

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

Разград, 11–12 април 2017 г.

ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЗАДАЧА № 2

1 Теоретична част

Нека разгледаме нишка, намотана около цилиндрична повърхност с радиус r . Ако дърпаме единия край на нишката със сила T_1 , а другият със сила T_2 , повърхността ще ѝ действа със сила на триене, насочена по допирателна във всяка точка на контакт между нишката и повърхността и в посока обратна на посоката на движение на нишката. Вследствие на тази сила на триене, силите на опън в двата края на нишката (T_1 и T_2) ще са различни. Схематично, това е показано на фигурата вдясно.



Не е трудно да се покаже, че двете сили на опън са свързани по следния начин:

$$T_1 = T_2 \exp(\mu\theta), \quad (1)$$

където μ е коефициентът на триене между нишката и повърхността, а θ е централният ъгъл, съответстващ на дъгата на контакт между нишката и повърхността (да го наречем *ъгъл на контакт*). Като използваме съотношение (1) и знаем коефициента на триене, може да оценим колко най-малко пъти може да намотае нишката около повърхността, така че тя да не се приплъзва. Това намира редица практически приложения, като например в съоръженията за осигуряване и спускане в скалното и стенното катерене, мореплаването и др.

Забележка: при извеждането на зависимостта (1) се предполага, че силата на триене е пропорционална на нормалната реакция на опората, като коефициентът на пропорционалност е μ . Също така се предполага, че нишката е неразтеглива, а масата ѝ е пренебрежимо малка.

2 Задачи

Определете коефициента на триене μ между стоманен болт и полиестерен конец, използвайки предоставените уреди и материали, като изпълните следните стъпки:

- Опишете кратко и ясно последователността на провеждане на измерванията, необходими за определяне на коефициента на триене, като наблегнете само на най-важното. (4.0 т.)

Забележка: първо прочетете всички задачи по-долу.

- Направете схематично представяне (подобно на фигурата по-горе) на експерименталната установка, където да нарисувате и означите всички сили, както и другите величини, които ще са ви необходими за определянето на μ . (1.4 т.)
- Представете зависимостта (1) с подходящи променливи, така че да получите линейна зависимост от вида $y = ax$ ($a = \text{const}$), от която да може да се определи μ . (1.0 т.)

- Направете необходимите измервания и представете данните таблично (използвайте предоставения лист за таблицата). (4.0 т.)
- Оценете абсолютната грешка на измерените величини в задача 4. (0.5 т.)
- Използвайте експерименталните данни от задача 4 и представете зависимостта от задача 3. графично. (4.5 т.)
- Пресметнете μ от наклона на правата от задача 6. (2.0 т.)
- Оценете абсолютната и относителната грешка на μ . (1.6 т.)
- Представете крайния резултат за μ , като отчитате пресметнатите грешки. (1.0 т.)

3 Уреди и материали

- Стоманен болт M6 x 70 mm 1 бр.
- Полиестерен конец 1 бр.
- Пластмасови чашки с кукички 2 бр.
- Г-образна планка за захващане на болта 1 бр.
- Подложни шайби M6 с различен размер 5 бр.
- Федер шайби M6 2 бр.
- Гайка M6 1 бр.
- Крилчата гайка M6 1 бр.
- Болт M5 x 50 mm 1 бр.
- Гайки M5 3 бр.
- Лагер с размери 5 x 9 x 5 mm 1 бр.
- О-пръстени, които могат да се сложат на лагера 2 бр.
- Метално рамо с два отвора Ф5 и Ф6 1 бр.
- Дърводелска стяга 1 бр.
- Гайки M8 20 бр.
- Транспортир 1 бр.
- Милиметрова хартия 1 л.

Забележка: металното рамо служи за промяна на контактния ъгъл. За по-лесно отчитане на ъгъла може да считате, че конца е успореден на страната на рамото. Може да считате, че конца е неразтеглив и масата му е пренебрежимо малка, също както и инерционният момент на лагери и триенето в оста му. На допълнителен лист ще имате масите на чашките и гайките M8.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

Разград, 11-12 април 2017 г.

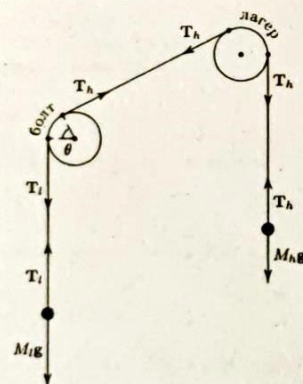
ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЗАДАЧА № 2: ПРИМЕРНО РЕШЕНИЕ

1. Опишете кратко и ясно последователността на провеждане на измерванията, необходими за определяне на коефициента на триене, като наблегнете само на най-важното. (4.0 т.)

Последователност на провеждане на измерванията: от теоретичната част и поставените задачи се разбира, че за определянето на коефициента на триене трябва да направим многократни измервания, като в случая може да променяме силите на опън от двете страни на концата, както и контактния ъгъл на концата с болта. Силите на опън могат да се променят като слагаме различен брой гайки в всяка от чашките, а ъгъла, като въртим подвижното рамо. За да получим еквилибристични точки на графиката може да правим измерванията по следния начин: фиксираме рамото за определени ъгли в интервала от 0° до 360° (може да направим повече от един оборот) и слагаме гайки в чашките, ако е необходимо променяме малко ъгъла, така че при конкретното отношение на масите M_l/M_h силите да се урівновесят и чашките да остават неподвижни. Повтаряме измерванията докато получим достатъчен брой точки за построяване на графиката (4.0 т.).

2. Направете схематично представяне на експерименталната установка, където да нарисувате и означите всички сили, както и другите величини, които ще са ви необходими за определянето на μ . (1.4 т.)

Експерименталната установка е представена схематично на фигурата вдясно (1.0 т.), където с M_l и M_h са означени сумарните маси на чашките от двете страни на концата и на гайките, които се намират в съответната чашка (0.2 т.). Масата на концата е пренебрежимо малка в сравнение с останалите маси. Както се вижда от фигурата, силите на опън от двете страни на лагера са еднакви т.к. може да предположим, че триенето в оста на лагера е много малко, а инерционният му момент е пренебрежим (0.2 т.).



3. Представете зависимостта (1) с подходящи променливи, така че да получите линейна зависимост от вида $y = ax$ ($a = \text{const}$), от която да може да се определи μ . (1.0 т.)

За да получим линейна зависимост може да запишем $T_l = T_h \exp(\mu\theta)$ във вида:

$$\ln\left(\frac{T_l}{T_h}\right) = \mu\theta$$

от където може да се определи наклона, който в случая съответства на коефициента на триене μ .

4. Направете необходимите измервания и представете данните таблично. (4.0 т.)

Измерените експериментални данни са представени в таблицата по-долу, където са използвани следните означения:

- n_l брой на гайките в чашка l
- n_h брой на гайките в чашка h
- n брой навивки на концата около болта
- $M_l = n_l m_{\text{гайка}} + m_{\text{чашка}}$
- $M_h = n_h m_{\text{гайка}} + m_{\text{чашка}}$

Също така сме отчели, че $T_l/T_h = M_l/M_h$ (0.7 т.).

n_l	n_h	n	θ (deg)	θ (rad)	$\ln(M_l/M_h)$
7	6	0	21	0.37	0.14
6	5	0	39	0.68	0.16
8	6	0	88	1.54	0.26
10	7	0	133	2.32	0.33
11	7	0	178	3.11	0.42
15	6	0	327	5.71	0.86
15	5	1	44	7.05	1.03
13	4	1	82	7.71	1.08
10	2	1	202	9.81	1.41
9	1	1	340	12.22	1.80
10	1	2	26	13.02	1.80
11	1	2	56	13.54	1.98
12	1	2	98	14.28	2.07

При отбелязани мерни единици в таблицата се дават (0.3 т.). Над десет измервания се дават (3.0 т.), под пет измервания се дават (1.5 т.).

5. Оценете абсолютната грешка на измерените величини в задача 4. (0.5 т.)

Максималните абсолютни грешки при определяне на M_l и M_h се дава с изразите:

$$\Delta M_l = n_l \Delta m_{\text{гайка}} + \Delta m_{\text{чашка}}$$

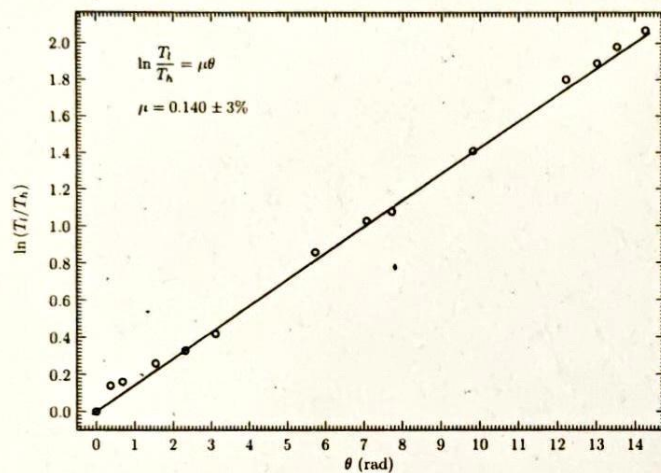
$$\Delta M_h = n_h \Delta m_{\text{гайка}} + \Delta m_{\text{чашка}}$$

където $\Delta m_{\text{гайка}} = m_{\text{чашка}} = 0.005$ g, а точността при измерване на ъгъла е $\Delta\theta = 0.5^\circ$.

6. Използвайте експерименталните данни от задача 4. и представете зависимостта от задача 3. графично. (4.5 т.)

Точки за графиката се дават ако:

- използвана е цялата площ на листа милиметрова хартия; (1.5 т.)
- по осите на графиката са означени съответните величини; (1.0 т.)
- отбелязани са мерните единици на величините; (0.3 т.)
- нанесени са всички точки от таблицата в задача 4; (1.2 т.)
- зависимостта е от вида $y = ax$ и построеният права излъжително трябва да минава през точката с координати (0.0, 0.0). (0.5 т.)



7. Пресметнете μ от наклона на правата от задача 6. (2.0 т.)

Наклонът на графиката може да се определи графично, като изберем две точки от правата прекарана през експерименталните данни, например т. А с координати (0.0, 0.0) и т. В с координати (14.00, 1.96). Тогава за коефициента на триене μ можем да запишем:

$$\bar{\mu} = \frac{B_y - A_y}{B_x - A_x} = \frac{1.96}{14.00} = 0.14$$

Наклонът на графиката може да се определи и по метода на най-малките квадрати.

8. Оценете абсолютната и относителната грешка на μ . (1.6 т.)

Като използваме, че $\bar{\mu} = \frac{B_y - A_y}{B_x - A_x}$, то максималната относителна грешка на $\bar{\mu}$ ще е:

$$r = \frac{\Delta\mu}{\bar{\mu}} = \frac{\Delta(B_x - A_x)}{B_x - A_x} + \frac{\Delta(B_y - A_y)}{B_y - A_y}, \quad (1.0 \text{ т.})$$

където $\Delta(B_x - A_x) = \Delta A_x + \Delta B_x = 0.2$ (0.2 т.), а $\Delta(B_y - A_y) = \Delta A_y + \Delta B_y = 0.04$ (0.2 т.).

Така получаваме, че $\frac{\Delta\mu}{\bar{\mu}} = \frac{0.2}{14} + \frac{0.04}{1.96} = 3\%$, а $\Delta\mu = 0.004$ (0.2 т.).

Абсолютната грешка може да се оцени и графично, като през експерименталните точки се прекарат още две прави, от където да се определят максималния и минималния наклон, съответно да се пресметнат $\mu_{\min}$ и $\mu_{\max}$, тогава $\Delta\mu = (\mu_{\max} - \mu_{\min})/2$.

9. Представете крайния резултат за μ , като отчитате пресметнатите грешки. (1.0 т.)

$$\mu = \bar{\mu} \pm \Delta\mu, \quad \mu = 0.140 \pm 0.004 \quad (0.5 \text{ т.})$$

$$\mu = \bar{\mu} \pm r, \quad \mu = 0.140 \pm 3\% \quad (0.5 \text{ т.})$$