

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 4 април 2018 г., Русе

Тема 10.–12. клас (четвърта състезателна група)

Експериментален кръг

Задача 2

1 Теоретична част

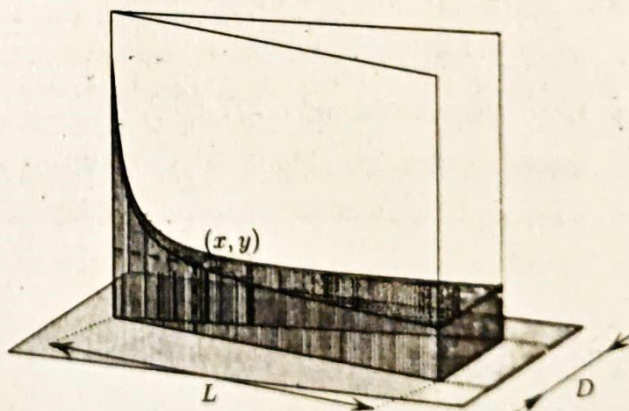
Молекулите от повърхностния слой на течност, която се намира в контакт с друго вещество, изпитват различни сили в сравнение с молекулите от обема на течността. Това е следствие от различното обкръжение на молекулите от повърхностния слой. Силата, която действа на тези молекули, ще е перпендикулярна на граничната повърхност, като големината и посоката ѝ ще зависят от вида на двете среди.

Да разгледаме границата *вода-въздух*. Тъй като водата е по-плътна, то силата, която действа на молекулите на водата от повърхността, ще е насочена към вътрешността на водата. За да премине молекула от вътрешността на водата към повърхностния слой, тя ще извърши отрицателна работа dA , при което площта на повърхността ще нарасне с dS , като е изпълнено следното равенство:

$$dA = -\sigma dS.$$

Коефициентът σ се нарича *коефициент на повърхностно напрежение* ($\sigma > 0$) и има смисъл на работата, която е необходима, за да се увеличи повърхността на течността с 1 m^2 .

Сега нека разгледаме водната повърхност в близост до стените на съда, в който се намира водата. Отново поради взаимодействието между молекулите на водата с тези на съда (и въздуха), повърхността на водата в близост до стените се изкривява. Ако размерите на съда са сравними с радиуса на кривината, то явленията, които се наблюдават в такива случаи, се наричат *капилярни* и се обуславят от наличието на повърхностно напрежение. Така например, ако вземем тънка стъклена тръбичка (капилярка) с радиус r и я потопим във вода, нивото на водата в тръбичката h ще е по-високо от това на водата извън нея, като:



Фигура 1

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r},$$

където ρ е плътността на водата, а g е земното ускорение.

Като използваме написаното по-горе, може да се покаже, че ако вземем две стъклени пластини, които сключват малък ъгъл φ (такъв, че $D \approx \varphi L$; виж Фигура 1) и запълним разстоянието между тях с вода, то височината на водата, на разстояние x от общия ръб на двете пластини, ще се дава с израза

$$y = \frac{2\sigma L}{\rho g D x}, \quad (1)$$

където тук отново $\rho = 998 \text{ kg/m}^3$ е плътността на водата, $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ е земното ускорение, σ е коефициентът на повърхностно напрежение на водата, а разстоянията L и D са означени на Фигура 1.

2 Задачи

Определете коефициента на повърхностното напрежение σ на границата вода-въздух. При изпълнение на задачата спазвайте следната последователност:

1. Опишете кратко и ясно последователността на провеждане на измерванията, като наблегнете само на най-важното. (3 т.)
2. Представете зависимостта (1) с подходящи променливи, така че да получите линейна зависимост, от която да може да се определи σ с минимална грешка. (3 т.)
3. Направете необходимите измервания и представете данните таблично (използвайте предоставения лист за таблицата). (5 т.)
4. Използвайте експерименталните данни от задача 3. и представете зависимостта от задача 2. графично. (5 т.)
5. Пресметнете σ от наклона на правата от задача 4. (2 т.)
6. Оценете абсолютната и относителната грешка на σ . Представете крайния резултат за σ , като отчитате пресметнатите грешки. (2 т.)

3 Уреди и материали

• Вода.....	300 ml
• Пластмасова ваничка.....	1 бр.
• Стъкла с размери $(200 \times 180 \times 4) \text{ mm}$	2 бр.
• Капилярка с означен външен диаметър.....	1 бр.
• Метални щипки.....	2 бр.
• Ластиси.....	3-4 бр.
• Тънкописец.....	1 бр.
• Метална линия.....	1 бр.
• Салфетки.....	2-3 бр.
• Попивателна кърпа.....	1 бр.
• Милиметрова хартия.....	1 л.

Забележка: Ако намокритите върта на тънкописеца, най-вероятно ще спре да пише. За да го използвате отново го разклатете добре. Салфетките могат да бъдат използвани за подсушаване на стъклата и/или за почистването им от мастното на тънкописеца.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ, 4 април 2018 г., Русе

Тема 10.–12. клас (четвърта състезателна група)

Експериментален кръг

Примерно решение и критерии за оценяване – Задача 2

1. Опишете кратко и ясно последователността на провеждане на измерванията, като наблегнете само на най-важното.

Последователност на провеждане на измерванията: за определяне на коефициента на повърхностно напрежение σ по описания метод в теоретичната част, трябва да снемем зависимост от вида $y \propto 1/x$, която да сведем до линейна. За целта трябва да получим „картина“ подобна на Фигура 1. Нека използваме ластичите, за да прикрепим едното стъкло към другото, като ги разделяме в единия край с помощта на капилярката. Може точно да позиционираме капилярката, като използваме линията. Фиксираме стъклата и капилярката с металните щипки, които поставяме в долния край на стъклата – така щипките ще ги държат изправени. Наливаме вода във ваничката и поставяме стъклата в нея. За да изглежда повърхността на водата между стъклата като тази показана на Фигура 1, трябва добре да намокрим вътрешната повърхност на стъклата и да изчакаме докато кривата стане гладка. Подсушаваме външната страна на едното стъкло със салфетките. Използваме тънкописеца, за да маркираме с точки върху външната част на стъклото водната повърхност между двете стъкла. Тъй като стъклата са дебели 4 mm, при маркирането трябва да гледаме нормално към стъклото. След като сме маркирали водната повърхност, внимателно разделяме двете стъкла и измерваме координатите на точките спрямо ръбовете на стъклото. Тъй като в първите 10 cm от линията най-малкото деление е 0.5 mm, ще гледаме точки, които имат координати не повече от 10 cm. Освен това, в двата края на хиперболата координатите се определят неточно (хиперболата е много стръмна/полегата). При измерване на разстоянието L отчитаме, че ръбовете на стъклата са скосени, т.е. $L < 200$ mm. (3 т.)

2. Представете зависимостта (1) с подходящи променливи, така че да получите линейна зависимост, от която да може да се определи σ с минимална грешка.

За да получим линейна зависимост, може да въведем нова променлива $x' = 1/x$. Тогава (1) се записва като:

$$y = ax',$$

където $a = \frac{2\sigma L}{\rho g D} = \text{const.}$

В описания по-горе начин, измерените координати на точките са спрямо ръбовете на стъклото. Това значи, че от ординатата на всяка точка y' трябва да извадим височината на водата във ваничката b , така че $y = y' - b$. За да намалим грешката от пряко измерване на b , може просто да заместим y в горната зависимост и така окончателно получаваме зависимост от вида:

$$y' = ax' + b. \text{ (3 т.)}$$

3. Направете необходимите измервания и представете данните таблично (използвайте предоставения лист за таблицата).

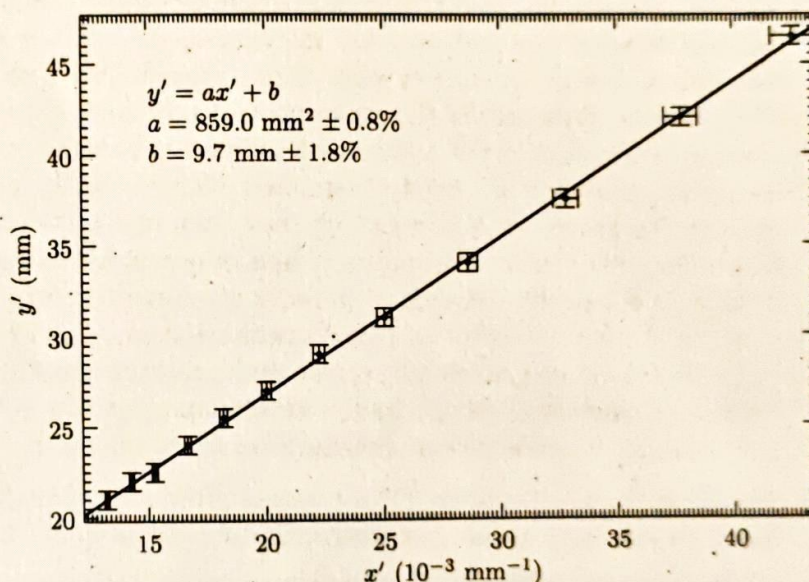
Измерените експериментални данни са представени в таблицата по-долу. При отбелязани мерни единици в таблицата се дават (0.5 т.). При поне десет измервания се дават (3.5 т.), за под пет измервания се дават (1.5 т.).

Ако поставим капилярката в края на стъклото, разстоянието $D = (2.98 \pm 0.02) \text{ mm}$ е равно на диаметъра на капилярката, а като отчетем скосяването на ръбовете на стъклото: $L = (197.0 \pm 0.5) \text{ mm}$. Абсолютните грешки на x , y' и x' са съответно $\Delta x \equiv \Delta y' = 0.5 \text{ mm}$ и $\Delta x' = x'^2 \Delta x$. (1 т.)

$x \text{ (mm)}$	$y' = y + b \text{ (mm)}$	$x' = 1/x \text{ (} 10^{-3} \text{ mm}^{-1}\text{)}$
75.5	21.0	13.2
70.0	22.0	14.3
65.5	22.5	15.3
60.0	24.0	16.7
55.0	25.5	18.2
50.0	27.0	20.0
45.0	29.0	22.2
40.0	31.0	25.0
35.0	34.0	28.6
30.5	37.5	32.8
26.5	42.0	37.7
23.5	46.5	42.6

4. Използвайте експерименталните данни от задача 3. и представете зависимостта от задача 2. графично.

Точки за графиката се дават, ако е използвана цялата площ на листа милиметрова хартия; (1.5 т.) по осите на графиката са означени съответните величини и мерните им единици; (1.5 т.) нанесени са всички точки от таблицата в задача 3. (2 т.)



5. Пресметнете σ от наклона на правата от задача 4.

Наклонът на графиката може да се определи по метода на най-малките квадрати (или графично, като се използват две точки от правата), откъдето получаваме $a = 859.0 \text{ mm}^2 \pm 1.8\%$.

$$\text{Съответно } \bar{\sigma} = \frac{a \rho g D}{2L} = 63.6 \text{ mN/m. (2 т.)}$$

6. Оценете абсолютната и относителната грешка на σ . Представете крайния резултат за σ , като отчитате пресметнатите грешки.

Абсолютната грешка може да пресметнем по формулата $\Delta \bar{\sigma} = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial z_i} \Delta z_i \right)^2}$, където z_i е всяка една от величините участващи в горния израз за $\bar{\sigma}$. Относителна грешка пресмятаме, като $r = \Delta \bar{\sigma} / \bar{\sigma}$. Така окончателно получаваме:

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm \Delta \bar{\sigma}, \sigma = (63.6 \pm 1.2) \text{ mN/m, (1 т.)}$$

$$\sigma = \bar{\sigma} \pm r, \sigma = 63.6 \text{ mN/m} \pm 1.8\%. (1 \text{ т.})$$