

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

25 – 27 април 2025 г., Казанлък

Решения на темата за II състезателна група (8. клас)

Задача 1. Вертикално движение (задачата се състои от две независими части)

Част I Нека да означим с t_0 времето, за което първата топка изминава разстоянието d . Оттук $d = \frac{gt_0^2}{2}$. [0,5 т.] Втората топка пада $h = \frac{gt^2}{2}$ за време t . [0,5 т.] Пълното движение на първата

топка е $9h = \frac{g(t_0+t)^2}{2}$. [0,5 т.] Следователно $t_0 + t = 3\sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2d}{g}} + \sqrt{\frac{2h}{g}}$ и $d = 4h$. [1 т.]

Част II а) Първоначално, като приложим II принцип на Нютон, ще получим: $m_d g - T_d = m_d a_c$ [0,5 т.] (за дясната теглилка), $T_d - T_l - m_c g = m_c a_c$ [0,5 т.] (за средната теглилка) и $2T_l - m_l g = m_l a_c/2$ [1 т.] (за лявата теглилка). От горните уравнения следва, че $a_c = \frac{2(2m_d - 2m_c - m_l)}{4m_d + 4m_c + m_l} g$. [0,5 т.] Уравненията на Нютон след размяната на крайните теглилки може

да се получат от горните, като заменим a_c с $-a_c$ и разменим местата на m_d и m_l . Оттук $a_c = \frac{2(m_d + 2m_c - 2m_l)}{m_d + 4m_c + 4m_l} g$. [0,5 т.] За масите се получават следните две уравнения: $(2g + a_c)m_l -$

$4(g - a_c)m_d = -4(g + a_c)m_c$ и $4(g + a_c)m_l - (2g - a_c)m_d = 4(g - a_c)m_c$. [0,5 т.]

Решението е $m_l = \frac{4(6g^2 - 7ga_c + 3a_c^2)}{3(4g^2 - 5a_c^2)} m_c \approx 0,5 \text{ kg}$ и $m_d = \frac{4(6g^2 + 7ga_c + 3a_c^2)}{3(4g^2 - 5a_c^2)} m_c \approx 0,8 \text{ kg}$. [2 т.]

б) От решението на предишното подусловие се вижда, че $T_l = \frac{m_l(2g + a_c)}{4} \approx 2,7 \text{ N}$. [0,5 т.]

Силата на опън на дясната нишка е $T_d = m_d(g - a_c) \approx 6,3 \text{ N}$. [0,5 т.]

в) За да получим новите сили на опън след размяната на крайните теглилки, заменяме a_c с $-a_c$ и разменяме местата на m_d и m_l в горните изрази: $T'_l = \frac{m_l(2g - a_c)}{4} \approx 3,6 \text{ N}$ и $T'_d = m_l(g + a_c) \approx 6,0 \text{ N}$. [1 т.]

Задача 2. Трупчета на нишка

а) Нека да означим първоначалната сила на опън на нишката с T , а силата на опън след като дясното трупче достига гладкия участък – с T' . От II принцип на Нютон имаме следните две уравнения за трупчетата върху грапавия участък: $T - kmg = ma$ [0,5 т.] (за лявото трупче) и $F - T - kMg = Ma$ [0,5 т.] (за дясното трупче). След като дясното трупче достигне гладкия участък, уравненията за двете трупчета стават: $T' - kmg = ma'$ [0,5 т.] (за лявото трупче) и $F - T' = Ma'$ [0,5 т.] (за дясното трупче). От условието на задачата следва, че $T' = m(kg + a') = \frac{3T}{2} = \frac{3m(kg + a)}{2}$, т.е. $2a' = 3a + kg$. [0,5 т.] Като съберем двете уравнения на

Нютон преди достигането до гладкия участък, ще получим, че $a = \frac{F - kg(m+M)}{m+M}$. [0,5 т.]

Аналогично $a' = \frac{F - kmg}{m+M}$. [0,5 т.] Оттук и от получената връзка между двете ускорения следва,

че $F = 2kMg$. [0,5 т.] Като заместим по-горе, получаваме за ускоренията: $a = \frac{kg(M-m)}{m+M} = \frac{kg}{3} \approx 0,3 \text{ m/s}^2$ и $a' = \frac{kg(2M-m)}{m+M} = kg \approx 1 \text{ m/s}^2$. [1 т.]

б) Скоростта на системата преди достигане до гладкия участък е $v = \sqrt{2as} = \sqrt{\frac{kg\ell}{3}}$. [0,5 т.]

След това (но преди скъсването на нишката) системата развива скорост $v' = \sqrt{v^2 + 2a's'} = \sqrt{\frac{5kg\ell}{6}}$. [0,5 т.] След скъсването на нишката лявото трупче се движи равнозакъснително с

ускорение kg , докато дясното се движи равноускорително с ново ускорение $\frac{F}{M} = 2kg$. [0,5 т.]

Времето за спиране на лявото трупче е $t_{\text{сп}} = \frac{v'}{kg} = \sqrt{\frac{5\ell}{6kg}}$. [0,5 т.] За това време дясното трупче

придобива скорост $v_{\text{сп}} = v' + 2kgt_{\text{сп}} = 3v' = \sqrt{\frac{15kg\ell}{2}} \approx 3,9 \text{ m/s}$. [1 т.] За да намерим

разстоянието между трупчетата в момента на спиране на лявото трупче, трябва да определим изминатите от тях пътища от скъсването на нишката до този момент. Лявото трупче

изминава път $\frac{v'^2}{2kg} = \frac{5\ell}{12}$, а дясното изминава $v't_{\text{сп}} + kgt_{\text{сп}}^2 = \frac{5\ell}{3}$. [1 т.] Търсеното разстояние е

$$d_{\text{сп}} = \ell + \frac{5\ell}{3} - \frac{5\ell}{12} = \frac{9\ell}{4} = 4,5 \text{ m. [1 т.]}$$

Задача 3. Кинематика и хидростатика (задачата се състои от две независими части)

Част I а) За да намерим времето T за половин обиколка (от единия край на пистата до другия) на всеки един от състезателите, нека да означим времето за ускоряване с t_y , а

времето за спиране – с t_3 , като $T = t_y + t_3$. Ако означим максималната скорост с v_{max} , лесно

се вижда, че $v_{\text{max}} = a_y t_y = a_3 t_3$. [0,5 т.] Ако означим съответния път при равноускорително

движение с s_y , $v_{\text{max}} = \sqrt{2a_y s_y} = \sqrt{2a_3(L - s_y)}$. [0,5 т.] От горните равенства следва, че $T =$

$$\sqrt{\frac{2L(a_y + a_3)}{a_y a_3}}. [1 т.] \text{ Така } T_1 = \sqrt{\frac{2L(a_{1y} + a_{13})}{a_{1y} a_{13}}} \approx 14,53 \text{ s и } T_2 = \sqrt{\frac{2L(a_{2y} + a_{23})}{a_{2y} a_{23}}} \approx 14,43 \text{ s. [0,5 т.]}$$

б) За $t = 7 \text{ min}$ първият състезател е направил почти 29 полуобиколки (в дадения момент се

движи равномерно), докато вторият – малко над 29 (вече се движи

равноускорително). [0,5 т.] Търсеното разстояние се дава от разликата на разстоянията от

съответния мотоциклет до по-близкия край на пистата, т.е. $d = \frac{1}{2}[a_{13}(29T_1 - t)^2 -$

$$a_{2y}(t - 29T_2)^2] \approx 1,2 \text{ m. [1 т.]}$$

в) За $t' = 20 \text{ min}$ първият състезател е изминал малко повече от 82,5 полуобиколки (в

конкретния момент се движи равномерно), докато вторият – малко над 83 (движи се

равноускорително). [0,5 т.] Търсената преднина се дава от сумата на разстоянията от

съответния мотоциклет до по-близкия край на пистата, т.е. е $\frac{1}{2}[a_{13}(83T_1 - t')^2 +$

$$a_{2y}(t' - 83T_2)^2] \approx 194 \text{ m. [1 т.]}$$

Част II а) От условието за равновесие на системата преди пробиването на неправилното тяло

следва, че сумарната сила на тежестта се уравновесява от сумарната сила на Архимед: $Mg =$

$\rho_B \ell^2(\ell - x)g + \rho_B Vg$. [0,5 т.] Оттук $V = \frac{M}{\rho_B} - \ell^2(\ell - x) = 1,5 \text{ l}$. [0,5 т.] След запълването на

кухината с вода равновесието на системата води до условието $Mg = \rho_B \ell^2(\ell - y)g +$

$\rho_B(V - V')g$. [0,5 т.] Като заместим V от горе, ще получим $V' = \ell^2(x - y) \approx 0,17 \text{ l}$. [0,5 т.]

б) Масата на двата предмета е $M = \rho_K \ell^3 + 6\rho_K(V - V')$. Като заместим $V - V'$ от решението

на предишното подусловие, ще получим $\rho_K = \frac{M}{6M + 6\rho_B \ell^2 y - 5\rho_B \ell^3} \rho_B \approx 0,22 \text{ g/cm}^3$. [1 т.]

в) От условието за равновесие на куба преди пробиването на отвора се вижда, че

първоначалната сила на опън е $T_1 = \rho_B \ell^2(\ell - x)g - \rho_K \ell^3 g$. [0,5 т.] Аналогично, след

напълването на кухнята силата на опън става $T_2 = \rho_B \ell^2(\ell - y)g - \rho_K \ell^3 g$. [0,5 т.]

Следователно, търсеното относително нарастване на силата на опън е $\frac{T_2 - T_1}{T_1} = \frac{\rho_B(x - y)}{\rho_B(\ell - x) - \rho_K \ell} =$

$$\frac{(x - y)(6M + 6\rho_B \ell^2 y - 5\rho_B \ell^3)}{(\ell - x)(6M + 6\rho_B \ell^2 y - 5\rho_B \ell^3) - \ell M} = 60\%. [0,5 т.]$$