

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ

25 – 27 април 2025 г., Казанлък

Тема за 9. клас (трета състезателна група)

Задача 1.

Напрежението U , приложено между точките A и B , може да се изрази чрез токовете и съпротивленията на резисторите 1 и 2 чрез формулата

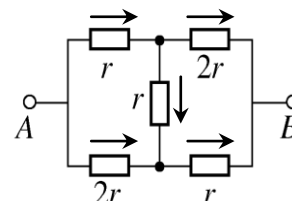
$$U = I_1 r + I_2 (2r). \text{ [1 т.]}$$

Това напрежение поражда ток I , който е равен на

$$(1) \quad I = I_1 + I_3. \text{ [1 т.]}$$

Следователно търсеното съпротивление се дава с израза

$$R = \frac{U}{I} = \frac{I_1 + 2I_2}{I_1 + I_3} r. \text{ [0,5 т.]}$$



За възела C от закона за запазване на електричния заряд имаме

$$(2) \quad I_1 = I_2 + I_0, \text{ [0,5 т.]}$$

а във възела D е в сила равенството

$$(3) \quad I_3 + I_0 = I_4. \text{ [0,5 т.]}$$

Освен това напрежението между точките A и C , изразено по два начина, дава равенството

$$(4) \quad I_1 r = I_3 (2r) - I_0 r \rightarrow I_1 = 2I_3 - I_0. \text{ [0,5 т.]}$$

а напрежението между C и B води до

$$(5) \quad I_2 (2r) = I_0 r + I_4 r \rightarrow 2I_2 = I_0 + I_4. \text{ [0,5 т.]}$$

От почленното събиране на (2) и (4) намираме

$$I_2 = 2(I_1 - I_3), \text{ [1 т.]}$$

докато от (3) и (5), като изключим I_4 , получаваме

$$2I_0 = 4I_1 - 5I_3. \text{ [1 т.]}$$

След заместване в (4) следва връзка между I_1 и I_3 , т.е.

$$3I_3 = 2I_1. \text{ [1 т.]}$$

Като използваме (1), намираме

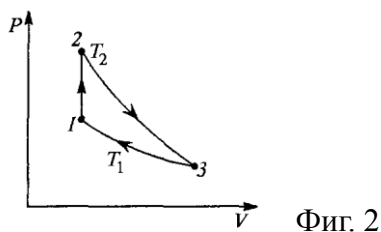
$$I_1 = \frac{3}{5} I, \text{ [0,5 т.]} \quad I_3 = \frac{2}{5} I, \text{ [0,5 т.]} \quad I_2 = \frac{2}{5} I. \text{ [0,5 т.]}$$

Окончателно окончателно получаваме

$$R = \frac{7}{5} r. \text{ [1 т.]}$$

Задача 2.

а) На фиг. 2 е показана графиката на процеса 1-2-3-1. [1,5 т.]



б) Една от характерните температури в цикъла е тази на изотермния процес 3-1, т.е. $T_3 = T_1$ [0,5 т.]. В изохорния процес с уравнение $P/T = \text{const}$ [0,5 т.] с увеличаване на налягането се повишава и температурата, като най-високата е в състояние 2, т.е. $T_2 > T_1$ [0,5 т.]. Тъй като при адиабатното разширение 2-3 температурата на газа се понижава до T_3 [0,5 т.], стигаме до заключението, че $T_{\max} = T_2$ [0,5 т.], а $T_{\min} = T$, където температурата T е температурата във всяко състояние от изотермата 3-1. [0,5 т.]

в) За дадения процес извършената от газа работа се дава с израза

$$A = Q_1 - Q_2, [0,5 \text{ т.}]$$

където Q_1 е полученото, а Q_2 – отдаденото количество топлина за един цикъл. Тогава имаме

$$Q_1 = A + Q. [0,5 \text{ т.}]$$

От първия принцип на термодинамиката, приложен за изохорния процес, следва

$$\Delta U_{12} = Q_1. [0,5 \text{ т.}]$$

Като отчетем, че

$$\Delta U_{12} = C(T_{\max} - T_{\min}), [0,5 \text{ т.}] \quad \frac{P_1}{T_{\min}} = \frac{P_2}{T_{\max}}, [0,5 \text{ т.}] \quad P_2 = \alpha P_1, [0,5 \text{ т.}]$$

намираме

$$T_{\max} = \frac{\alpha(A+Q)}{(\alpha-1)C}, [0,5 \text{ т.}] \quad T_{\min} = \frac{A+Q}{(\alpha-1)C} [0,5 \text{ т.}]$$

г) По определение КПД на топлинен двигател е

$$\eta = \frac{A}{Q_1}, [0,5 \text{ т.}]$$

при което окончателно намираме

$$\eta = \frac{1}{1+Q/A} = 0,5. [1 \text{ т.}]$$

Задача 3.

А. Графиките на скоростта на телата показват, че скоростите им се увеличават с времето. Тъй като те са прави линии, движението на всяко тяло е равноускорително без начална скорост. Ще означим ускорението на първото тяло с a_1 , а на второто – с a_2 . Тогава изминатият от всяко тяло път за време t от началото на движение на първото е

$$s_1(t) = \frac{a_1 t^2}{2}, \text{ [0,25 т.]} \quad s_2(t) = \frac{a_2 (t - t_1)^2}{2}. \text{ [0,25 т.]}$$

Когато второто тяло настига първото, изминатите пътища се изравняват и получаваме равенството

$$(1) \quad a_1 t^2 = a_2 (t - t_1)^2. \text{ [0,25 т.]}$$

Както се вижда от графиката, скоростите на телата

$$v_1(t) = a_1 t, \text{ [0,25 т.]} \quad v_2(t) = a_2 (t - t_1), \text{ [0,25 т.]}$$

се изравняват в момента t_2 , което води до равенството

$$(2) \quad a_1 t_2 = a_2 (t_2 - t_1). \text{ [0,25 т.]}$$

След като заместим (2) в (1) и коренуваме, намираме

$$t = \frac{\sqrt{t_2}}{\sqrt{t_2} \mp \sqrt{t_2 - t_1}} t_1 = t_2 \pm \sqrt{t_2(t_2 - t_1)}. \text{ [0,5 т.]}$$

Тъй като търсеното време $t > t_2$, имаме единствен окончателен резултат

$$t = t_2 + \sqrt{t_2(t_2 - t_1)}. \text{ [0,5 т.]}$$

Б. а) Балонът се издига с ускорение

$$a = \frac{2H}{t_1^2} = 4 \text{ m/s}^2. \text{ [0,25 т.]}$$

След $t_2 = 5 \text{ s}$ той има скорост $v_0 = at_2 = 20 \text{ m/s}$ [0,25 т.] и достига височина $h_0 = at_2^2/2 = 50 \text{ m}$. [0,25 т.] В момента на отделяне от балона предметът има скорост v_0 , насочена нагоре [0,25 т.], и ускорение g , насочено надолу към земната повърхност. [0,25 т.] Следователно до падането си на земята предметът извършва два вида движение: отначало равнозакъснително [0,25 т.], а след това свободно падане (равноускорително) [0,25 т.]. Да означим общото време с $t = t' + t''$. Тогава от закона за скоростта при равнозакъснително движение имаме

$$v = v_0 - gt' = 0 \Rightarrow t' = \frac{v_0}{g} = 2 \text{ s}. \text{ [0,5 т.]}$$

След време t' предметът ще достигне максимална височина

$$h = h_0 + \frac{v_0 t'}{2} = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 70 \text{ m}. \text{ [0,5 т.]}$$

От тази височина предметът пада свободно за време t'' . Тогава имаме

$$h = \frac{g(t'')^2}{2} \Rightarrow t'' = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \frac{v_0}{g} \sqrt{1 + \frac{2gh_0}{v_0^2}} \approx 3,74 \text{ s}. \text{ [0,5 т.]}$$

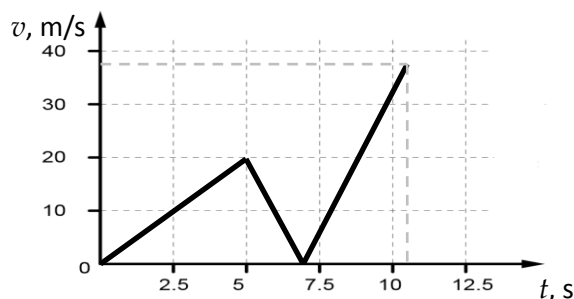
Окончателно времето за падане на предмета на земята е

$$t = t' + t'' \approx 5,74 \text{ s}. \text{ [0,25 т.]}$$

б) Скоростта, с която предметът пада на земята се определя с израза

$$v = gt'' = v_0 \sqrt{1 + 2gh_0/v_0^2} \approx 37,4 \text{ m/s} \quad [0,5 \text{ т.}]$$

в) Скоростта на предмета за първите 5 s нараства равномерно от 0 до 20 m/s, след това намалява равномерно до нула за 2 s и отново нараства до 37,4 m/s при 10,7 s, когато завършва движението му. На фиг. 2 е показана графиката на скоростта на предмета, като отделните участъци са отсечки. [0,75 т.]



Фиг. 2 [0,75 т.]

г) За построяване на графиката на височината $h(t)$ на предмета над земята ще използваме следните изрази:

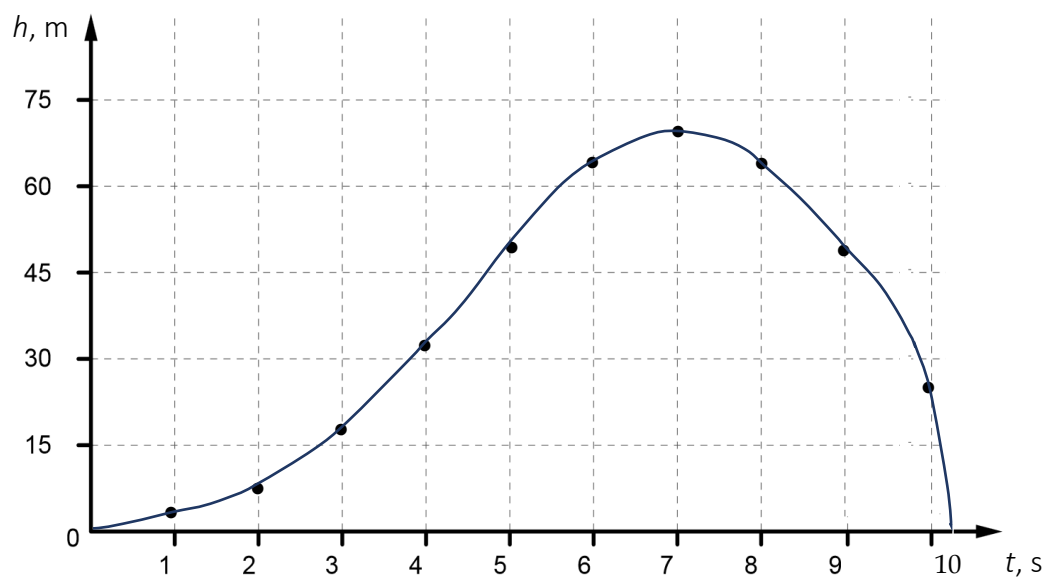
$$h(t) = at^2/2 = 2t^2, \quad 0 \leq t \leq 5 \text{ s},$$

$$h(t) = h_0 + v_0(t - t_2) - \frac{g(t - t_2)^2}{2} = 50 + 20(t - 5) - 5(t - 5)^2, \quad 5 \leq t \leq 7 \text{ s},$$

$$h(t) = h - g(t - t_2 - t')^2/2 = 70 - 5(t - 7)^2, \quad 7 \leq t \leq 10,74 \text{ s}.$$

В таблицата са нанесени пресметнатите стойности на $h(t)$ [1 т.], а на фиг. 3 е показана графиката [1 т.]

$t, \text{ s}$	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
$h, \text{ m}$	2,0	8,0	18,0	32,0	50,0	65,0	70,0	65,0	50,0	25,0



Фиг. 3