). С отчитане на индуцираното напрежение имаме $I = (U - \mathcal{E}_{\text{ind}})/R = U/R - Bhv/R$ (0.5 т.). Оттук:

$$\rho gHw = B \frac{U - Bhv}{R} \Rightarrow v = \frac{U}{Bh} \left(1 - \frac{R\rho wgH}{UB} \right) = v_{\text{max}} \left(1 - \frac{H}{H_{\text{max}}} \right) \quad (1.0 \text{ т.})$$

Следователно $Q = Q_{\text{max}}(1 - H/H_{\text{max}})$ (0.5 т.).

- д) Пълната електрическа мощност е $P_e = UI$ (0.5 т.), а механичната мощност е равна на мощността на магнитната сила, т.е. $P_{\text{мех}} = F_m v = BhIv$ (1.0 т.), откъдето

$$\eta = \frac{P_{\text{мех}}}{P_e} = \frac{BhIv}{UI} = \frac{Bh}{U} v = \frac{v}{v_{\text{max}}} \Rightarrow \eta = 1 - \frac{H}{H_{\text{max}}} \quad (0.5 \text{ т.})$$

Алтернативно решение: Пълната електрическа мощност е

$$P_e = UI = \frac{U^2}{R} - \frac{UBhv}{R} = \frac{U^2}{R} - \frac{UBh}{R} \frac{U}{Bh} \left(1 - \frac{H}{H_{\text{max}}} \right) = \frac{U^2}{R} \frac{H}{H_{\text{max}}}$$

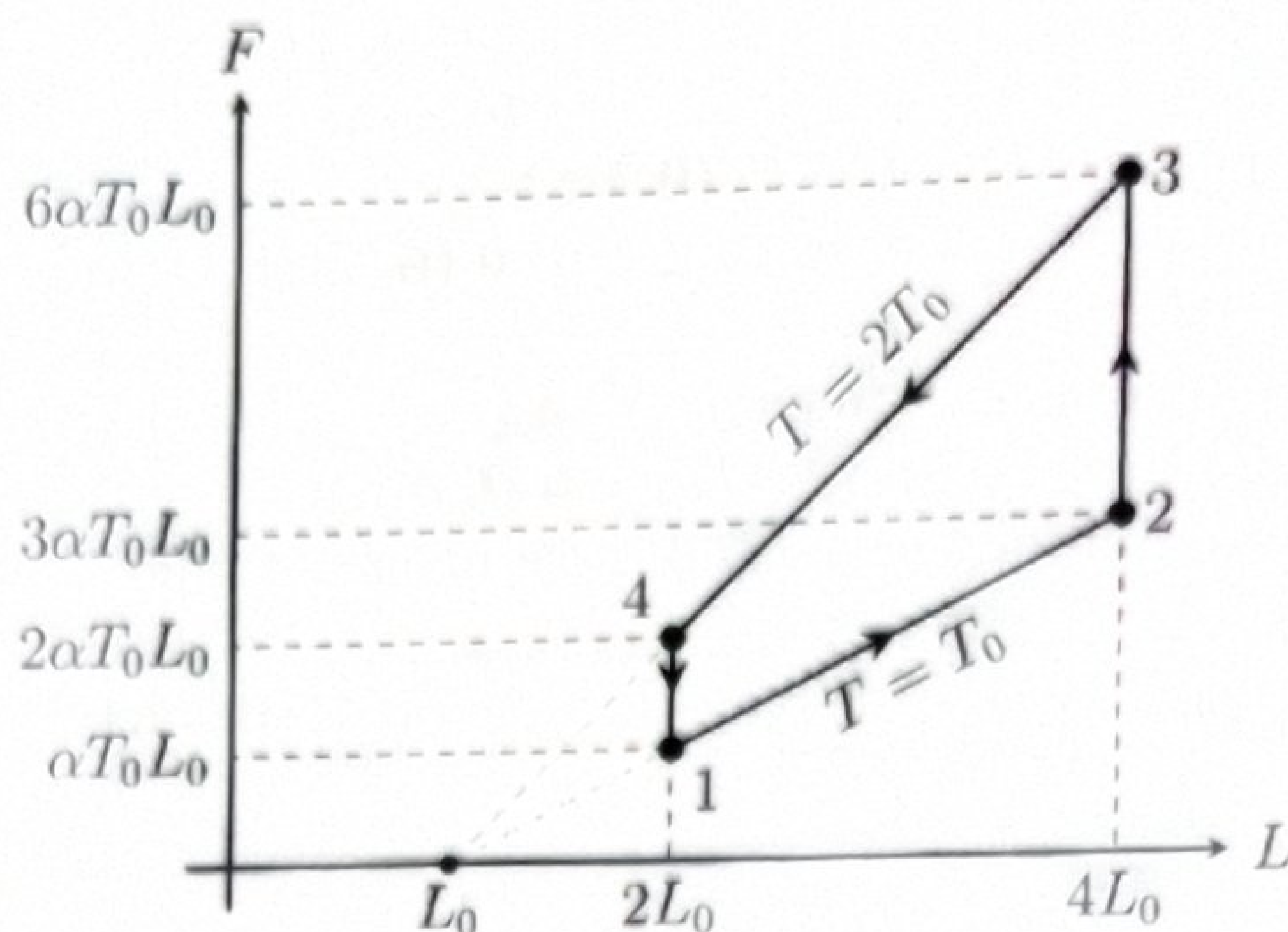
Механичната мощност се състои в работата за единица време за издигане на количество натрий на височина H противно на гравитацията, т.е. $P_{\text{мех}} = \Delta A/\Delta t = (\Delta m/\Delta t)gH$, където $\Delta m/\Delta t$ е изпомпаната маса на натрий за единица време. Но $\Delta m/\Delta t = Q\rho$. Следователно:

$$P_{\text{мех}} = \rho gHQ = \rho gHQ_{\text{max}} \left(1 - \frac{H}{H_{\text{max}}} \right) = \frac{\rho gwU}{B} \left(1 - \frac{H}{H_{\text{max}}} \right) H$$

Откъдето

$$\eta = \frac{P_{\text{мех}}}{P_e} = \frac{\rho gwU}{B} \frac{RH_{\text{max}}}{U^2} \left(1 - \frac{H}{H_{\text{max}}} \right) \Rightarrow \eta = 1 - \frac{H}{H_{\text{max}}}$$

Решение на задача 3 – Топлинен двигател с ластик (10 т.)



Фигура 2: Работен цикъл

- а) Добре е да се отбележи формалната аналогия между обем на газ V и дължината на ластика L , както и между налягане на газ p и сила на опън F .

Процеси 2-3 и 4-1 се извършват при еднаква дължина, т.е. представляват вертикални отсечки и са аналог на изохорни процеси. (0.5 т.)

Процеси 1-2 и 3-4 се извършват при постоянна температура, т.е. $F = \alpha T(L - L_0) = k(T)(L - L_0) \propto L - L_0$. Тоест, представляват прави отсечки, минаващи през точката $L = L_0, F = 0$, чийто наклон $k(T)$ е пропорционален на температурата (0.5 т.). Тук ластикът се държи като пружина с коефициент на еластичност $k(T) = \alpha T$.

Цикълът е представен на фиг. 2. (1.0 т.)

- б) Работното тяло на топлинната машина е ластикът. Извършената работа за един цикъл от машината е работата, извършена от ластика за един цикъл. Извършената работа за промяна в дължината на ластика с ΔL е $\Delta A = -F\Delta L$, като знакът минус се появява, понеже при свиване ($\Delta L < 0$) ластикът извършва положителна работа. (0.5 т.)

Ненулева работа се извършва само при процеси 1-2 и 3-4, тъй като при процеси 2-3 и 4-1 ластикът не променя дължината си (0.5 т.). Процеси 1-2 и 3-4 са изотермни и при тях ластикът се държи като пружина с коефициент на еластичност $k(T) = \alpha T$ (0.5 т.). От дефиницията на потенциална енергия имаме $A = -\Delta W$ (0.5 т.). Тогава от $W = k(L - L_0)^2/2$ следва:

$$A_{12} = W_1 - W_2 = \frac{1}{2}k(T_0)((2L_0 - L_0)^2 - (3L_0 - L_0)^2) = -4\alpha T_0 L_0^2 \quad (0.5 \text{ т.})$$

$$A_{34} = W_3 - W_4 = \frac{1}{2}k(2T_0)((3L_0 - L_0)^2 - (2L_0 - L_0)^2) = 8\alpha T_0 L_0^2 \quad (0.5 \text{ т.})$$

$$A = A_{12} + A_{34} \Rightarrow \boxed{A = 4\alpha T_0 L_0^2} \quad (0.5 \text{ т.})$$

Алтернативно решение: Работата за малка промяна в дължината ΔL е $\Delta A = -F\Delta L$, което е равно на минус площта под графиката на този процес във F, L -диаграма. Оттук следва, че работата за един цикъл е равна по модул на площта, затворена от графиките на процесите в цикъла във F, L -диаграма. Вижда се, че цикълът 1-2-3-4-1 е трапец с основи $\alpha T_0 L_0$ и $3\alpha T_0 L_0$ и височина $2L_0$, откъдето $A = \frac{1}{2}(2L_0)(\alpha T_0 L_0 + 3\alpha T_0 L_0) \Rightarrow \boxed{A = 4\alpha T_0 L_0^2}$.

- в) От първия принцип на ТД следва, че $Q = \Delta U + A$, където Q е погълнатата от ластика топлина, A е извършената от ластика работа (0.5 т.), а ΔU е промяната на вътрешната

енергия на ластика, за която $\Delta U = C\Delta T$. (0.5 т.)

При процеси 1-2 и 3-4 имаме $T = \text{const.} \Rightarrow \Delta U = 0$ (0.5 т.). Откъдето $Q_{12} = A_{12} < 0$ и $Q_{34} = A_{34} > 0$ (0.5 т.).

При процеси 2-3 и 4-1 имаме $L = \text{const.} \Rightarrow A_{23} = A_{41} = 0$ (0.5 т.). Оттук имаме

$Q_{23} = \Delta U_{23} = CT_0 > 0$ и $Q_{41} = \Delta U_{41} = -CT_0 < 0$ (0.5 т.).

Топлина се поглъща само при процеси 2-3 и 3-4 и следователно

$$Q_{\text{пол}} = Q_{23} + Q_{34} = CT_0 + 8\alpha T_0 L_0^2 \quad (0.5 \text{ т.})$$

г) КПД на машината е

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{пог}}} = \frac{4\alpha T_0 L_0^2}{CT_0 + 8\alpha T_0 L_0^2} = \frac{1}{2 + \frac{C}{4\alpha L_0^2}} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{1}{4} = 25\%}$$

където е използвано, че $C = 8\alpha L_0^2$. (1.0 т.)

За любознателните: Ластичите имат две страни свойства, които произхождат едно от друго – загряват се при адиабатно разширение и се охлаждат при адиабатно свиване и също така имат отрицателен коефициент на топлинно разширение, т.е. при нагряване се свиват!

**МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА**

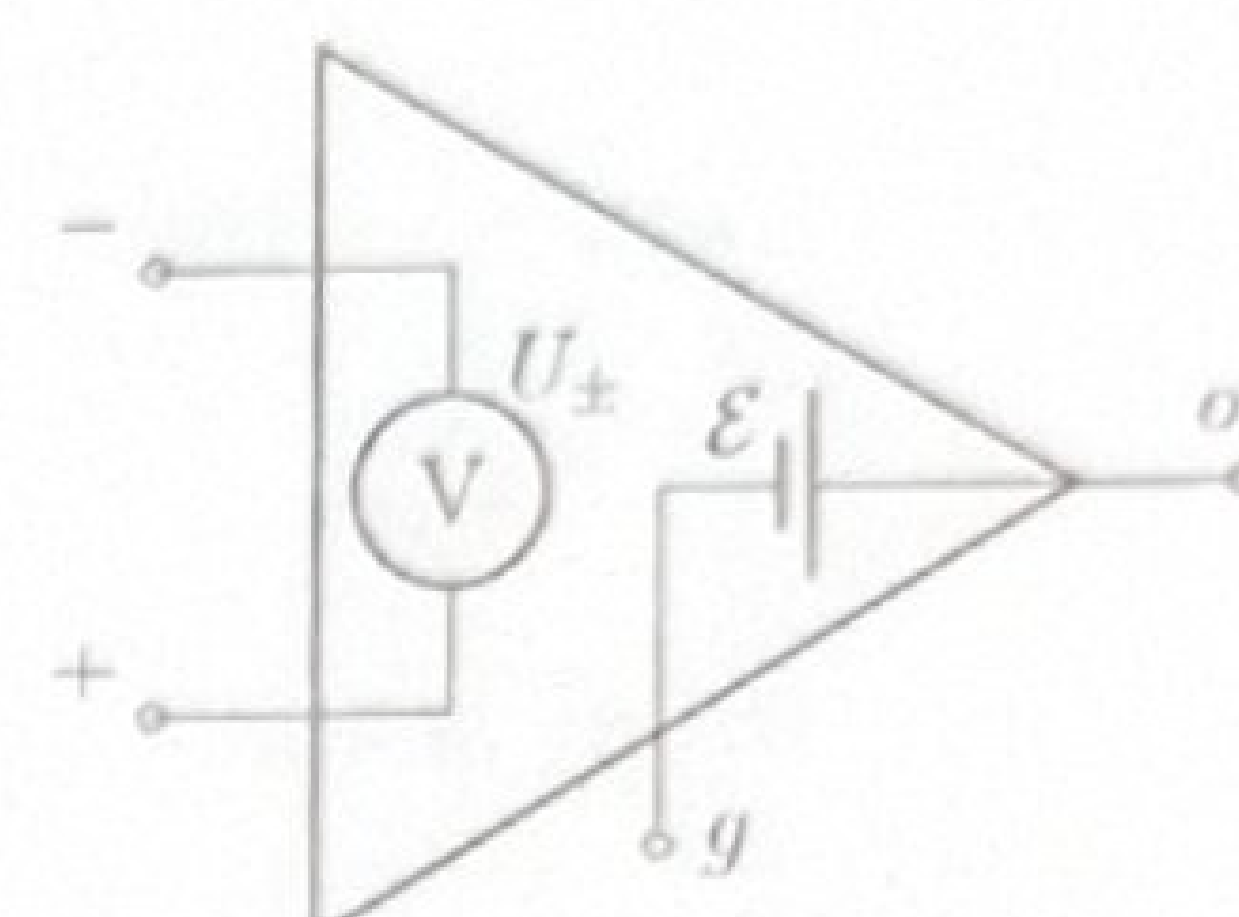
25 април 2026 г.

Тема за X клас (четвърта състезателна група)

Задача 1 Операционен усилвател (10 т.)

На 25 април 1961 г. е издаден патентът за първата практическа интегрална схема (микрочип) – изобретението, което промени света. Една от най-важните интегрални схеми е *операционният усилвател* (ОУ).

Моделът на идеален ОУ, представен на фиг. 1, има два входа – инвертиращ (–) и неинвертиращ (+), и два изхода – *o* и *g* („земя“). Според модела входовете са свързани към идеален волтметър, а изходите *o* и *g* – към идеален източник на ЕДН $\mathcal{E}$ такова, че напрежението между входовете $U_{\pm} = 0$ V.



Фигура 1: Модел

На схемите по-долу U_{out} е напрежението, измерено от волтметъра на изхода.

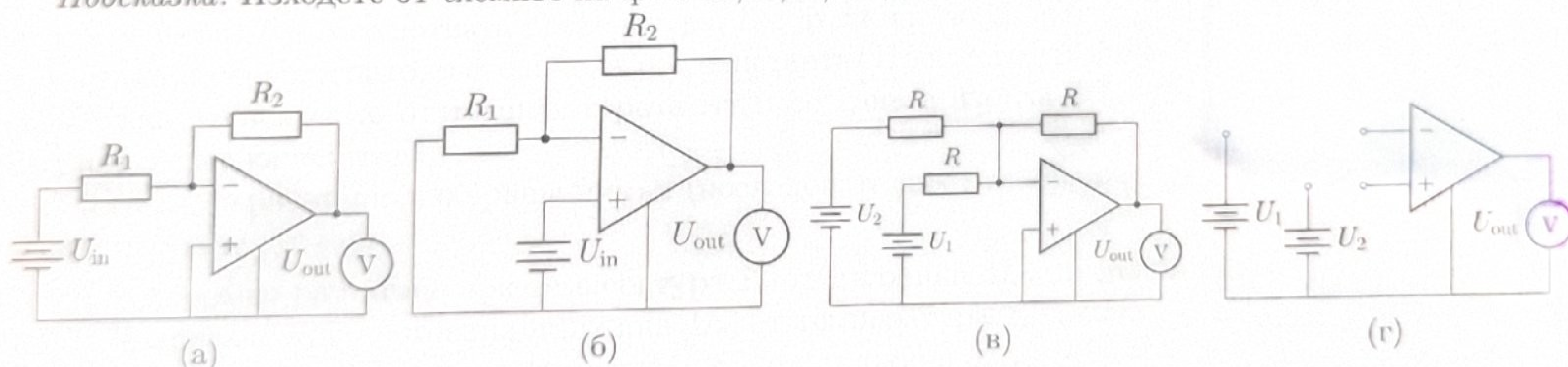
а) За схемата от фиг. 2а, определете U_{out} , изразен чрез U_{in} , R_1 , R_2 . (2.5 т.)

б) За схемата от фиг. 2б, определете U_{out} , изразен чрез U_{in} , R_1 , R_2 . (2.5 т.)

в) За схемата от фиг. 2в, определете U_{out} , изразен чрез U_1 , U_2 , R . (3.0 т.)

г) Използвайки 4 еднакви резистора със съпротивление R , довършете схемата на фиг. 2г така, че $U_{out} = U_1 - U_2$. (2.0 т.)

Подсказка: Изходите от схемите на фиг. 2а, 2б, 2в, за да постигнете търсения резултат.



Фигура 2: Основни конфигурации на операционен усилвател и шаблон

Задача 2 Магнитохидродинамична помпа (10 т.)

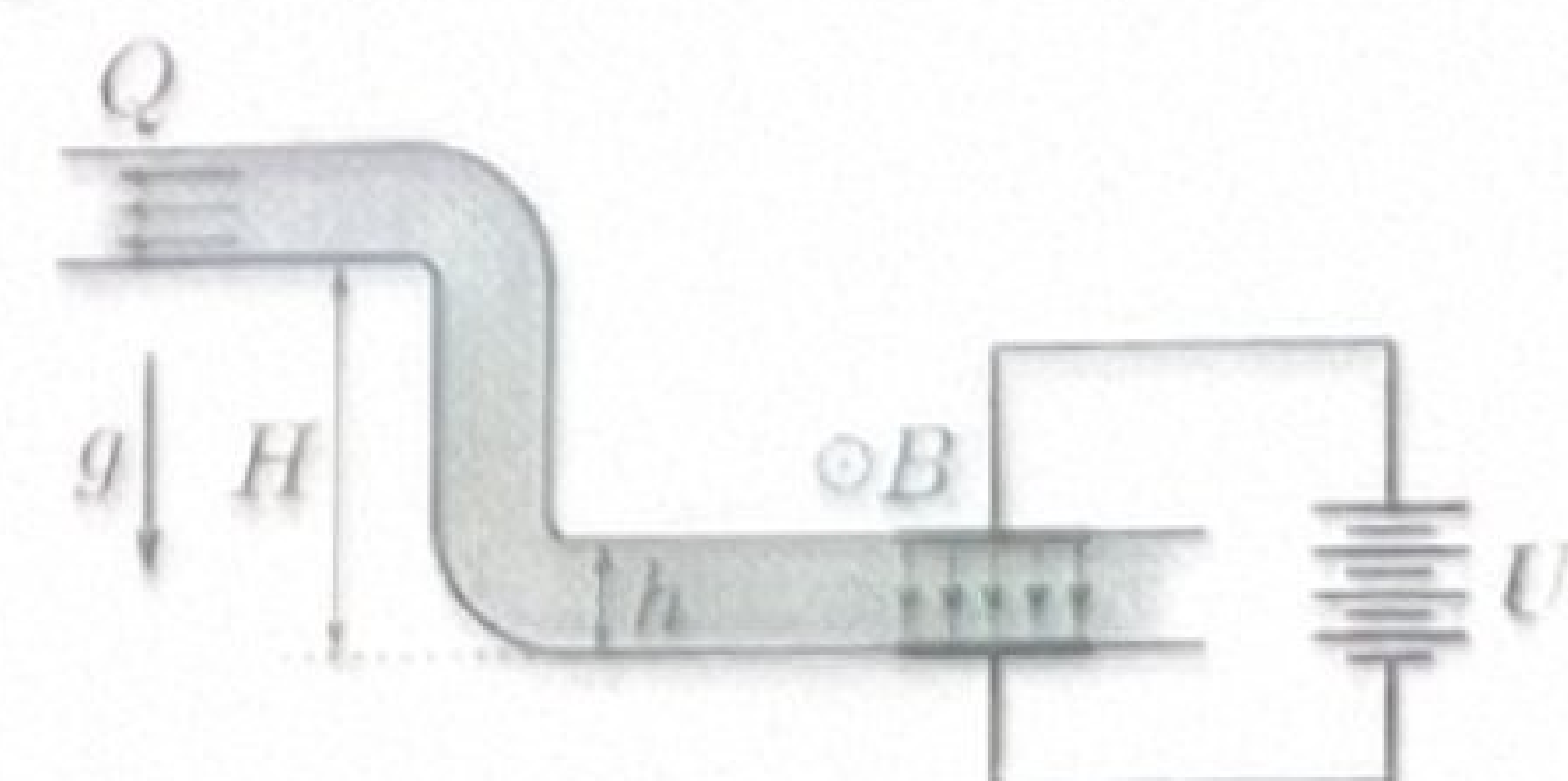
Метална пръчка с дължина l се движи със скорост v в посока, перпендикулярна на пръчката. Приложено е магнитно поле с индукция B , перпендикулярно на пръчката и наравлението на движението.

а) Определете ЕДН $\mathcal{E}_{ind}$, индуцирано между краищата на пръчката. Отговора изразете чрез l , v , B . (1.5 т.)

Упътване: Намерете работата на единица заряд, извършена от магнитните сили при преместване на заряд от единия до другия край на пръчката.

В ядрешите реактори като охладител често се използва течен натрий (течен метал). За неговото придвижване се използват помпи без движещи се механични части, базирани на електромагнитни сили.

Течният метал, с плътност ρ , тече през тръба с правоъгълно напречно сечение с височина h и ширина w . Върху участък от тръбата е приложено еднородно магнитно поле



Фигура 1: Схема на помпата

с индукция B , насочено хоризонтално (успоредно на широчината w). На горната и долната стена (на разстояние h една от друга) са поставени електроди, свързани към източник на постоянно напрежение с ЕДН U . Това води до електричен ток, течащ вертикално, перпендикулярно както на направлението на тръбата, така и на магнитното поле. Моделирайте течащия натрий между електродите като твърд правоъгълен проводящ блок с ефективно съпротивление R , който се плъзга през тръбата.

б) Каква е максималната денивелация $H_{\max}$, която помпата може да преодолее? Отговора изразете чрез U, R, B, h, w, ρ и земното ускорение g . (2.0 т.)

Упътване: При максималната денивелация, течността е в механично равновесие и в покой.

Сега допуснете, че течността се движи с постоянна скорост v . Тъй като тя е движещ се проводник в магнитно поле, между двата и края се индуцира ЕДН ε_{ind} , което се противопоставя на ЕДН на източника, задвижващ тока през натрия.

Всякакви сили на триене се пренебрегват.

в) Намерете дебита $Q_{\max}$ (изпомпан обем за единица време; измерва се в m^3/s) на помпата в отсъствието на денивелация ($H = 0$). Отговора изразете чрез U, R, B, h, w . (2.0 т.)

г) Намерете дебита на помпата Q в зависимост от денивелацията H , изразена чрез $H, H_{\max}, Q_{\max}$. (2.5 т.)

д) Намерете КПД $\eta = P_{\text{мех.}}/P_{\text{ел.}}$ на помпата при дадена денивелация H , изразена чрез H и $H_{\max}$. Това е отношението между механичната мощност и пълната електрична мощност на източника. (2.0 т.)

Задача 3 Топлинен двигател с ластик (10 т.)

Да разгледаме идеализиран ластик, за който е изпълнено $F = \alpha T(L - L_0)$, където F е силата на опън, T е абсолютната температура, L е дължината на ластика, L_0 е дължината на ластика в неразтегнато състояние, а α е константа. Приемете, че вътрешната енергия на ластика зависи само от температурата му и се дава с израза $U = CT$, където C е топлинният му капацитет.

Ластикът периодично извършва цикъл (последователност от процеси), състоящ се от четири процеса:

- 1 $\rightarrow$ 2: Изотермно разтягане при температура T_0 от дължина $2L_0$ до дължина $4L_0$.
- 2 $\rightarrow$ 3: Нагряване при постоянна дължина $4L_0$ от температура T_0 до $2T_0$.
- 3 $\rightarrow$ 4: Изотермно свиване при температура $2T_0$ от дължина $4L_0$ до $2L_0$.
- 4 $\rightarrow$ 1: Охлаждане при постоянна дължина $2L_0$ от температура $2T_0$ до T_0 .

а) На F, L -диаграма (аналог на p, V -диаграма) начертайте цикъла 1-2-3-4-1. Означете посоката на протичане на процесите. (2.0 т.)

б) Намерете сумарната механична работа A , извършена от ластика за един пълен цикъл. Отговора изразете чрез α, T_0, L_0 . (3.5 т.)

в) Намерете общото количество топлина $Q_{\text{пол.}}$, получено от ластика за един цикъл. Отговора изразете чрез α, T_0, L_0, C . (3.5 т.)

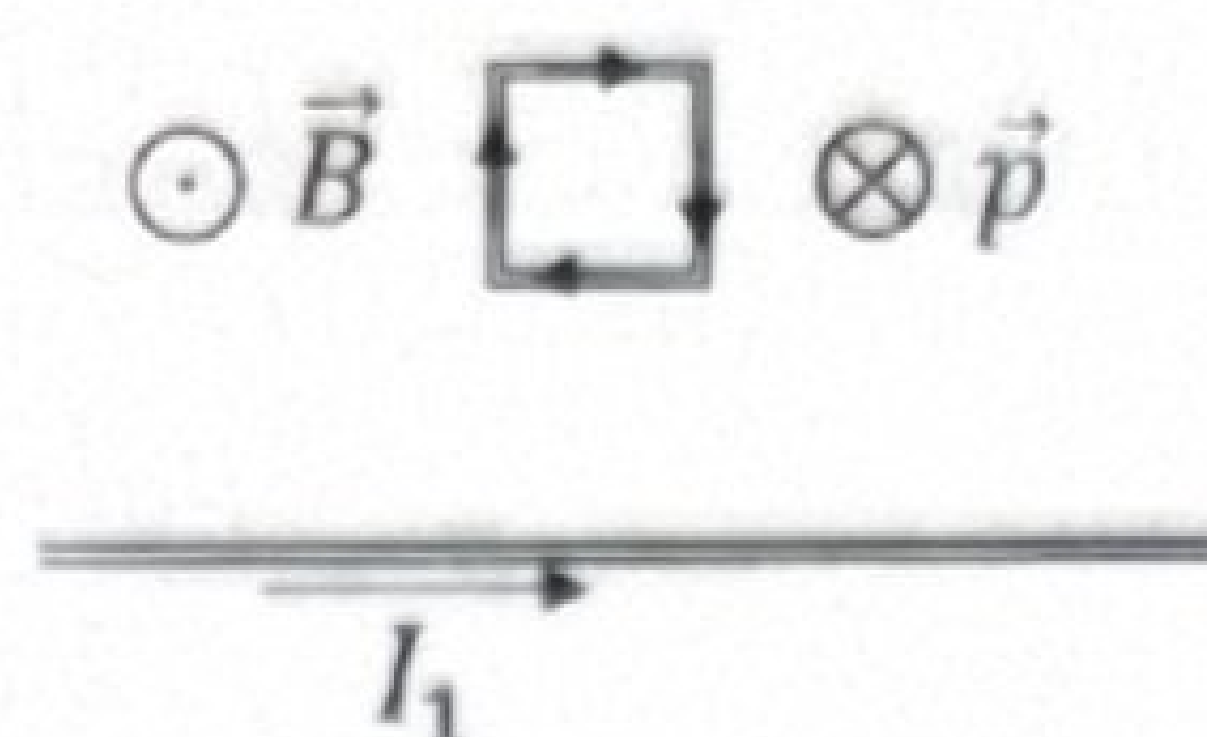
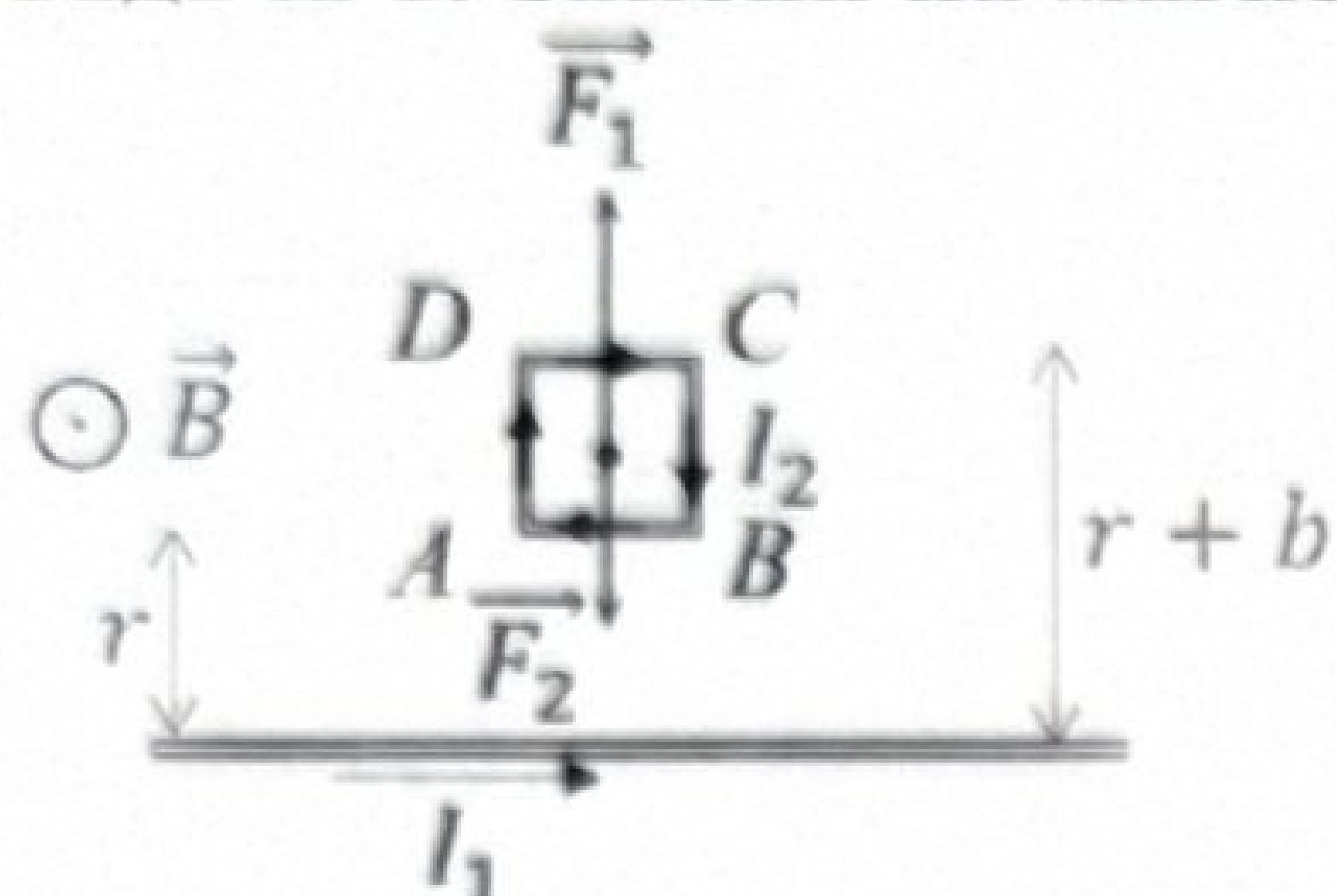
г) Намерете КПД η на тази топлинна машина, ако $C = 8\alpha L_0^2$. (1.0 т.)

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

25 април 2026 г., Плевен

Решения на темата за V състезателна група (11.-12. клас)

Задача 1. Закони на магнетизма



- а) Магнитната индукция над проводника е в посока от чертежа към нас ($\odot$) (0.5 т)
 Силите, които действат на страните AD и BC са успоредни на проводника и взаимно се уравновесяват. Върху страните AB и CD действат съответно сили $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, които са перпендикулярни на проводника и имат противоположна посока. Тъй като страната AB се намира по-близо до проводника, $F_1 > F_2$ и равнодействащата сила е в посоката на $\vec{F}_1$. (0.5 т)
 За да се отблъсква рамката от проводника, трябва токът да тече от т. B към т. A , т.е. по посока на движение на часовниковата стрелка. (0.5 т)

б) Страната AB на рамката се намира в магнитно поле с индукция:

$$(1) \quad B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}, \quad (0.5 \text{ т})$$

а страната CD – съответно:

$$(2) \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(r+b)} \quad (0.5 \text{ т})$$

Върху страната AB действа сила на отблъскване от проводника:

$$(3) \quad F_1 = I_2 B_1 b, \quad (0.5 \text{ т})$$

а на страната CD – сила на привличане към проводника:

$$(4) \quad F_2 = I_2 B_2 b. \quad (0.5 \text{ т})$$

Равнодействащата сила върху рамката е:

$$(5) \quad F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{2\pi} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r+b} \right) \quad (0.5 \text{ т})$$

в) Нека преобразуваме израза (5), като приведем дробите в скобите към обща знаменател:

$$(6) \quad F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b^2}{2\pi r(r+b)} \quad (0.5 \text{ т})$$

Тогава в числителя:

$$(7) \quad p = I_2 b^2 \quad (0.5 \text{ т})$$

е големината на магнитния момент на рамката, защото площта на рамката е $S = b^2$. В скобите в знаменателя може да пренебрегнем b в сравнение с r . Така окончателно намираме:

$$(8) \quad F = \frac{\mu_0 I_1 p}{2\pi r^2} \quad (0.5 \text{ т})$$

г) За да се отблъсква от проводника, магнитният момент на магнита трябва да има същата посока, като този на рамката. От правилото на дясната ръка за рамката намираме, че векторът $\vec{p}$ е насочен към чертежа, т.е. изобразява се със знака $\otimes$. (0.5 т)

Големината на магнитния момент е съответно:

$$(9) \quad p = N p_{\text{Fe}}, \quad (0.5 \text{ т})$$

където N е общият брой атоми желязо в магнита. Следователно на магнита действа сила:

$$(10) \quad F = \frac{\mu_0 I_1 N p_{\text{Fe}}}{2\pi r^2} \quad (0.5 \text{ т})$$

Броят молове желязо в магнита е:

$$(11) \quad n = \frac{m}{\mu_{\text{Fe}}}, \quad (0.5 \text{ т})$$

където m е масата на магнита. Съответно броят атоми е:

$$(12) \quad N = nN_A = \frac{N_A m}{\mu_{\text{Fe}}}, \quad (0.5 \text{ т})$$

където N_A е числото на Авогадро. Като заместим N в израза (10) за силата, получаваме:

$$(13) \quad F = \frac{\mu_0 I_1 N_A m p_{\text{Fe}}}{2\pi \mu_{\text{Fe}} r^2}, \quad (0.5 \text{ т})$$

От II принцип на механиката, получаваме израз за ускорението:

$$(14) \quad a = \frac{F}{m} = \frac{\mu_0 I_1 N_A p_{\text{Fe}}}{2\pi \mu_{\text{Fe}} r^2}, \quad (0.5 \text{ т})$$

т.е. ускорението на магнита не зависи от неговата маса – по-тежкият магнит съдържа повече атоми желязо и се отблъсква от проводника с по-голяма сила. Като заместим числените стойности и положим $r = r_0 = 0,01 \text{ m}$, намираме ускорението в началния момент:

$$(15) \quad a_0 = \frac{2 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot 10 \text{ A} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 2,79 \cdot 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2}{0,056 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot (0,01 \text{ m})^2} \approx 6,0 \text{ m/s}^2. \quad (0.5 \text{ т})$$

От уравнение (13) се вижда, че магнитната сила намалява като $1/r^2$, т.е. по същия начин като Кулоновата или гравитационната сила. Това означава, че магнитната сила може да се характеризира с потенциална енергия, която зависи от разстоянието по същия начин, както Кулоновата сила:

$$(16) \quad W = \frac{\mu_0 I_1 N_A m p_{\text{Fe}}}{2\pi \mu_{\text{Fe}} r}. \quad (0.5 \text{ т})$$

В началния момент, при $r = r_0$, магнитът има само потенциална енергия и нулева кинетична енергия. Ако бъде оставен да се движи неограничено, магнитът ще се ускорява, докато на много голямо разстояние, т.е. при $r \rightarrow \infty$, началната потенциална енергия се трансформира изцяло в кинетична енергия:

$$(17) \quad \frac{\mu_0 I_1 N_A m p_{\text{Fe}}}{2\pi \mu_{\text{Fe}} r_0} = \frac{mv_\infty^2}{2}, \quad (0.5 \text{ т})$$

Оттук намираме:

$$(18) \quad v_\infty = \sqrt{\frac{\mu_0 I_1 N_A p_{\text{Fe}}}{\pi \mu_{\text{Fe}} r_0}} = \sqrt{2a_0 r_0} \approx 0,35 \text{ m/s}. \quad (0.5 \text{ т})$$

д) Като използваме уравнения (9) и (12), получаваме, че магнитният момент на диска е:

$$(19) \quad p = \frac{N_A m}{\mu_{\text{Fe}}} p_{\text{Fe}}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Такъв магнитен момент би имала кръгова намотка с радиус R , по която тече ток I такъв, че:

$$(20) \quad I\pi R^2 = \frac{N_A m}{\mu_{\text{Fe}}} p_{\text{Fe}}, \quad (0.5 \text{ т})$$

т.е.

$$(21) \quad I = \frac{N_A m}{\pi \mu_{\text{Fe}} R^2} p_{\text{Fe}}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Следователно задачата се свежда до определяне на магнитната индукция в центъра на кръгов проводник. За целта избираме малък токов елемент с дължина $\Delta \ell$ от проводника. По закона на Био-Савар, той създава в центъра на намотката магнитна индукция:

$$(22) \quad \Delta B = \frac{\mu_0 I \Delta \ell}{4\pi R^2}. \quad (0.5 \text{ т})$$

Общата магнитна индукция се получава, като сумираме полетата на всички токови елементи:

$$(23) \quad B = \sum \Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \sum \Delta \ell \quad (0.5 \text{ т})$$

Вземаме предвид, че:

$$(24) \quad \sum \Delta \ell = 2\pi R \quad (0.5 \text{ т})$$

е обиколката на кръговия проводник и получаваме:

$$(25) \quad B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{\mu_0 N_A m}{2\pi \mu_{Fe} R^3} p_{Fe} \quad (0.5 \text{ т})$$

Заместваме с числените данни:

$$(26) \quad B = \frac{2 \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 2,79 \cdot 10^{-23} \text{ A} \cdot \text{m}^2}{0,056 \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot (0,01 \text{ m})^3} \quad (0.5 \text{ т})$$

$$\approx 0,060 \text{ T} = 60 \text{ mT}.$$

Задача 2. Гравитация и механика

А. Ще означим с r радиуса на орбитата, който е приблизително равен на радиуса на неутронната звезда, а с M – нейната маса. Тогава периодът на въртене на спътника е

$$T = \frac{2\pi r}{v}, \quad [0,25 \text{ т.}]$$

където скоростта v е определена от центростремителното ускорение

$$\frac{v^2}{r} = \frac{\gamma M}{r^2}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Като изразим v от последното равенство и заместим в израза за периода, намираме

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\gamma M}}. \quad [0,25 \text{ т.}]$$

Тъй като

$$M = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_\gamma, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

получаваме

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{3}{4\pi \gamma \rho_\gamma}}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

От друга страна имаме

$$\rho_\gamma = \frac{M_\gamma}{(4\pi/3)R^3} = \frac{3m_N}{4\pi r_0^3}, [0,5 \text{ т.}]$$

където $m_N = M_\gamma / A$ (масите на протона и неутрона приемаме за равни) [0,5 т.]. В заключение намираме

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r_0^3}{\gamma m_N}} \approx 1,1 \cdot 10^{-3} \text{ s}. [1 \text{ т.}]$$

Коментар. Числената стойност е избрана с посочената точност, защото тя представлява приближена оценка на величината.

Б. а) Координатната ос x избираме с начало в силовия център и насочена в посоката на отдалечаване на частицата. Силата F_x , действаща на частицата, се определя с равенството

$$F_x = \frac{a}{x^2} - b. [0,5 \text{ т.}]$$

Първи начин

$$F_x = -\frac{dU(x)}{dx}.$$

Втори начин

При малко преместване на частицата от x до $x + \Delta x$ силата $F_x \approx \text{const}$. Тогава работата

$$F_x \Delta x = -\Delta U = U(x) - U(x + \Delta x) \approx \left(\frac{a}{x^2} - b \right) \Delta x, \quad |\Delta x| \ll x.$$

Когато $F_x > 0$, силата е насочена по оста x [0,5 т.]. Тя е сила на отблъскване от силовия център и се наблюдава при

$$x < x_0 = \sqrt{\frac{a}{b}}. \text{ [0,5 т.]}$$

Ако $F_x < 0$ частицата се привлича от силовия център, което става при $x > x_0$ [0,5 т.]. При $x = x_0$ силата $F_x(x_0) = 0$, т.е. точката x_0 е точка на равновесие на частицата [0,5 т.]. Тъй като потенциалната енергия $U(x_0) = 2\sqrt{ab} = U_{\min}$ [0,5 т.], точката x_0 е точка на устойчиво равновесие.

б) Движението на частицата се извършва с енергия

$$E = \frac{mv^2}{2} + U(x) = \text{const}. \text{ [0,5 т.]}$$

Като отчетем, че

$$\frac{mv^2}{2} = E - U(x) \geq 0, \text{ [0,5 т.]}$$

неравенството определя стойностите на x , при които $v \neq 0$, докато $v = 0$ задава граничните точки на движение, определени с равенството

$$E - U(x) = E - \left(\frac{a}{x} + bx \right) = 0. \text{ [0,5 т.]}$$

В конкретния случай равенството е еквивалентно на квадратното уравнение

$$x^2 - 2\frac{E}{2b}x + \frac{a}{b} = 0, \text{ [0,5 т.]}$$

чиито решения са

$$x_1 = \frac{E}{2b} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4ab}{E^2}} \right], \text{ [0,25 т.]} \quad x_2 = \frac{E}{2b} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4ab}{E^2}} \right], \text{ [0,25 т.]}$$

Тъй като $x_1 < x_2$, следва да приемем, че разстоянието x_1 съответства на максимално приближаване на частицата до силовия център [0,25 т.], а разстоянието x_2 – на максимално отдалечаване от него. [0,25 т.]

в) Максималната скорост на частицата намираме от равенството

$$\frac{mv_{\max}^2}{2} = E - U_{\min}, \text{ [0,5 т.]}$$

откъдето следва

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2}{m}(E - 2\sqrt{ab})}. \text{ [0,5 т.]}$$

г) Тъй като потенциалната енергия на частицата има форма на безкрайнодълбока потенциална яма, при оценка на минималната енергия можем да заменим реалната яма с яма на линеен хармоничен осцилатор:

$$U(x) \approx 2\sqrt{ab} + \frac{1}{2}k(x-x_0)^2 \text{ [0,5 т.]}$$

Първи начин.

Като използваме производни, имаме

$$k = U''(x_0) = \frac{2a}{x_0^3} = 2b\sqrt{\frac{b}{a}} = m\omega^2.$$

Втори начин

Тъй като имаме

$$U(x) = \left(\frac{a}{x_0} \frac{1}{1 + \frac{x-x_0}{x_0}} + b(x-x_0) + bx_0 \right) \approx \left(\frac{a}{x_0} \left[1 - \frac{x-x_0}{x_0} + \left(\frac{x-x_0}{x_0} \right)^2 \right] + bx_0 + b(x-x_0) \right),$$

намираме

$$U(x) \approx 2\sqrt{ab} + \frac{1}{2} \left(\frac{2a}{x_0^3} \right) (x-x_0)^2$$

Тогава можем да запишем

$$\varepsilon = E - 2\sqrt{ab} = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 X^2. \text{ [0,5 т.]}$$

Ще приемем, че областта на локализация на частицата е $\Delta X = 2X_0$, където $\pm X_0$ са граничните точки на класическото движение [0,5 т.]. При това от съотношението за неопределеност следва

$$p \sim \Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta X} \approx \frac{\hbar}{2X_0}. \text{ [0,5 т.]}$$

Следователно намираме

$$\varepsilon = \frac{\hbar^2}{8mX_0^2} + \frac{1}{2}m\omega^2 X_0^2 = \varepsilon(X_0). \text{ [0,5 т.]}$$

Минималната стойност на енергията ε по отношение на X_0 се определя чрез условието $\varepsilon'(X_0) = 0$ или чрез отделянето на пълен квадрат

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\frac{\hbar}{2\sqrt{m}X_0} - \sqrt{m\omega}X_0 \right)^2 + \frac{\hbar\omega}{2},$$

което дава

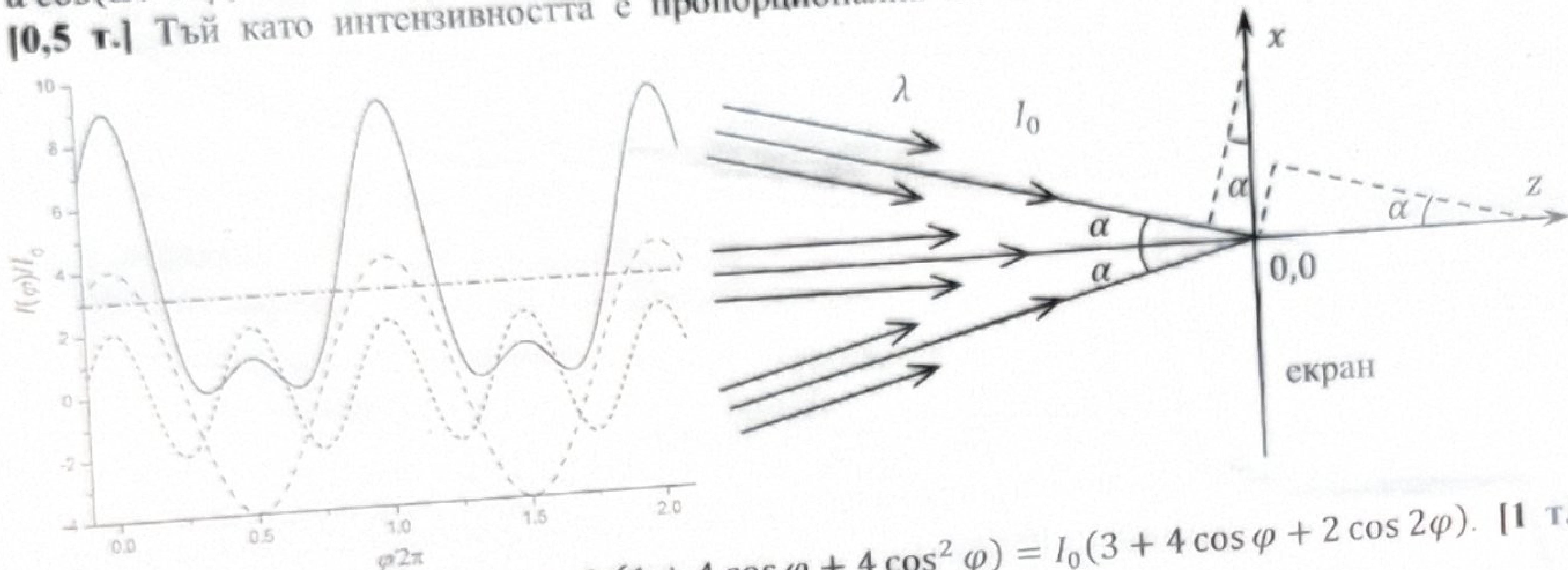
$$X_0^2 = \frac{\hbar}{2m\omega}, \text{ [0,5 т.]} \quad \varepsilon_{\min} = \frac{\hbar\omega}{2} = \frac{\hbar}{2} \sqrt{\frac{2b}{m}} \left(\frac{b}{a} \right)^{1/4}. \text{ [0,5 т.]}$$

Така окончателният резултат е

$$E_{\min} \approx 2\sqrt{ab} \left[1 + \frac{\hbar}{2\sqrt{2ma}} \left(\frac{b}{a} \right)^{1/4} \right]. \text{ [0,5 т.]}$$

Задача 3. Трилъчева интерференция

Ако в точката (0,0) сноповете са във фаза, то в точка с координата x двата наклонени снопа ще имат разлика в оптичните пътища $\Delta = x \sin \alpha \approx x\alpha$ [0,5 т.] с хоризонталния сноп, която ще доведе до фазова разлика $\varphi = \pm \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \pm \frac{2\pi\alpha x}{\lambda}$. (1) [0,5 т.] Нека всеки от сноповете има амплитуда a . Тогава резултантното поле в точка $(x,0)$ ще бъде $A(x,t) = a \cos \omega t + a \cos(\omega t + \varphi) + a \cos(\omega t - \varphi)$. [0,5 т.] След преобразования $A(x,t) = a \cos \omega t (1 + 2 \cos \varphi)$. [0,5 т.] Тъй като интензивността е пропорционална на квадрата на амплитудата, $I(x) =$



$$I_0(1 + 2 \cos \varphi)^2 = (2) [1 \text{ т.}] = I_0(1 + 4 \cos \varphi + 4 \cos^2 \varphi) = I_0(3 + 4 \cos \varphi + 2 \cos 2\varphi). [1 \text{ т.}]$$

Графиката на зависимостта е дадена на фигурата. [1 т.]

б) От (1) следва, че $2\pi = \frac{2\pi\alpha\Delta x_{\max}}{\lambda}$, откъдето $\Delta x_{\max} = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{500 \text{ nm} \cdot 360}{10^{-2} 2\pi} \approx 2.86 \text{ mm}$. [0,5 т.]

в) От (2) следва, че интензивността е нула (минимум), когато $\cos \varphi = -\frac{1}{2}$. За $x > 0$ (и съответно $\varphi > 0$) това е изпълнено за $\varphi_1 = \frac{2}{3}\pi$ и $\varphi_2 = \frac{4}{3}\pi$. [0,5 т.] Тогава $\Delta x_{\min} =$

$$\frac{\lambda}{2\pi\alpha}(\varphi_2 - \varphi_1) = \frac{\lambda}{3\alpha} = \frac{500 \text{ nm} \cdot 360}{3 \cdot 10^{-2} 2\pi} \approx 0.955 \text{ mm}. [0,5 \text{ т.}]$$

г) От (2) следва, че интензивността в по-силно интензивните максимуми (за $\varphi = 2m\pi, m \in \mathbb{Z}$) е $I_1 = 9I_0$, а в по-слабо интензивните максимуми (за $\varphi = (2m+1)\pi, m \in \mathbb{Z}$) е $I_2 = I_0$. Следователно $k = \frac{I_1}{I_2} = 9$. [0,5 т.]

д) За да се наблюдава същата интерференчна картина (като интензивност и разположение на максимумите по x) на някакво разстояние z_0 , трябва трите снопа отново да са във фаза за $x = 0$. Това означава, че трябва да се натрупа разлика в оптичните пътища между хоризонталния и наклонените снопове, равна на λ . Най-близкото такова разстояние ще бъде при $z_0 - z_0 \cos \alpha = \lambda$. [0,5 т.] Използвайки, че α е малък ъгъл, $\lambda = z_0 - z_0 \cos \alpha \approx \frac{z_0 \alpha^2}{2}$, откъдето $z_0 =$

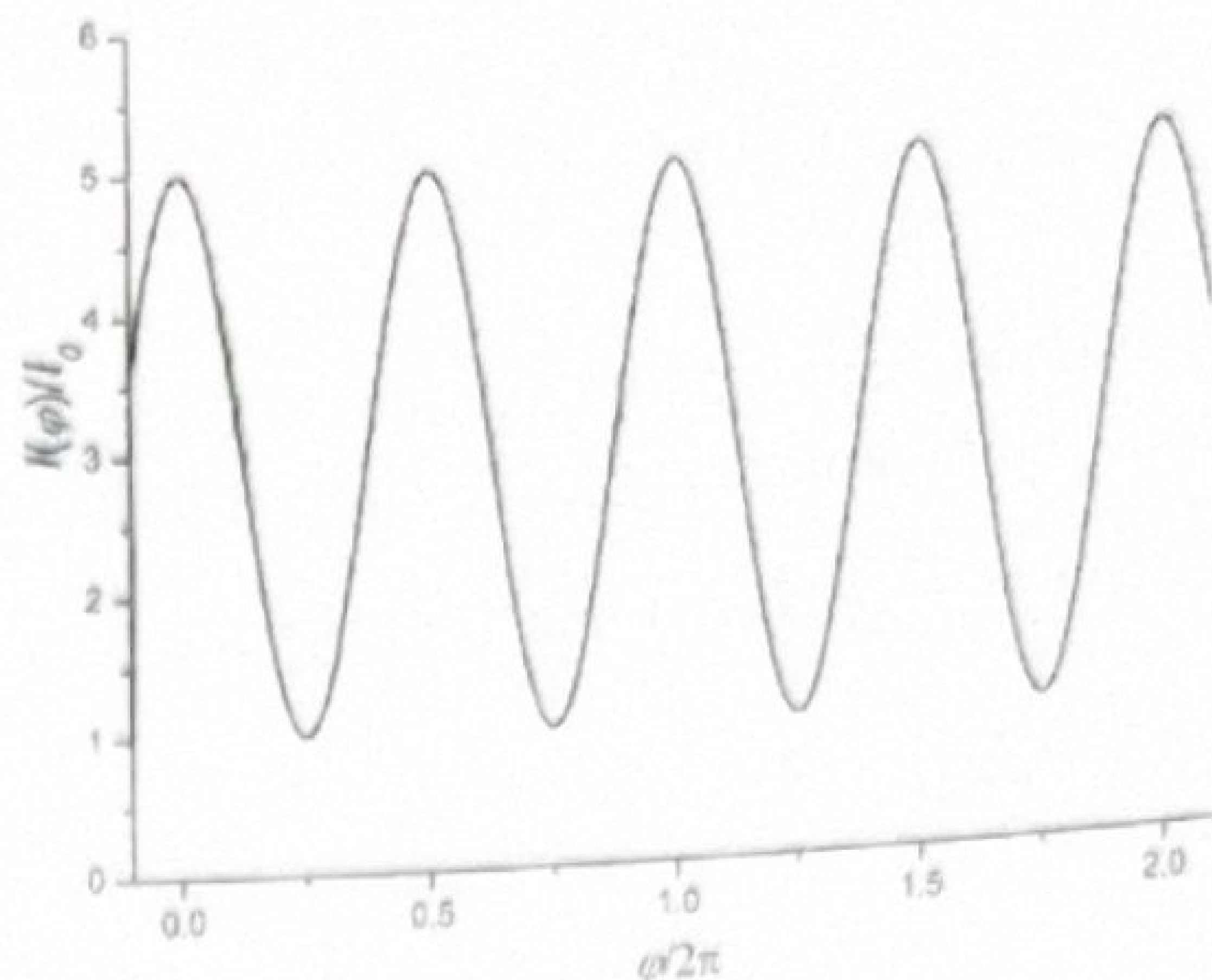
$$\frac{2\lambda}{\alpha^2} (3) \approx 32.8 \text{ m}. [0,5 \text{ т.}]$$

е) За произволно положение на екрана по z при $x = 0$ трите снопа няма да са във фаза, а между хоризонталният и наклонените снопове ще има фазова разлика ψ . Тъй като $\frac{\psi}{2\pi} = \frac{z}{z_0}$, използвайки (3), $\psi = 2\pi \frac{z}{z_0} = \frac{\pi\alpha^2}{\lambda} z$. (4) [1 т.] Така, аналогично на подхода в подусловие а),

резултантното поле в точка (x, z_0) ще бъде $A(x, z_0, t) = a \cos(\omega t - \psi) + a \cos(\omega t + \varphi) + a \cos(\omega t - \varphi)$. [1 т.] След преобразования $A(x, z_0, t) = a \cos \omega t (\cos \psi + 2 \cos \varphi) + a \sin \omega t \sin \psi$. [1 т.] Тази функция описва трептене със същата честота и с амплитуда $A_0 =$

$$\sqrt{(a(\cos \psi + 2 \cos \varphi))^2 + (a \sin \psi)^2}. [1 \text{ т.}] \text{ Интензивността } I(x, z) \text{ на интерференчната картина ще бъде } I(x, z) = I_0 [(a(\cos \psi + 2 \cos \varphi))^2 + (a \sin \psi)^2] = I_0(1 + 4 \cos \psi \cos \varphi + 4 \cos^2 \varphi). [1 \text{ т.}]$$

ж) При $z = \frac{z_0}{4}$, от (4) следва, че $\psi = \frac{\pi}{2}$. Тогава от (5) $I\left(x, \frac{z_0}{4}\right) = I_0(1 + 4 \cos^2 \varphi)$. [0,5 т.] Графиката на зависимостта е дадена на фигурата. [1 т.] Отношението k' на интензивността в максимумите към интензивността в минимумите в интерференчната картина е $k' = 5$. [0,5 т.]



Задача 4. Метална сфера в еднородно електростатично поле

а) Зарядът образ е $-q$, на разстояние d вътре в проводника под q , който симулира ефекта на индуцирания заряд, като гарантира, че върху повърхнината потенциалът е 0. Вън от проводника потенциалът е $\Phi = kq/r_1 - kq/r_2 \neq 0$, където r_1 и r_2 са разстоянието до заряда q и до зарядът образ $-q$ съответно! [2 т]

б) Нека виртуалният заряд е q' и е на разстояние b от центъра O на сферата по правата Oq . От условията за двете диаметрално-противоположни точки имаме, $kq'/(R-b) + kq/(a-R) = 0$ и $kq'/(R+b) + kq/(a+R) = 0$. Получаваме система от уравнения за q' и b . Оттук $q' = -Rq/a$ и $b = R^2/a$ [1 т.] Нека P е произволна точка върху сферата. Подобие на триъгълниците OPq и OPq' се вижда от това, че $\square POq$ е общ и от това, че отношението на страните е: $PO/Oq = Oq'/OP$ (понеже $R/a = b/R$). Тогава от подобие на триъгълниците OPq и OPq' следва съотношението: $r_1/r_2 = R/a$ (Тук $r_1 = q'P$ и $r_2 = qP$). От това съотношение следва, че $\Phi_P = kq/r_2 + kq'/r_1 = (kq/r_1)(r_1/r_2 - R/a) = 0$, QED [1.5 т]. Тогава извън сферата $\Phi_M = kq/r_2 - kqR/(ar_1) \neq 0$, където $r_{1,2}$ са разстоянията до заряда и до образа извън сферата. [0.5 т]

в) Потенциалът в точка z е $\Phi(z) = -kq/(a-z) + kq/(a+z)$ [0.5 т]. Интензитът $E_z = -\Phi'(z) = kq/(a-z)^2 + kq/(a+z)^2$ [0.5 т]

г) От в) и отчитайки, че a/z е малко число, получаваме за потенциала $\Phi(z) \approx -2kqz/a^2$ [2 т]

т) Електричното поле става хомогенно $E_z = -\Phi'(z) = 2kq/a^2$ [1 т.] Ако $a \rightarrow \infty$ и $q \rightarrow \infty$, но $q/a^2 = \text{const.}$ ед. поле продължава да е хомогенно.

д) Потенциалът в т. P (вж. фиг. 1) е $\Phi_P = kq/r_1 + kq'/r' + kq''/r'' - kq/r_2$ [1 т]. Използвайки косинусова теорема, получаваме (пренебрегвайки a^{-2}),

$$\Phi_P = \frac{kq}{a} \left(\frac{1}{\sqrt{1+2\left(\frac{r}{a}\right)\cos\theta}} - \frac{R}{r} \frac{1}{\sqrt{1+2\frac{R^2}{ar}\cos\theta}} + \frac{R}{r} \frac{1}{\sqrt{1-2\frac{R^2}{ar}\cos\theta}} - \frac{1}{\sqrt{1-2\left(\frac{r}{a}\right)\cos\theta}} \right)$$

Сега използваме приближението: $(1 \pm x)^{1/2} \approx 1 \pm x/2$ и получаваме,

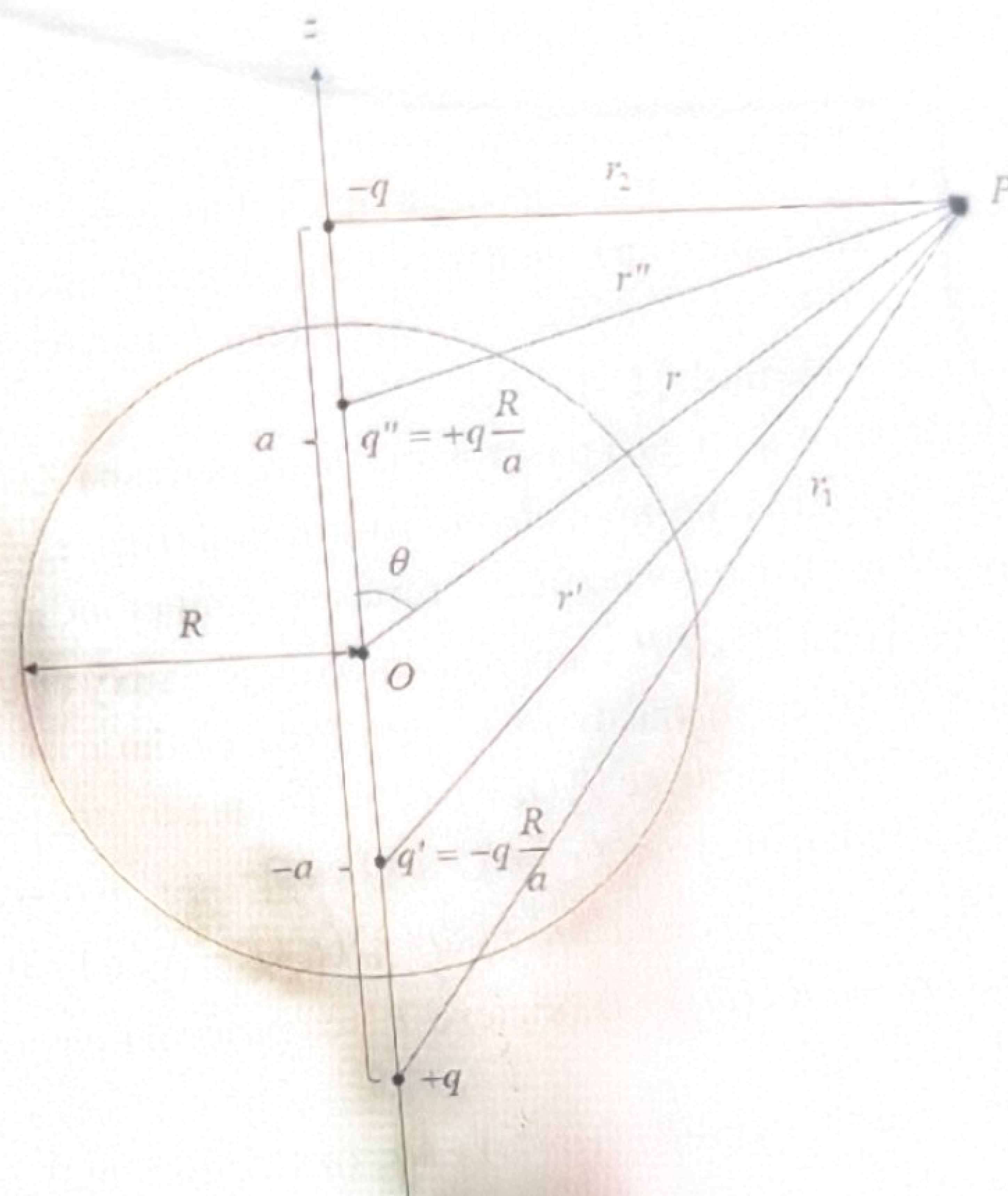
$\Phi_P \approx (kq/a^2)(-2r\cos\theta + 2R^3\cos\theta/r^2)$. Вземаме и впредвид, че в границата $a \rightarrow \infty$ и $q \rightarrow \infty$, като обаче отчитаме $q/a^2 = E_0/2k$, получаваме, $\Phi_P = -E_0r\cos\theta + E_0R^3\cos\theta/r^2$ [2 т].

Радиалното електрично поле е, $E_r = -\Phi'(r) = E_0\cos\theta + 2R^3E_0\cos\theta/r^3$ [1 т].

е) Избираме малка Гаусова повърхнина с формата на малък правоъгълен паралелепипед, така че основата му да е успоредна на малко парче от проводника. От закона на Гаус имаме

$$E_n \Delta S = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \Delta S, \text{ откъдето получаваме, } \sigma = \epsilon_0 E_n \text{ [1 т]}. \text{ Оттук за индуцирания заряд имаме}$$

$$\sigma = \epsilon_0 E_r(r=R), \text{ тоест } \sigma(\theta) = 3\epsilon_0 E_0 \cos \theta \text{ [1 т]}$$



Фиг. 1

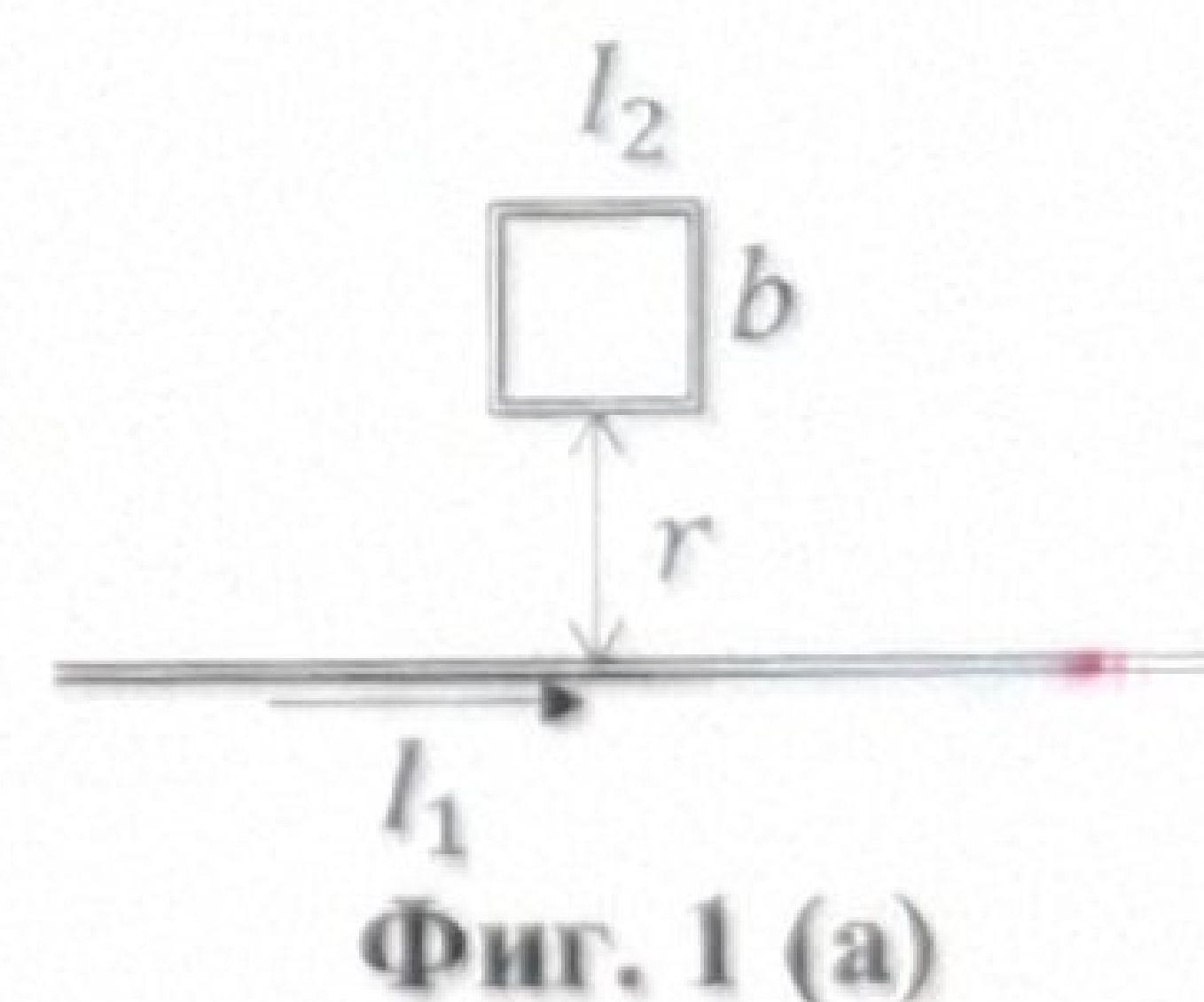
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
25 април 2026 г., Плевен
Тема за V състезателна група (11.-12. клас)

Физични константи, които можете да използвате във всички задачи:

Земно ускорение	$g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$
Гравитационна константа	$\gamma \equiv G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$
Маси на частиците	
- електрон	$m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- протон	$m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- неутрон	$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
Елементарен електричен заряд	$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Константа на Кулон	$k_C = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N.m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$
Електрична константа	$\epsilon_0 = 1/4\pi k_C \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
Магнитна константа	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T.m.A}^{-1}$
Скорост на светлината	$c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
Константа на Планк	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
Редуцирана константа на Планк	$\hbar = h/(2\pi) = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$
Атомна единица за маса	$1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV.c}^{-2}$
Универсална газова константа	$R = 8,31 \text{ J.mol}^{-1}\text{K}^{-1}$
Число на Авогадро	$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Константа на Болцман	$k_B = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$

Задача 1. Закони на магнетизма

Дълъг праволинеен проводник е закрепен неподвижно върху гладка хоризонтална повърхност (равнината на чертежа). По проводника тече ток I_1 в показаната на фиг. 1 (а) посока. Върху повърхността, на разстояние r от проводника, е поставена квадратна метална рамка с дължина на страната b , по която тече постоянен ток I_2 . Две от страните на рамката са успоредни на проводника.



а) В каква посока трябва да тече токът по рамката, така че тя да се отблъсква от проводника. (1.5 т)

б) Получете израз за големината на равнодействащата сила F , действаща на рамката, чрез дадените в условието параметри и подходяща физична константа. (2.5 т)

в) По определение, *магнитен момент* на затворен токов контур се нарича векторна величината с големина $p = IS$, където I е токът по контура, а S е площта, заградена от контура. Единицата за магнитен момент в SI е A.m^2 .



Фиг. 1 (б)

Посоката на вектора $\vec{p}$ е перпендикулярна на равнината, в която лежи контурът, и се определя от правилото на дясната ръка, както е илюстрирано на фиг. 1 (б).

Нека приемем, че размерът на рамката е много по-малък от разстоянието ѝ до проводника, т.е. $b \ll r$. Като пренебрегнете, където е възможно, b в сравнение с r , покажете,

че големината F на силата на взаимодействие между рамката и проводника се определя еднозначно от I_1 , r и магнитният момент p на рамката. (1.5 т)

Важно! Полученият в тази точка приблизителен израз за силата е валиден не само за квадратна рамка, а и за произволен токов контур, чиито размери може да бъдат пренебрегнати в сравнение с разстоянието до източниците на магнитно поле.

г) Поради обикалянето на електроните около атомните ядра и поради спина (собственото въртене) на електроните, атомите на елементи като желязото, неодима и т.н. са еквивалентни на малки кръгови токове. Затова, всеки постоянен магнит също може да бъде характеризиран с магнитен момент $\vec{p}$, равен на векторната сума от магнитните моменти на всички атоми на магнита. Взаимодействието на малък магнит с външно магнитно поле е еквивалентно на взаимодействието между полето и малка токова рамка със същия магнитен момент $\vec{p}$.

Нека предположим, че токовата рамка от предишните подточки е заменена с малък железен магнит с магнитен момент, перпендикулярен на равнината на чертежа. В началния момент магнитът се намира на разстояние $r_0 = 1$ cm от проводника с нулева начална скорост и започва да се ускорява под действие на магнитната сила. Ако токът по проводника е $I_1 = 10$ A, определете:

- посоката на вектора $\vec{p}$ на магнитния момент на магнита, при която магнитът ще се отблъсква от проводника (направете подходящ чертеж); (0.5 т)
- ускорението a_0 , с което магнитът ще започне да се хлъзга по повърхността; (3.5 т)
- максималната скорост v_∞ , която би достигнал магнитът, ако се отдалечи на много голямо разстояние от проводника. (1.5 т)

Магнитният момент на железния атом е $p_{Fe} = 2,79 \cdot 10^{-23}$ A.m², а моларната маса на желязото е $\mu_{Fe} = 56$ g/mol. Триенето между магнита и повърхността се пренебрегва.

д) Разгледайте железен магнит с форма на тънък диск с радиус $R = 1$ cm и с маса $m = 1$ g. Магнитният момент на диска е успореден на оста му. Като използвате аналогията между постоянен магнит и токова рамка, определете големината на магнитната индукция B в центъра на диска. (4.0 т)

Задача 2. Гравитация и механика

Задачата се състои от две независими части А и В.

А. Оценете периода на въртене на спътник, близък до повърхността на неутронна звезда (пулсар) с плътност, равна на ядрената плътност. Приемете, че протонът и неутронът имат еднаква маса $m_N \approx 1,7 \cdot 10^{-27}$ kg, а радиусът R на атомното ядро се задава чрез масовото число A с формулата $R = r_0 A^{1/3}$, където $r_0 \approx 1,3 \cdot 10^{-15}$ m. (4.0 т)

Б. Частица с маса m взаимодейства с неподвижен силов център, като извършва движение с енергия E по права, минаваща през центъра. Потенциалната енергия на частицата се дава с изрази

$$U(x) = \frac{a}{x} + bx,$$

където a и b са положителни константи, а x е разстоянието до центъра.

а) Определете областите по отношение на x , в които силовият център привлича, отблъсква или не действа със сила на частицата. (3.0 т)

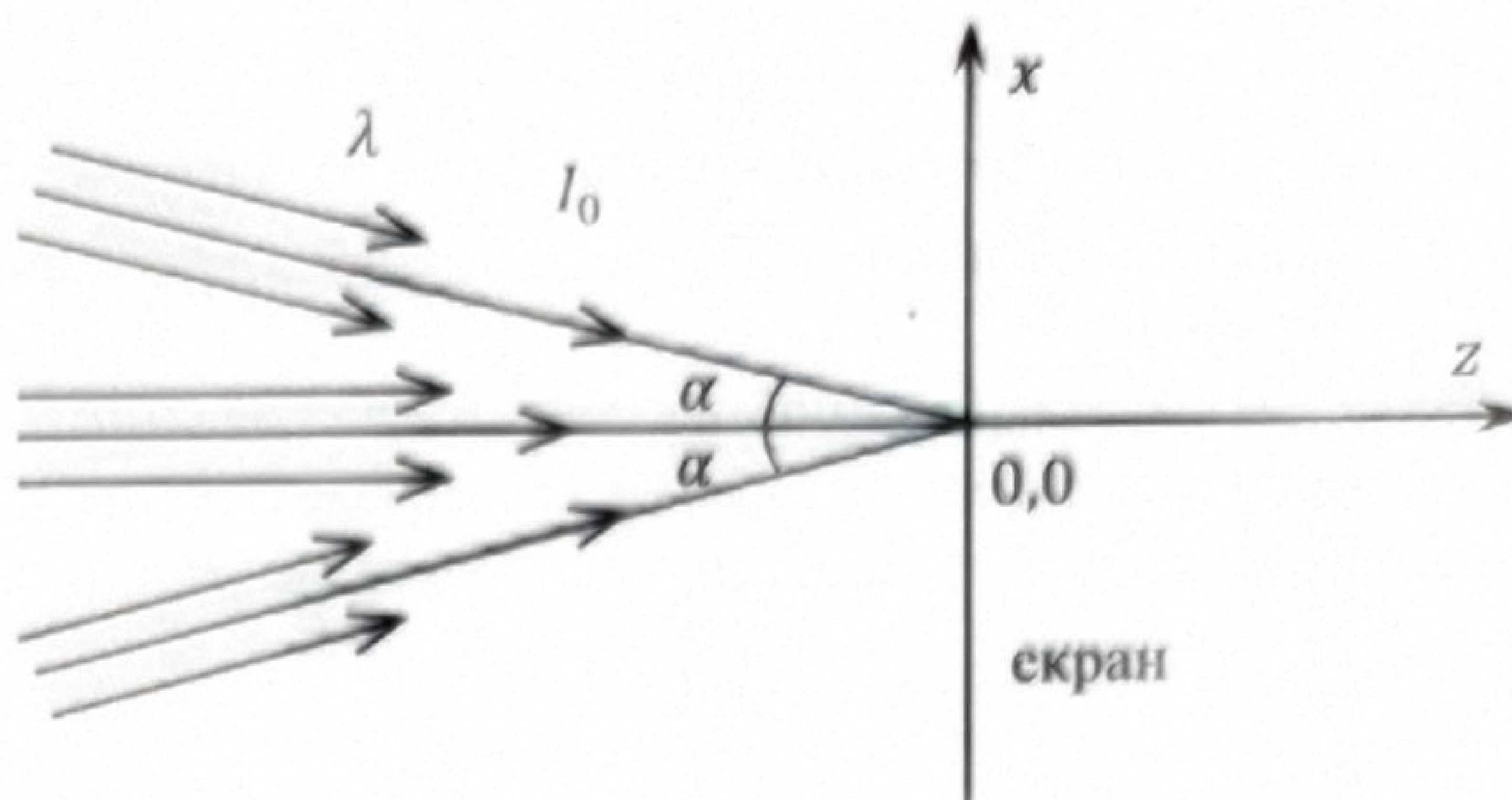
б) Намерете разстоянието x_1 на максимално приближаване на частицата до силовия център, а така също разстоянието x_2 на максимално отдалечаване от него. (3.0 т)

в) Намерете максималната скорост $v_{\max}$ на частицата при движение между x_1 и x_2 (1.0 т)

г) Ако движението на частицата е квантово, оценете минималната ѝ възможна енергия чрез съотношението за неопределеност $\Delta x \Delta p \geq \hbar$. (4.0 т)

Задача 3. Трилъчева интерференция

а) Три успоредни монохроматични кохерентни снопа светлина осветяват екран (перпендикулярен на равнината на чертежа). Дължината на вълната е $\lambda = 500 \text{ nm}$. Средният сноп пада перпендикулярно на екрана. Двата странични снопа сключват равни ъгли $\alpha = 1,00 \cdot 10^{-2}^\circ$ със средния сноп (вж. фигурата). Интензивността на всеки от сноповете е I_0 .* Избрана е декартова



координатна система с ос x в равнината на екрана и ос z , перпендикулярна на екрана. В точката $(0,0)$ трите снопа имат еднаква фаза.** Получете формула за зависимостта на интензивността $I(x)$ на интерференчната картина от x и дадените в условието параметри. Начертайте качествено зависимостта за такъв интервал от стойности на x , че да е ясно как изглежда тя. [5,0 т]

б) Изчислете разстоянието $\Delta x_{\max}$ между два най-близки максимума в интерференчната картина с еднаква интензивност. [0,5 т]

в) Изчислете разстоянието $\Delta x_{\min}$ между първите два минимума (най-близките до точката $(0,0)$ и с $x > 0$) [1,0 т.]

г) Изчислете отношението k на интензивностите на по-силно интензивните към по-слабо интензивните максимуми в интерференчната картина. [0,5 т]

д) На какво разстояние z_0 трябва да се измести екрана по оста z , така че да се наблюдава същата интерференчна картина – като интензивност и като разположение на максимумите [1,0 т]

е) Получете формула за зависимостта на интензивността $I(x, z)$ на интерференчната картина от x за произволно положение на екрана по z . [5,0 т]

ж) Нека $z = \frac{z_0}{4}$. Начертайте как изглежда интерференчната картина при това положение на екрана. Изчислете отношението k' на интензивността в максимумите към интензивността в минимумите на интерференчната картина. [2,0 т]

* Интензивността I на светлинна вълна се дефинира като количеството енергия, пренесено от вълната за единица време през единица площ, перпендикулярна на посоката на разпространение. Интензивността на вълната е пропорционална на амплитудата A на електричното поле във вълната: $I = CA^2$, където C е коефициент на пропорционалност, зависещ единствено от фундаментални константи.

** Може да използвате, че при разлика Δs между оптичните пътища на два лъча, между тях се натрупва разлика във фазите $\Delta\varphi = 2\pi\Delta s/\lambda$.

Задача 4. Метална сфера в еднородно електростатично поле

а) Нека си представим безкрайна равнина. Под нея безкрайното полупространство е заето от заземен проводник, а над нея – от вакуум. Точков заряд q се намира на разстояние d над равнината. Какъв въображаем заряд образ в проводника би създал във вакуума същото електрично поле, като полето на реалните индуцирани върху повърхността заряди? [2 т.]

б) Заземена метална сфера с радиус R се намира в полето на точков заряд q на разстояние a от центъра на сферата ($a > R$). Докажете, че съществува заряд образ, чието поле извън сферата е еквивалентно на полето на индуцираните върху повърхността на сферата заряди. Намерете големината q' на заряда образ и разстоянието b , на което той се намира от центъра на сферата. Получете израз за потенциала Φ в точка, намираща се извън сферата на разстояние r_1 от външния заряд и r_2 – от заряда образ. [3 т.]

в) Разгледайте два точкови заряда q и $-q$ във вакуум, които лежат на оста Oz в точки с координати $z_1 = -a$ за *положителния* и $z_2 = +a$ за *отрицателния* заряд. Получете израз за потенциала Φ и интензитета E_z на електричното поле в точка от оста Oz с координата z . В тази точка се разглежда **само полето на двата заряда**, без полето на индуцираните върху сферата заряди. [1 т.]

г) Покажете, че в преднишната подточка (т.е. полето само на двата външни заряда *без* металината сфера), близо до центъра O на координатната система (тоест за разстояния $|z| \ll a$), полето е приблизително *еднородно*. Колко е потенциала и интензитета на това "еднородно" поле в случай, че $a \rightarrow \infty$ и $q \rightarrow \infty$, така че $\frac{q}{a^2} = \text{const}$.

Упътване: Използвайте приближението $(1+x)^n \approx 1 + nx$. [3 т.]

д) Намерете потенциала извън метална сфера намираща се в *еднородно* външно електрично поле E_0 , като отчитате и полето на индуцираните върху сферата заряди. Като използвате

$E_r = -\frac{d\Phi}{dr}$ (тук E_r е нормалната компонента на електричното поле), намерете E_r върху повърхността на сферата [4 т.]

е) Докажете, че за проводник във вакуум, повърхнинната плътност на заряда се задава с израз $\sigma = \epsilon_0 E_n$, където E_n е нормалната компонента на електричното поле над повърхността на проводника. Като използвате този резултат, намерете повърхнинната плътност на заряда върху сфера, намираща се в *еднородно* електрично поле. [2 т.]