

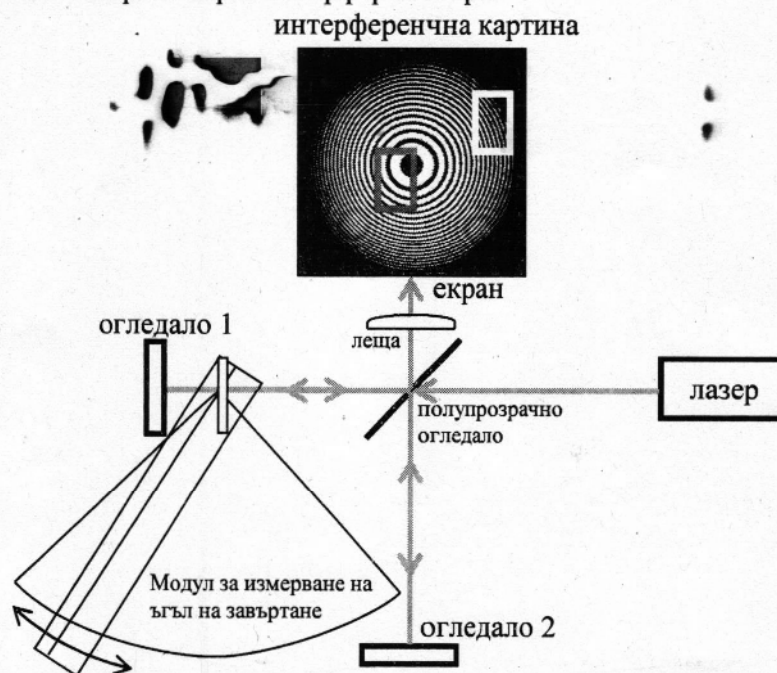
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 7 април 2019 г., Русе
Тема 10.-12. клас (четвърта състезателна група)
Експериментален кръг - Задача 1

Теоретична част

Във физиката от края на XIX век се е считало, че светлината се разпространява в неподвижна среда, наречена етер, подобно на разпространението на звука във въздуха. За да установи наличието на предполагаемия етер, Алберт Майкелсън през 1881 година създава прецизен уред, по-късно известен като интерферометър на Майкелсън. Проведените експерименти не потвърждават наличието на етер, в който се разпространява светлината. Интерферометри от подобен тип се използват в много приложения, включително и при детектирането на гравитационни вълни в LIGO експеримента.

Целта в настоящата задача е с интерферометъра на Майкелсън да се определи показателя на пречупване на прозрачна пластинка, ако е известна нейната дебелина, и се определи дължината на светлинната вълна с дифракционна решетка.

Най-общо казано, интерферометърът на Майкелсън се състои от монохроматичен източник на светлина (например лазер), полупрозрачно (ПП) огледало, две огледала и екран подредени в схема с две рамена, подобна на показаната на фигурата. Участъкът от ПП огледало до огледало 1 е едното рамо, а от ПП огледало до огледало 2 другото рамо. Лещата служи единствено за увеличаване на интерференчната картина, а модулът за измерване на ъгли е за конкретното измерване чрез интерферометъра.



Част от светлината отива до огледало 1, отразява се от него и отново се отразява от ПП огледало към екрана. Друга част от светлината отива до огледало 2, отразява се от него и преминава през ПП огледало към екрана. Отиващите към екрана светлинни вълни се сумират и могат да интерферират конструктивно или деструктивно. Ако разликата в оптичните пътища на лъчите в двете рамена ($s_2 - s_1$) е четно число полувълни, ще се наблюдава максимум, а ако е нечетно число полувълни ще се наблюдава минимум. На практика, т.к. лазерният лъч има малка разходимост, типичната интерференчна картина, която се наблюдава е, както представената на фигурата. Вие ще наблюдавате части от нея, подобни на

частите, оградени с правоъгълници, на фигурата. В интерференчната картина се виждат редуващи се максимуми и минимуми, периода на които намалява от центъра към периферията на кръга.

Оптичният път на светлината s при изминаването на път x през някаква среда за време t е пътят s , който би изминала светлина за същото време, ако се движи във вакуум $s=ct=c(x/v)=nx$, т.е. оптичният път е геометричният път умножен по показателя на пречупване на средата, в която се движи светлината.

При промяна на разликата в оптичните пътища $\Delta(s_2-s_1)$ интерференчната картина се променя, като промяна с две полувълни, води до заместването на един максимум със съседен на него. Ако в едно от рамената на уреда се промени или x , или n , или и двете, ще се промени и разликата в оптичните пътища на двата лъча.

При въртенето на прозрачна пластинка, поставена в едно от раменете на уреда, се променя разликата в оптичните пътища на рамената на уреда. Зависимостта на броят преминали максимуми k в една точка от интерференчната картина от ъгълът на завъртане на пластинката се дава със следният израз:

$$k(\theta) = \frac{2d(1 - \cos \theta)(1 - n)}{\lambda(1 - \cos \theta - n)},$$

където означенията са: d - дебелина на пластинката, n - показател на пречупване на пластинката, λ - дължина на светлинната вълна, θ - ъгъл между светлинния лъч и нормалата към пластинката. Зависимостта $k(\theta)$ е приближение, точността на което, е не по-лоша от 2% за ъгли $\theta < 45^\circ$.

При нормално падане на лъч към дифракционна решетка, зависимостта между преминалия дифракционен порядък - m и ъгълът му на отклонение - α_m спрямо нормалата към решетката е:

$$m\lambda = b \sin \alpha_m,$$

където b е периода на дифракционната решетка.

Уреди и материали за интерферометъра:

- Работна плоскост $52 \times 38 \times 2$ cm 1 бр.
- Огледала на стойки (прикрепването е с по 2 пластмасови щипки) 2 бр.
- Полупрозрачно огледало на стойка (прикрепването е с метална щипка-32 mm) ... 1 бр.
- Масичка с 3 винтови крачета за фина нивелация 1 бр.
- Отвертка за фина нивелация 1 бр.
- Леща на стойка (прикрепването е с метална щипка-25 mm) 1 бр.
- Лазер на стойка (с подвижно магнитно прикрепване към стойката) 1 бр.
- Свързващи проводници с крайници тип крокодил 2 бр.
- Батерия - 9V 1 бр.
- Модул за измерване на ъгъл на завъртане (включващ: транспортер с централен отвор, линейка - рамо на транспортера, кабърче за фиксиране на линейката към центъра на транспортера, алуминиева плочка - подставка за изследваната прозрачна пластинка 1 бр.
- Екран с подвижни точки, на стойка (прикрепването е с метална щипка-25 mm) 1 бр.
- Тънка прозрачна пластинка на стойка (24×32 mm) 1 бр.

допълнителни:

- Дифракционна решетка от $\frac{1}{4}$ компактдиск, на стойка (прикрепването е с метална щипка - 50 mm) 1 бр.
- Линия-екран на стойка (прикрепването е с метална щипка-25 mm) 1 бр.
- Линия 1 бр.
- Милиметрова хартия 1 л.

Указания:

по отношение на интерференчната картина:

- Лазерът загрява за около 2 минути, през което време се наблюдава нестабилна интерференчна картина.
- В реализираната конфигурация на интерферометъра се наблюдава малка част от цялата интерференчна картина, подобна на частите оградени с малки правоъгълници в интерференчната картина на фигурата. Каква част от цялата картина ще се наблюдава, зависи от фината настройка: малки промени в позициите на ПП огледало и огледало 2 показват различна част от цялата интерференчна картина. Това позволява да се работи с максимуми с по-голям или по-малък период.
- На екрана ще наблюдавате две двойки лазерни петна, т.к. се получават отражения и от двете стени на ПП огледало, но само от по-ярките петна се получава интерференчната картина. По-ярките петна са от полупрозрачен слой нанесен на едната стена на ПП огледало.

за настройката на интерферометъра на Майкелсън:

- По време на настройките внимавайте с лазера ! Не гледайте към изхода на лазера ! Не гледайте в равнината на движение на лазерното лъчение !
- Груба схема на подредбата на елементите на интерферометъра е нарисувана на работната плоскост.
- Както ще се убедите, уредът е много чувствителен на вибрации, нестабилни елементи, и дори леко притискане на работната маса и трябва да се работи внимателно. По тази причина при подредбата на елементите на уреда трябва да се избягва стойките на елементите да стъпват върху неравности (например върху транспортира), за да не се създават нестабилности в уреда. Докато правите самите измервания, е добре по работната маса да пипате, само линейката-рамо на транспортира. При позициониране на огледало се убедете, че долният ръб на огледалото лежи стабилно на масата, като притиснете самото огледало към работната плоскост ! Малки нестабилности в елементите могат да се премахнат, чрез почукване по работната плоскост.
- При настройките хващайте с пръсти оптичните елементи странично, не за повърхностите където трябва да минава светлината.
- Раменете на уреда не трябва да се различават по дължина повече от ± 2 cm.
- (1) Първо се настройва отразеният лъч от огледало 1 да се връща отново в изхода на лазера, а също така да преминава и през прозрачната пластинка. При тази настройка прозрачната пластинка се поставя на позиция на вертикалната ос, преминаваща през центъра на транспортира. Тези настройки се правят лесно чрез въртене на огледало 1 и насочване на лазера. Лазерът има подвижно магнитно прикрепване към стойката.
- (2) След това се позиционира ПП огледало, като отразеният към екрана лъч трябва да е приблизително перпендикулярен на излизащият от лазера лъч и приблизително на неговото ниво, което лесно се настройва чрез въртене на ПП огледало върху масичката с 3 крачета и нейното нивелиране с отвертката. Екранът може да стои на работната маса извън работната плоскост, ако е нужен по-голям образ на интерференчната картина.
- (3) След това се позиционира огледало 2 така, че да отрази съответния лъч към екрана. Груба настройка за припокриване на двете по-ярки лазерни петна на екрана се постига лесно чрез въртене на огледало 2 и нивелиране на масичката с 3 крачета с отвертката.
- (4) Накрая се поставя лещата между екрана и ПП огледало. Сега може да се прави фината настройка за получаване на стабилна интерференчна картина чрез съвсем малко движение на огледало 2 и съвсем малка нивелация на ПП огледало с някой от винтовете на масичката с 3 крачета. Тази фина настройка определя каква част от интерференчната картина се вижда.

- (5) Настройката на интерферометъра е постигната, ако при въртене на прозрачната пластинка, се наблюдава плавно движение на максимумите. В противен случай, внимателно се променя фината настройка на уреда.
- (6) Важно е да не се разместят елементите от настройка (1), докато се правят следващите настройки, иначе трябва да се започне отначало настройването.

по отношение на изследваната линейна зависимост в задачата:

- Поради ползвани приближения в зависимостта $k(\theta)$, свободният член на получената линейна зависимост не дава информация с добра точност, и не се налага да го определяте.

Необходими величини:

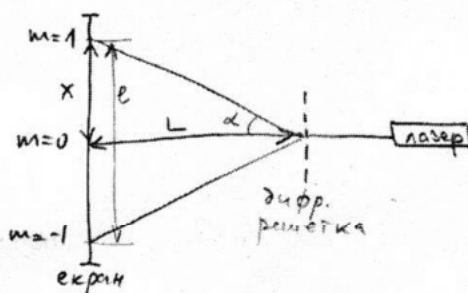
- Разстоянието между пътеките на 80 минутен CD-ROM е $b = 1.5 \mu m \pm 3\%$
- Дебелината на прозрачната пластинка е $d = 160 \pm 5 \mu m = 160 \mu m \pm 3\%$

Номерируйте страниците на беловата и черновата. Пишете четливо.

Задачи:

1. Определяне на дължината на вълната на лазера λ , чрез компактдиска и екрана-линейка.

1.1. Начертайте схема на подредбата на елементите, която ще използвате за определяне на дължината на лазера. На схемата означете нужните величини за пресмятането на λ . [1 т.]



1.2. Представете израз, с който ще пресметнете λ . [0.5 т.]

$$\lambda = b \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}}; \quad \text{за } m=1$$

1.3. Направете нужното еднократно измерване с възможно по-голяма точност и представете измерените величини с грешките по подходящ начин. [2 т.]

$$L = 290 \pm 2 \text{ mm} = 290 \text{ mm} \pm 0.7\% \quad (1 \text{ т.}) \quad l = 282 \pm 2 \text{ mm}; \quad x = \frac{l}{2}; \quad \Delta x = \frac{\Delta l}{2} \quad (1 \text{ т.})$$

$$x = 141 \pm 1 \text{ mm} = 141 \text{ mm} \pm 0.7\%$$

1.4. Опишете накратко какви мерки взехте за коректно подреждане на елементите и за по-голяма точност на резултата от еднократното измерване. [1 т.]

1) за коректно измерване на x , екрана трябва да е перпендикулярен на лъча. Това се осигурява, като отразеният от линейката-екран лъч, се връща в лазера. (0.25 т.)

2) за да е нормално падането върху дифракционната решетка, отразеният от нея лъч също трябва да се връща в лазера. (0.25 т.)

3) за по-голяма точност на измерванията, екрана е максимално далече от дифракционната решетка, така че измерваните разстояния, да са с минимални относителни грешки. (0.5 т.)

- 1.5. Пресметнете дължината на вълната на лазера λ . Приемете, че сте я определили с точност 5% и я представете по подходящ начин с абсолютната и относителната процентна грешки по подходящ начин. [0.5 т.]

$$\lambda = b \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}} = 1.5 \mu\text{m} \frac{141}{\sqrt{141^2 + 290^2}} = 1.5 \mu\text{m} \times 0.437 = 0.65589 \mu\text{m} \text{ (0.25 т.)}$$

$$\lambda = 656 \text{ nm} \pm 5\% = 656 \pm 33 \text{ nm} \text{ (0.25 т.)}$$

2. Изследване на $k(\theta)$ - зависимостта на броя преминали максимуми в точка от интерференчната картина от ъгъла между лъча и нормалата към пластинката. Определяне на показателя на пречупване n на прозрачна пластинка.

- 2.1. Представете зависимостта $k(\theta)$ в подходящи променливи, така че да е права линия, в наклона на която да участват n , d и λ . [2 т.]

$$\frac{1}{k} = \left(\frac{\lambda n}{2d(n-1)} \right) \frac{1}{1 - \cos \theta} + \left(\frac{\lambda}{2d(1-n)} \right)$$

Зависимостта е линейна: $y = ax + b$,

$$\text{като сме означили: } y = \frac{1}{k}; \quad x = \frac{1}{1 - \cos \theta}; \quad a = \frac{\lambda n}{2d(n-1)}; \quad b = \frac{\lambda}{2d(1-n)}$$

- 2.2. Представете израз, чрез който от наклона ще определите търсеният показател на пречупване. [1 т.]

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2da}}$$

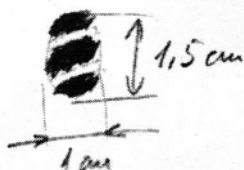
- 2.3. След настройване на интерферометъра на Майкелсън получите експериментално зависимостта на $k(\theta)$ и я представете в табличен вид. Докато измервате, преценете по какъв начин ще определите кога прозрачната пластинка е нормална на лъча и го опишете накратко. [3 т.]

груби данни				
#	θ°	k'	θ°	k
1	50.50	0		
2	36.25	5	14.25	5
3	30.50	10	20.00	10
4	26.00	15	24.50	15
5	22.50	20	28.00	20
6	19.50	25	31.00	25
7	16.50	30	34.00	30
8	14.00	35	36.50	35
9	11.75	40	38.75	40
10	9.50	45	41.00	45
11	7.50	50	43.00	50
12	5.75	55	44.75	55

При 10 и повече измервания (2 т.)

Когато пластинката е нормална на лъча, на екрана се вижда отразен от пластинката лъч. Освен това, около тази нормална позиция на пластинката, движението на максимумите си обръща посоката. (1 т.)

- 2.4. Начертайте схематично образа на използваната част от интерференчната картина, като означите приблизителните ѝ размери. Обосновете как избрахте каква част от интерференчната картина ще използвате. [1 т.]



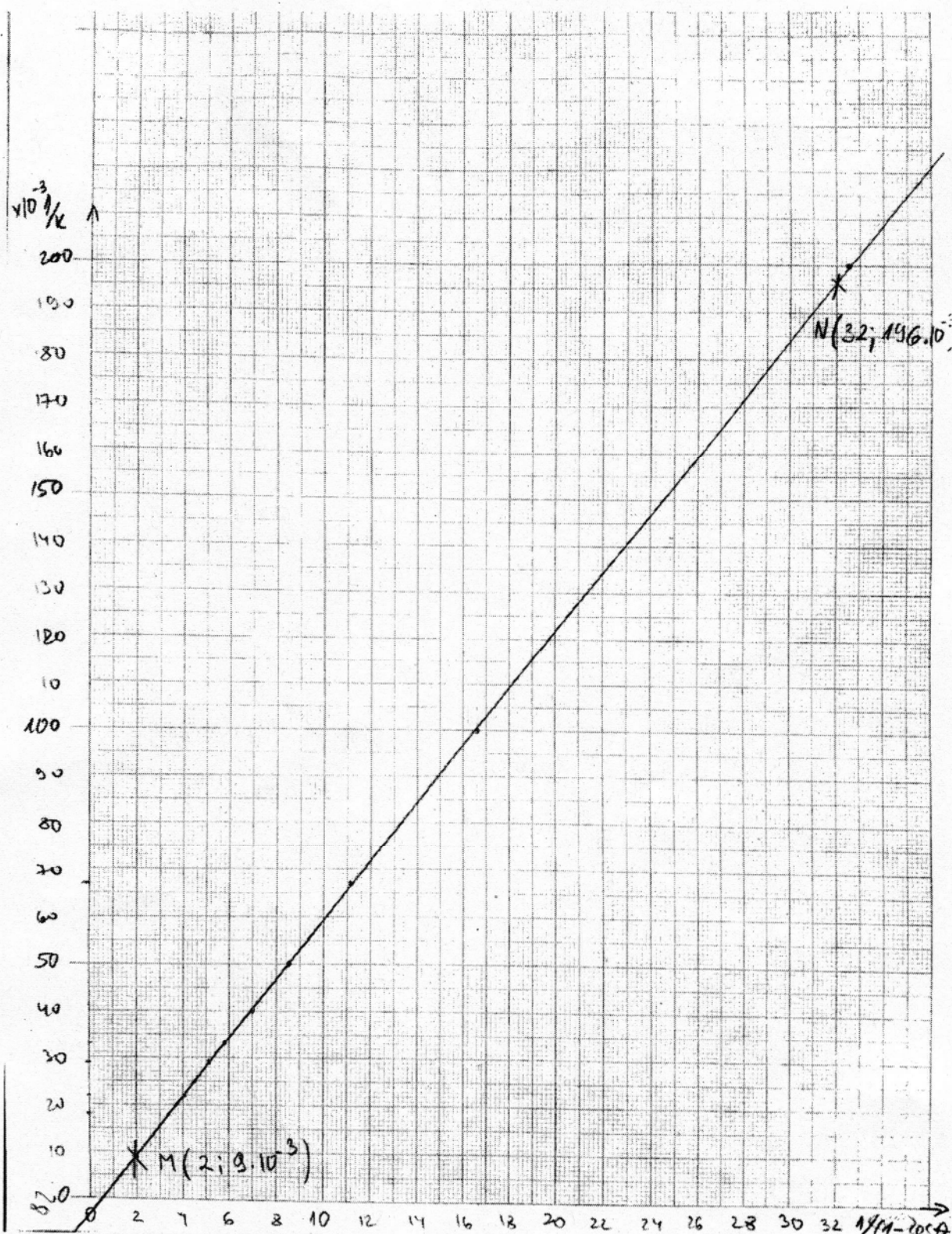
(0.5 т.)

Интерференчната картина при измерването е избрана така, че да е плавно променяща се при въртенето на пластинката, и освен това да е с достатъчно голям период за лесно броене на преминаващите максимуми. (0.5 т.)

- 2.5. Използвайки експерименталните данни, представете линейната зависимост от задача 2.1. таблично и графично. [4 т.]

$1/k$	$1/(1-\cos\theta)$
0,200	32,50
0,100	16,58
0,067	11,11
0,050	8,54
0,040	7,00
0,033	5,85
0,029	5,10
0,025	4,54
0,022	4,08
0,020	3,72
0,018	3,45

(1 т.)



Точки за графиката се дават ако:

- използвана е цялата площ на листа милиметрова хартия; (0.5 т.)
- по осите на графиката са означени съответните величини; (0.5 т.)
- отбелязани са мерните единици на величините; (0.5 т.)
- нанесени са 10 и повече точки от табличните данни; (1.5 т.)

- 2.6. Определете само наклона на линейната зависимост, абсолютната му и относителна процентна грешки и представете резултата по подходящ начин. [2 т.]

$$a = \frac{l_y}{l_x} = \frac{(196-9) \times 10^{-3}}{32-2} = \frac{187}{30} 10^{-3} = 6.233 \times 10^{-3} \text{ (0.5 т.)}$$

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta l_x}{l_x} + \frac{\Delta l_y}{l_y} = \frac{1.10^{-3}}{187.10^{-3}} + \frac{0.2}{30} = 0.0053 + 0.0067 \approx 0.01 = 1\% \text{ (0.5 т.)}$$

за Δl са взети съответните на 1 mm от графиката.

$$\Delta a = \left(\frac{\Delta a}{a} \right) a = 0.01 \times 6.233 \times 10^{-3} \approx 0.06 \times 10^{-3} \text{ (0.5 т.)}$$

$$a = (6.23 \pm 0.06) \cdot 10^{-3} = 6.23 \times 10^{-3} \pm 1\% \text{ (0.5 т.)}$$

- 2.7. Определете стойността на показателя на пречупване n . Представете го с оценените му абсолютна и относителна процентна грешки по подходящ начин. [2 т.]

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2da}} = \frac{1}{1 - \frac{656 \times 10^{-3}}{2 \times 160 \times 6.23 \times 10^{-3}}} = \frac{1}{1 - 0.329} = 1.4903 \text{ (0.5 т.)}$$

$$n = \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{2da}} = \frac{1}{1 - p} = \frac{1}{q}$$

При тези означения за p и q :

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta a}{a} = 5\% + 3\% + 1\% = 9\% = 0.09$$

$$\Delta p = \left(\frac{\Delta p}{p} \right) p = 0.09 \times 0.329 \approx 0.03$$

$$\Delta q = \Delta p = 0.03$$

$$\frac{\Delta q}{q} = \frac{0.03}{1 - 0.329} \approx 0.04 = 4\%$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta q}{q} = 4\% \text{ (0.5 т.)}$$

$$\Delta n = \left(\frac{\Delta n}{n} \right) n = 0.04 \times 1.4903 \approx 0.06 \text{ (0.5 т.)}$$

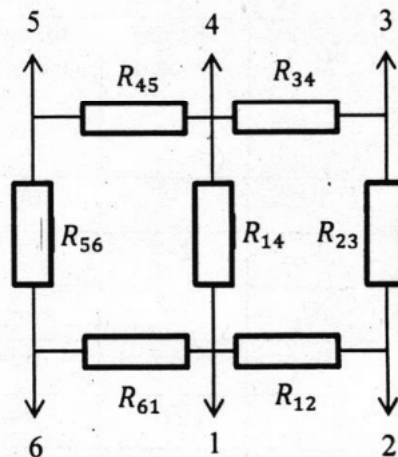
$$n = 1.49 \pm 0.06 = 1.49 \pm 4\% \text{ (0.5 т.)}$$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА, НАЦИОНАЛЕН КРЪГ
07 АПРИЛ 2019 г., РУСЕ

Тема за 10-12. клас (четвърта възрастова група)
Експериментален кръг, примерно решение на задача 2

Стъпка 1:

Първо с подходящи свързвания „накъсо“ се измерват последователно всичките три двойки успоредно свързани резистори от дясната „тройка“ R_{12} , R_{23} и R_{34} . С даване „накъсо“ на изводи 1 и 3 и мерене на между 1 и 2 (или 2 и 3, което е същото), се измерва съпротивлението на успоредно свързаните R_{12} и R_{23} . След това с даване „накъсо“ на изводи 2 и 4 и мерене на между 2 и 3 (или 3 и 4, което е същото), се измерва съпротивлението на успоредно свързаните R_{23} и R_{34} . После с даване „накъсо“ едновременно на двойките изводи 1-4 и 2-3 и мерене на между 1 и 2 (или 3 и 4, което е същото), се измерва съпротивлението на успоредно свързаните R_{12} и R_{34} . От получената система от 3 уравнения с 3 неизвестни се изчисляват R_{12} , R_{23} и R_{34} . [2 т.]



По същия начин се постъпва и с огледално разположената „тройка“ R_{45} , R_{56} и R_{61} . Повтарят се същия тип измервания и от получената нова система от 3 уравнения с 3 неизвестни се изчисляват R_{45} , R_{56} и R_{61} .

След като се известни вече стойностите на всички резистори с изключение на R_{14} , се измерва съпротивлението между 1 и 4 без да се дава нищо „накъсо“. В този случай успоредно свързани са R_{14} , тройката последователно свързани R_{12} , R_{23} и R_{34} и тройката последователно свързани R_{45} , R_{56} и R_{61} . Изчислява се R_{14} . За да се опростят пресмятанията, може отново да се дадат „накъсо“ някои изводи, например 1-3 и 1-5. Тогава успоредно свързани остават само R_{14} , R_{34} и R_{45} . [1 т.]

Стъпка 2:

За дясната тройка резистори R_{12} , R_{23} и R_{34} :

$\frac{1}{r_{12}(13)} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{23}}$; $\frac{1}{r_{23}(24)} = \frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{34}}$; $\frac{1}{r_{34}(14,23)} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{34}}$. Като съберем две от уравненията и извадим от тях третото (има три такива комбинации) последователно се получава

$$R_{12} = \frac{2}{\frac{1}{r_{12}(13)} - \frac{1}{r_{23}(24)} + \frac{1}{r_{34}(14,23)}}; R_{23} = \frac{2}{\frac{1}{r_{12}(13)} + \frac{1}{r_{23}(24)} - \frac{1}{r_{34}(14,23)}}; R_{34} = \frac{2}{-\frac{1}{r_{12}(13)} + \frac{1}{r_{23}(24)} + \frac{1}{r_{34}(14,23)}}.$$

[0,8 т.]

За лявата тройка резистори R_{61} , R_{56} и R_{45} :

$\frac{1}{r_{16}(15)} = \frac{1}{R_{61}} + \frac{1}{R_{56}}$; $\frac{1}{r_{56}(64)} = \frac{1}{R_{56}} + \frac{1}{R_{45}}$; $\frac{1}{r_{45}(14,56)} = \frac{1}{R_{61}} + \frac{1}{R_{45}}$. Като съберем две от уравненията и извадим от тях третото (има три такива комбинации) последователно се получава

$$R_{61} = \frac{2}{\frac{1}{r_{16}(15)} - \frac{1}{r_{56}(64)} + \frac{1}{r_{45}(14,56)}}; R_{56} = \frac{2}{\frac{1}{r_{16}(15)} + \frac{1}{r_{56}(64)} - \frac{1}{r_{45}(14,56)}}; R_{45} = \frac{2}{-\frac{1}{r_{16}(15)} + \frac{1}{r_{56}(64)} + \frac{1}{r_{45}(14,56)}}.$$

[0,8 т.]

При накъсо 1-3 и 1-5 и мерене между 1 и 4 $\frac{1}{r_{14}(13,15)} = \frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{34}} + \frac{1}{R_{45}}$, откъдето $R_{14} = \frac{1}{\frac{1}{r_{14}(13,15)} - \frac{1}{R_{34}} - \frac{1}{R_{45}}}$. [0,8 т.]

Стъпка 3: Измерванията са записани в таблицата по-долу. [5 т.]

измерване №	изводи „накъсо“	изводи „накъсо“	измерено съпротивление r_{nm} между изводи n и m , Ω	Еквивалентна схема, която се измерва
1	1-3	не	$r_{12}(13) = 301$	успоредно свързани R_{12} и R_{23}
2	2-4	не	$r_{23}(24) = 367$	успоредно свързани R_{23} и R_{34}
3	1-4	2-3	$r_{34}(14,23) = 326$	успоредно свързани R_{12} и R_{34}
4	1-5	не	$r_{16}(15) = 657$	успоредно свързани R_{61} и R_{56}
5	6-4	не	$r_{56}(64) = 594$	успоредно свързани R_{56} и R_{45}
6	1-4	5-6	$r_{45}(14,56) = 536$	успоредно свързани R_{61} и R_{45}
7	1-3	1-5	$r_{14}(13,15) = 226$	успоредно свързани R_{14} , R_{34} и R_{45}

Стъпка 4: Изчислените стойности на резисторите са дадени в таблицата по-долу. [10 т.]

резистор	изчислена стойност, Ω
R_{12}	546
R_{23}	671
R_{34}	810
R_{45}	987
R_{56}	1493
R_{61}	1174
R_{14}	460