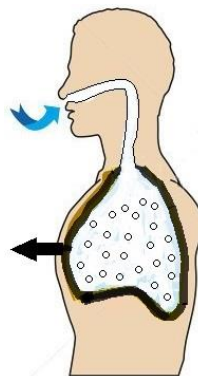


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
11 – 12 април 2017 г., Разград
Тема за 7. клас

Задача 1. *Двете части на задачата са независими!*

Част 1. С шнорхел под водата

Когато човек вдишва, гръдните мускули разширяват гръдния кош и позволяват белите дробове да се изпълнят с въздух; когато мускулите се отпуснат – дробовите се изпразват почти напълно. Налягането на въздуха в белите дробове е равно на атмосферното налягане p_{atm} . Гръдните мускули не са много силни и могат да разширяват гръдния кош срещу разлика в налягането най-много до 7% от атмосферното налягане. Определете до каква максимална дълбочина h_{max} може да се гмурне човек в морето, ако иска да диша през шнорхел. **(4 точки)**



Приемете, че във всички случаи плътността на водата е $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$, атмосферното налягане на морското равнище е $p_{\text{atm}} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, а земното ускорение е $g = 10 \text{ N/kg}$.

Част 2. На чай с Мирилайлай

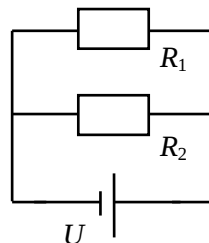
Магьосникът Мирилайлай бил поканен на чай от 17:00 часа при брат си Нирилайлай. Магьосникът взел подарък и тръгнал, като се движел с постоянна скорост v_1 пресметната така, че да пристигне точно навреме за чая. Целият път на Мирилайлай минавал покрай река, чието течение било със скорост v_0 в обратната посока. Някъде по пътя Мирилайлай се загледал в една пеперуда и без да забележи изгървал подаръка във водата. Течението на реката понесло подаръка. Някое време по-късно Мирилайлай забелязал, че подаръкът го няма. Той се обърнал и със скорост v_2 догонил подаръка, който бил носен от реката в продължение на време $t_0 = 12 \text{ min}$. Магьосникът го взел, обърнал се и продължил със същата скорост v_2 към къщата на брат си, където пристигнал точно навреме за чая. В колко часа Мирилайлай е изпуснал подаръка в реката, ако е известно, че $v_1/v_0 = 3$ и $v_2/v_0 = 5$? **(6 точки)**



Задача 2. Фокуси с мощности

Два резистора са свързани към източник на напрежение $U = 12 \text{ V}$, както е показано на фигурата вдясно. Съпротивлението R_1 на първия резистор може да се променя плавно, а съпротивлението R_2 на втория резистор има фиксирана стойност. При този начин на свързване мощността, отделена в първия резистор, може да се променя от $P_{1\text{min}} = 6 \text{ W}$ до $P_{1\text{max}} = 96 \text{ W}$. Мощността, отделена във втория резистор, е $P_2 = 24 \text{ W}$.

а) Намерете в какви граници може да се променя R_1 и каква е стойността на R_2 . **(2 точки)**



Нека сега резисторите се свържат последователно към същия източник и положим $R_1 = x R_2$, където x е положително число.

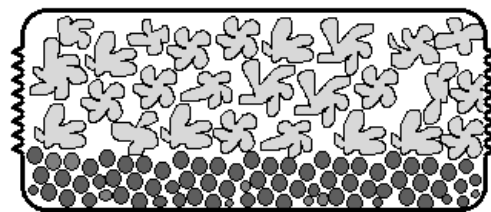
б) Намерете в какъв интервал от стойности се намира числото x . **(1 точка)**

в) Каква мощност ще се отдели общо в двата резистора при това свързване? Запишете отговора си като израз, съдържащ U , x и R_2 . Нараства или намалява общата мощност с увеличаване на стойността на R_1 ? (3 точки)

г) Каква мощност ще се отдели в първия резистор, ако неговото съпротивление стане $R_1 = \frac{1}{3} R_2$? Намерете другата стойност на R_1 , при която в първия резистор ще се отдели същата мощност. (4 точки)

Задача 3. Пук-пук-пуканки

Всички знаят как се приготвят пуканки в микровълнова фурна. Царевичните зърна са поставени в плътно запечатана и сплескана книжна торбичка. С разпукването на зърната, торбичката постепенно се издува до крайния си си обем.



Тъй като зърната имат неправилна форма, при поставяне в даден съд между тях остава много празно пространство. Така, зърната запълват $1/2$ от пространството, в което се намират. Поради същата причина пуканките запълват $1/3$ от пространството, в което се намират, както е показано на фигурата вдясно.

Книжна кесия, в която има много голям брой зърна с обща маса $M = 200$ g, се нуждае от 4 минути в микровълнова фурна, за да станат всички зърна на пуканки. Това време може да се раздели на 8 интервала, всеки по 30 секунди. В рамките на един такъв интервал се разпукват определен брой зърна. На диаграмата по-долу са показани броят зърна, които стават на пуканки в рамките на всеки 30-секунден интервал. В началния момент в кесията има само неразпукани зърна и обемът ѝ е $V_0 = 90$ cm³. Едно разпукано зърно, т.е. пуканка, има 40 пъти по-голям обем от едно неразпукано.

Зърната и пуканките се считат за еднородни. Приемете, че всички неразпукани зърна се намират под пуканките. Разстоянията върху диаграмата са ориентировъчни.

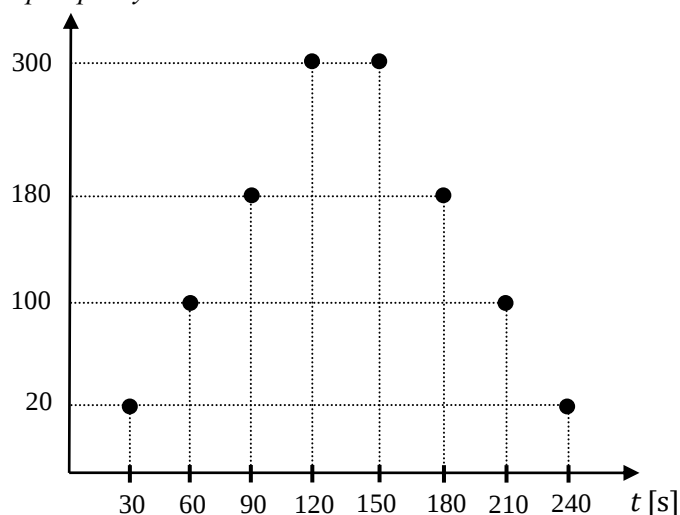
а) Колко царевични зърна има в кесията в началния момент? (1,5 точки)

б) Колко е плътността $\rho_{\text{зър}}$ на едно царевично зърно? Колко е плътността $\rho_{\text{пук}}$ на една пуканка? (2 точки)

в) Намерете какъв е обемът на кесията в края на всеки 30-секунден интервал. За повече прегледност може да представите резултатите си в таблица. (5 точки)

г) Ако извадим кесията от фурната, след като са минали точно три минути от началото на готвенето, колко грама пуканки ще можем да си хапнем? (1,5 точки)

Брой разпуквания



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ
11 април 2017 г., Разград
Тема за 8. клас

Задача 1. Кинематика

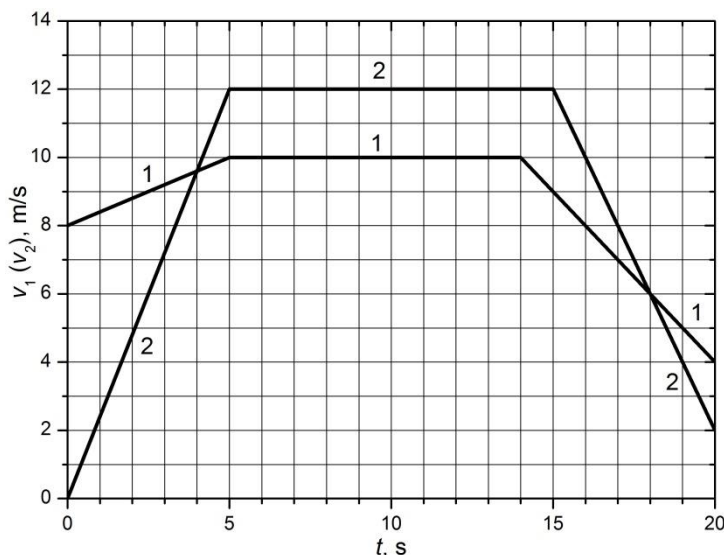
Две тела (1 и 2) се движат по една права. В момента време $t = 0$ s се намират на едно и също място. Зависимостта на скоростта им от времето е дадена на графиката. Намерете:

а) в момента време $t = 20$ s кое тяло ще е по-напред и с колко метра. [2,5 т.]

б) в кой момент време t_{12} разстоянието между тях ще е най-голямо, като тяло 1 е пред тяло 2. Изчислете това разстояние l_{12} . [2,5 т.]

в) в кой момент време t_{21} разстоянието между тях ще е най-голямо, като тяло 2 е пред тяло 1. Изчислете това разстояние l_{21} . [2,5 т.]

г) в кой момент време t_c разстоянието между тях ще е нула (положенията ще им съвпадат) и какъв път l са изминали дотогава. [2,5 т.]



Задача 2. Енергия (две независими части)

Част А. Тела и макари

Неподвижна макара (Н) е закачена за тавана. През нея е праметнато въже. На единия му край е закачено тяло с маса M , а на другия – подвижна макара (П). На подвижната макара е праметнато друго въже. Единият му край е завързан за пода, а на другия му край е закачено тяло с маса m . Земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$. Масата на макарите и въжетата е пренебрежима. Първоначално всички тела са в покой. Тялото с маса M се намира на разстояние h от пода.

а) При какво отношение на масите m/M , тялото с маса M ще тръгне надолу? [1 т.]

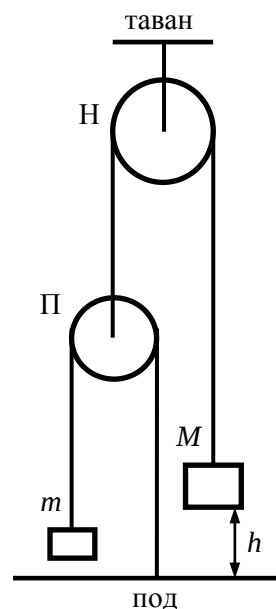
б) Намерете формула за скоростта v , с която тялото с маса M ще се удари в пода. [3 т.]

в) Изчислете скоростта v , ако $M = 8 \text{ kg}$, $m = 2 \text{ kg}$, $h = 0,8 \text{ m}$. [1 т.]

Част Б. Подскачащо топче

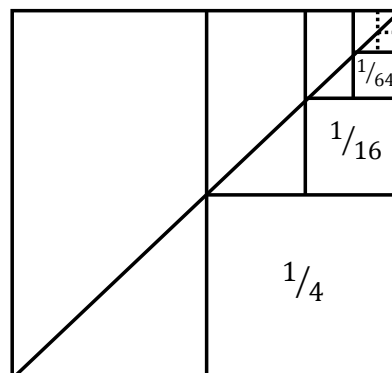
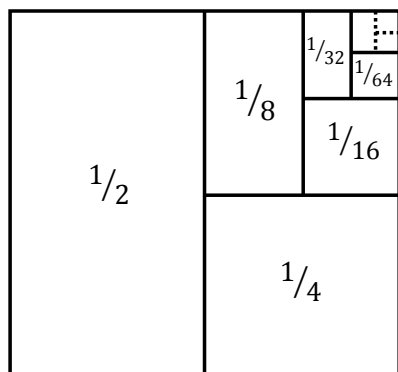
Топче с пренебрежими размери пада с нулева начална скорост от височина $H = 0,45 \text{ m}$ върху хоризонтална повърхност. Земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$. При всеки удар в повърхността топчето отскача, но губи $3/4$ от кинетичната си енергия. Изчислете:

г) след колко време T от началото на движението си топчето ще спре да подскача? [3 т.]



д) какъв път L от началото на движението си топчето ще измине, докато спре да подскача? [2 т.]

Указание: За да си помогнете с математическите изчисления, използвайте двата квадрата, нарисувани по-долу



Задача 3. Подводница.

а) Подводница има маса $M = 2400 \text{ t}$ (тона). Когато се спусне във вода, обемът от нея, който е над водата, е $V_1 = 800 \text{ m}^3$. В подводницата има резервоари, пълни с въздух, които, когато тя трябва да потъне под водата, се пълнят с необходимото количество вода. Плътността на водата е $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Плътността на въздуха се приема, че е пренебрежимо малка. Какъв обем вода V_x трябва да има в резервоарите на подводницата, за да бъде тя в равновесие под водата? Колко е целият обем V_0 на подводницата? [3 т.]

б) Максималната дълбочина, която тя може да достигне безопасно, е $h = 360 \text{ m}$. Максималният ъгъл, на който може да се накланя по дължина, е $\alpha = 30^\circ$. Максималната скорост, която може да развива под вода, е $v_{\max} = 54 \text{ km/h}$. Изчислете минималното време $t_{\min}$, за което подводницата може да достигне повърхността на водата, тръгвайки от максималната дълбочина и движейки се с максимална скорост. [1 т.]

в) Когато подводницата се движи във водата, изпитва голяма сила на съпротивление (триене) от страна на водата. Тази сила се дава с формулата $F_{\text{тр}} = \frac{1}{2} C \rho S v^2$, където ρ е плътността на водата, v е скоростта на подводницата, а S е нейното напречно сечение (перпендикулярно на посоката на движение). За да го изчислите, моделирайте формата ѝ с цилиндър с дължина $l = 80 \text{ m}$. C е число и се нарича аеродинамичен коефициент. За подводницата той е $C = 0,1$. Изчислете каква мощност трябва да имат двигателите на подводницата, за да може тя да се движи под вода с максималната си скорост $v_{\max}$. Ще зависи ли тази мощност от това дали подводницата се движи хоризонтално, плава под ъгъл нагоре (изплава) или под ъгъл надолу (потъва)? [3 т.]

г) Намерете максималната скорост $v_{\text{верт}}$, с която подводницата ще изплава вертикално (тя остава хоризонтална) с изгасен двигател, ако внезапно изхвърли (изтласка) водата от резервоарите си. Това става като резервоарите отново се напълнят с въздух. За да изчислите новата сила на триене, съобразете и изчислете какво е новото напречно сечение S_1 . Аеродинамичният коефициент за тази ситуация (посока на движение) е $C_1 = 0,5$. Земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$. [2 т.]

д) Какво минимално налягане $p_{\min}$ трябва да има въздуха, за да може да изтласка водата от резервоарите в океана, когато подводницата се намира на дълбочина $h = 360 \text{ m}$? Атмосферното налягане е $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ [1 т.]

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

Разград, 10-12 април 2017 г.

Тема върху учебно съдържание за 9. клас

Основни физични константи

земно ускорение: $g = 10 \text{ m/s}^2$;

константа в закона на Кулон: $k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$;

елементарен електричен заряд: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$;

електрична константа: $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$;

магнитна константа: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$.

Задача 1. Падащо мънисто

Две еднакви мъниста с маси $m = 0,1 \text{ g}$ всяко са нанизани на вертикална спица от електроизолиращ материал, както е показано на фиг. 1 а. Долното мънисто е закрепено неподвижно към спицата, а горното може да се хлъзга по нея. На мънистата са придадени еднакви положителни заряди $q = 2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$. Приемете, че размерите на мънистата са много по-малки от разстоянието между тях.

А) На каква височина h_0 над долното мънисто горното мънисто би се намирало в равновесие, ако между него и спицата няма триене? **(2.0 т)**

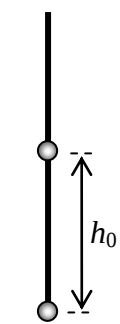
Б) Заради триенето обаче горното мънисто се намира в равновесие за цял интервал от височини $h_1 \leq h \leq h_2$ (фиг. 1 б). Най-малката височина, на която мънистото се намира в равновесие, е $h_1 = 5 \text{ cm}$.

Изобразете на чертеж силите, които действат на мънистото на височина h_1 . Колко е големината на силата f на триене между мънистото и спицата в тази точка? **(2.5 т)**

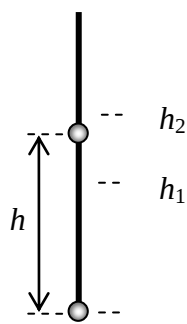
В) Изобразете на чертеж силите, които действат на мънистото в най-горната точка, където то се намира в равновесие. Получете израз и пресметнете h_2 ? **(4.5 т)**

Г) Мънистото е пуснато да пада с нулева начална скорост от височина $H = 10 \text{ cm}$. На каква височина h_m то достига максимална скорост? **(1.0 т)**

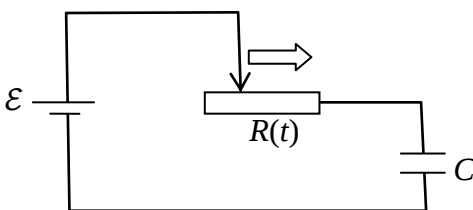
Можете да изразите буквените отговори в дадена подточка както чрез началните данни, така и чрез величини, вече определени в другите подточки.



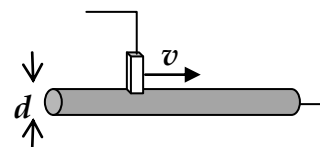
Фиг. 1 а



Фиг. 1 б



Фиг. 2 а



Фиг. 2 б

Задача 2. Свръхкондензатор

От учебниците вероятно знаете, че един фарад е твърде голям капацитет за кондензатор. С напредването на технологиите обаче през последните години бяха разработени т.нар. свръхкондензатори с капацитет достигащ стотици и хиляди фаради. Подобни кондензатори се използват за временно съхраняване на енергия в хибридните автомобили. Тази енергия се използва за задвижване на помощен електромотор, когато за кратко време е нужно автомобилът да бъде ускорен, например при изпреварване. В тази задача ще бъде разгледан свръхкондензатор с капацитет $C = 100 \text{ F}$, който се зарежда до максимално напрежение $U_{\text{max}} = 48 \text{ V}$.

А) Кондензаторът е монтиран в автомобил с маса $m = 1000 \text{ kg}$, който се движи с начална скорост $v_0 = 20 \text{ m/s}$. До каква по-висока скорост v_1 би се ускорил автомобилът при изпреварване, ако енергията на напълно заредения кондензатор бъде преобразувана изцяло в механична енергия на автомобила? **(2.5 т)**

Б) За да бъде зареден наново, кондензаторът се свързва в електрическата верига, показана на фиг. 2. Началният заряд на кондензатора е нула. Източникът има ЕДН $\mathcal{E} = 48 \text{ V}$ и нулево вътрешно съпротивление. Предназначението на реостата е да не се допусне протичането във веригата на прекалено голям ток, който би повредил източника. За целта плъзгачът на реостата се движи така, че по време на зареждането през източника да тече максималният допустим ток $I = 8 \text{ A}$. Получете буквен израз за функцията $R(t)$, по която се променя съпротивлението R на включения във веригата участък на реостата от времето t . Начертайте графика на функцията $R(t)$ на разграфената координатна система в работния лист. **(4.5 т)**

В) Реостатът представлява жица с диаметър $d = 0,2 \text{ mm}$, изработена от вещество със специфично съпротивление $\rho = 2 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ m}$, по която се хлъзга плъзгачът, както е показано на фиг. 2 б. С каква скорост v трябва да се движи плъзгачът по жицата, така че съпротивлението на реостата да се променя по закона, получен в подточка Б. **(3.0 т)**

Задача 3. Полета и сили

По два успоредни дълги проводника (номерирани с 1 и 2), разположени на разстояние $a = 1$ cm един от друг, текат токове с еднакви големина, но с неизвестни посоки (фиг. 3). Индукцията на магнитното поле в точка А, намираща се по средата между двата проводника, е $B = 0,004$ Т. Индукцията на земното магнитно поле се пренебрегва.

Обосновете отговорите си на точки А, Б и В с кратък текст и/или с подходящи чертежи.

А) Каква е посоката на магнитната индукция:

- успоредна на проводниците;
- в равнината на чертежа, перпендикулярна на проводниците;
- перпендикулярна на равнината на чертежа?

Посочете верния според вас отговор.

(1.0 т)

Б) Еднакви или противоположни са посоките на токовете, които текат по двата проводника?

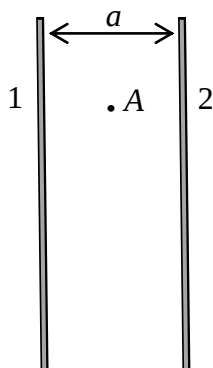
(2.0 т)

В) Привличат ли се или се отблъскват двата проводника?

(2.0 т)

Г) Пресметнете големината F на силата, действаща на участък с дължина $L = 50$ cm от единия проводник.

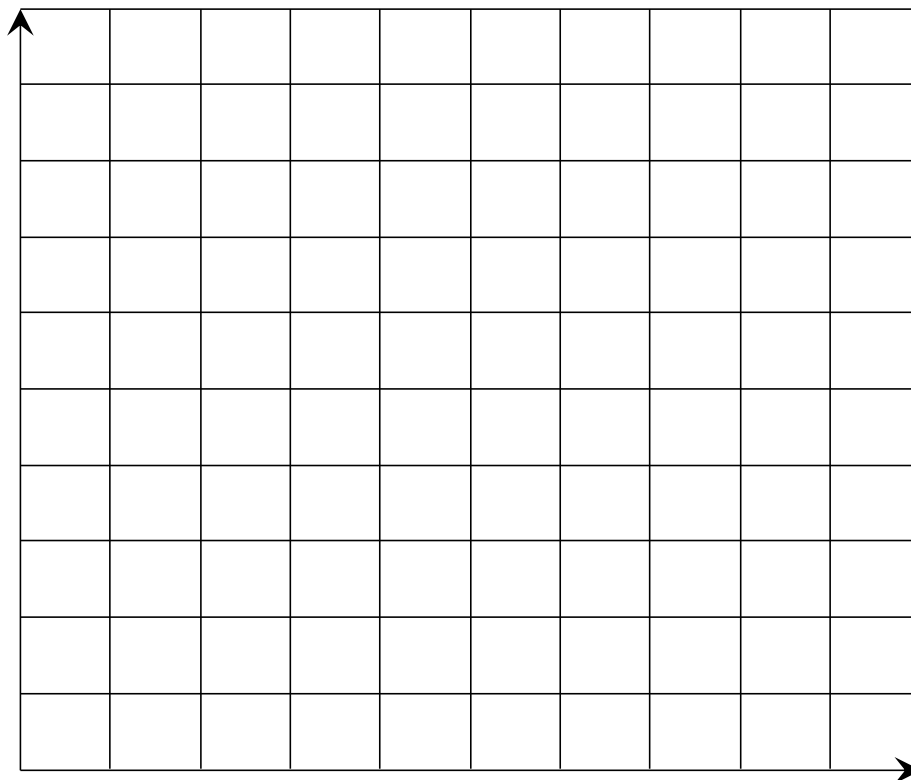
(5.0 т)



Фиг. 3

Работен лист към задача 2

Начертайте графика към подточка Б и предайте листа заедно с решението.



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

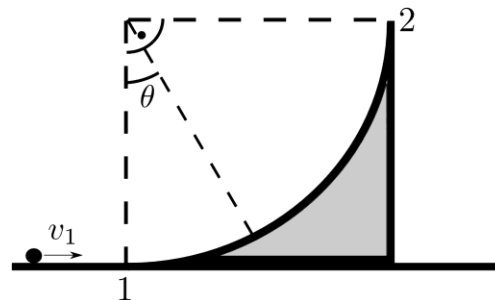
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

Разград, 10-12 април 2017 г.

Тема върху учебно съдържание за 10.–12. клас

Задача 1. Механика

На фигурата са показани две тела – тяло с пренебрежими размери и маса m и тяло с безкрайна маса и с форма на клин, чиято най-дълга страна е с форма на четвърт окръжност с радиус R . В началния момент малкото тяло минава със скорост v_1 край точка 1 в хоризонтално направление. В системата няма триене. Земното ускорение е g . Да се намери:



- а) височината H , която достига малкото тяло; [1 т.]
- б) скоростта v на малкото тяло като функция на ъгъла θ ; [2 т.]
- в) натиска N , който малкото тяло оказва върху голямото тяло като функция на ъгъла θ . [3т.]

В следващите подточки считайте, че масата на голямото тяло M е сравнима с масата на малкото тяло m и липсва триене между голямото тяло и хоризонталната плоскост, върху която то е поставено. При достатъчно голямо v_1 да се намери:

- г) хоризонталната v_{2x} и вертикалната v_{2y} компоненти на скоростта на малкото тяло в точка 2; [3 т.]
- д) какво разстояние x в хоризонтално направление изминава малкото тяло по време на полета си, т.е. от момента, в който се отделя от точка 2 до момента, в който се връща в точка 2; [2 т.]
- е) скоростта на малкото тяло v_1' , когато то преминава отново край точка 1, след като вече се е спуснало по голямото тяло; [2 т.]
- ж) общата работа A на силата на натиск, който оказва малкото тяло върху голямото тяло по време на цялото движение. [2 т.]

Задача 2. Задачи – оценки

За решаване на задачата-оценка е необходимо да се разбере същността на разглежданото физично явление, да се формулира прост модел на явлението, да се изберат разумни стойности на физичните величини и да се получи числен резултат, който повече или по-малко съответства на реалността.

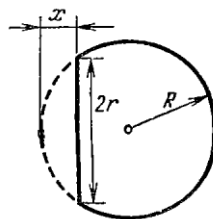
2.1. Оценете налягането p , което дъждовна капка, отделяща се от тавана на пещера, оказва при удара си в пода. Времето на удара на капката в земята, за което тя се разлива, се определя от скоростта на звука във водата. [3 т.]

2.2. В стандартна цилиндрична водна чаша се сипват кубчета лед с маса $m = 100 \text{ g}$ и чашата се покрива плътно с леко капаче. Оценете силата F , която трябва да се приложи към капачето, когато ледът се разтопи, за да се отдели то от чашата едновременно по целия ѝ периметър. [4 т.]

2.3. Оценете скоростта v на струята пара, която излиза от „носа“ на чайник, поставен върху котлон, когато в него кипи вода. В чайника (фиг. 1) е налята малко вода, така че цялото количество образувала се пара излиза само през „носа“ на чайника. [4 т.]



Фиг. 1.



Фиг. 2.

2.4. Оценете времето t на съприкосновение на футболна топка и стена при слаб удар на топката в стената. Както се вижда от фиг. 2, ударът е слаб, когато $x \ll R$. [4 т.]

Полезни данни:

Плътност на леда – $0,9 \text{ g/cm}^3$

Плътност на водата – 1 g/cm^3

Скорост на звука във вода – 1500 m/s

Топлина на топене на леда – 335 kJ/kg

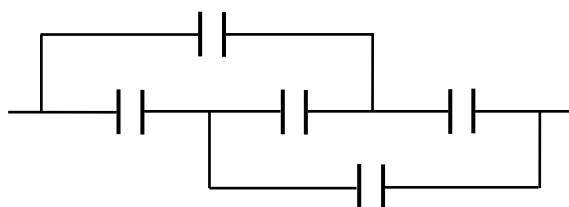
Топлина на изпарение на водата при кипене – 2260 kJ/kg

Моларна маса на водата – 18 g/mol

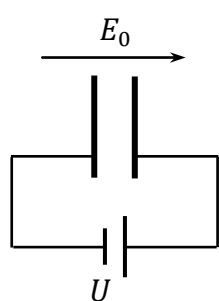
Универсална газова константа – $8,3 \text{ J/K.mol}$

Уравнение на състояние на идеален газ – $pV = nRT$, n – брой молове.

Задача 3. Кондензатори.



Част А Пет кондензатора с еднакви капацитети C_0 са свързани по начина, показан на схемата вляво. Намерете еквивалентния електричен капацитет C между краищата на тази верига. Начертайте еквивалентната схема, от която сте определили капацитета. [3 т.]



Част Б Плосък кондензатор е разположен в постоянно външно електрично поле, чийто интензитет има големина $E_0 = 20 \text{ kV/m}$, както е показано на фигурата вляво. Площта на електродите на кондензатора е $S = 100 \text{ cm}^2$, а разстоянието между тях е $d = 0,5 \text{ mm}$. Между клемите на кондензатора е подадено неизвестно напрежение U . Диелектричната проникваемост на вакуума е $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

а) Сумарната електростатична сила, която действа на дясната плоча на кондензатора, е насочена наляво и е с големина $F = 30 \text{ }\mu\text{N}$. На колко е равен зарядът q върху дясната плоча? [4,5 т.]

б) Като използвате резултата, получен в предната подточка, намерете напрежението U .

[2 т.]

в) Източникът на напрежение е откачен от кондензатора. След това кондензаторът е завъртан по такъв начин, че неговите плочи си разменят местата, като отново са перпендикулярни на външното електрично поле. На колко е равно напрежението U' между електродите на кондензатора след завъртането? [2,5 т.]

г) Намерете извършената работа A при завъртането на кондензатора.

[3 т.]

Задача 4. Радиоактивност

За да построите графиките към тази задача, използвайте приложените разграфени листа след условието. Предайте графиките заедно с останалите листа от решението.

Част А

а) През равни интервали време се измерва активността (брой разпадания за единица време) на радиоактивна проба, съдържаща $^{131}_{53}\text{I}$. Получените данни са дадени в таблицата. От тях графично получете периода на полуразпад $T_{1/2}$ на този изотоп. [5 т.]

Момент на измерване t , дни	Активност, брой разпади за минута
0	38846
5	25215
10	16368
15	10624
20	6896

Част Б

Възрастта на скали (от момента време, когато са се образували) може да се мери с радиометричен метод. За целта в скалните образци с масспектрометрия се определя концентрацията на различни изотопи – източници и продукти на радиоактивно разпадане. Минералът циркон (ZrSiO_4) се оказва уникален. Поради високата си температура на топене и химична устойчивост неговите кристали могат да се запазят за милиарди години. Заради особеностите на кристалната му решетка, при образуването на тези кристали (втвърдяването им от стопилка) в тях може да попадне уран (замествайки циркония), но не и олово. Два от изотопите на урана след многократна серия от алфа и бета разпади се разпадат до изотопи на оловото. Тук за простота може да се приеме, че $^{238}_{92}\text{U}$ се разпада директно до $^{206}_{82}\text{Pb}$ с период на полуразпад $T_{1/2}^1 = 4,47$ млрд. години, докато $^{235}_{92}\text{U}$ се разпада директно до $^{207}_{82}\text{Pb}$ с период на полуразпад $T_{1/2}^2 = 704$ млн. години. Така, измереното количество олово в кристалите циркон ще бъде изцяло продукт на тези радиоактивни разпади.

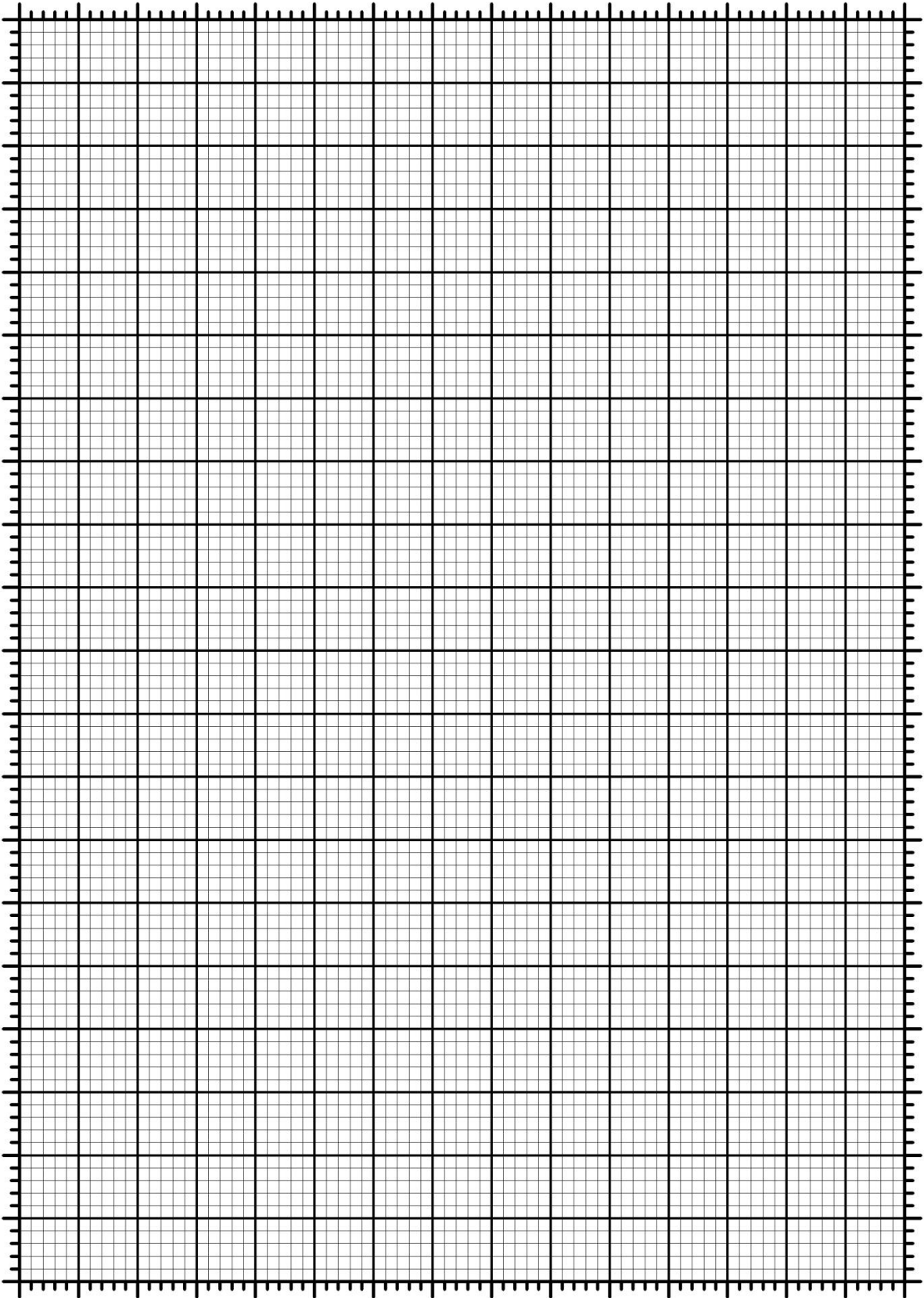
б) Получете формули, показващи как зависят отношенията на броя атоми олово и уран $\frac{N_{\text{Pb}-206}}{N_{\text{U}-238}}$ и $\frac{N_{\text{Pb}-207}}{N_{\text{U}-235}}$ в пробата от времето t (възрастта на кристала). [3 т.]

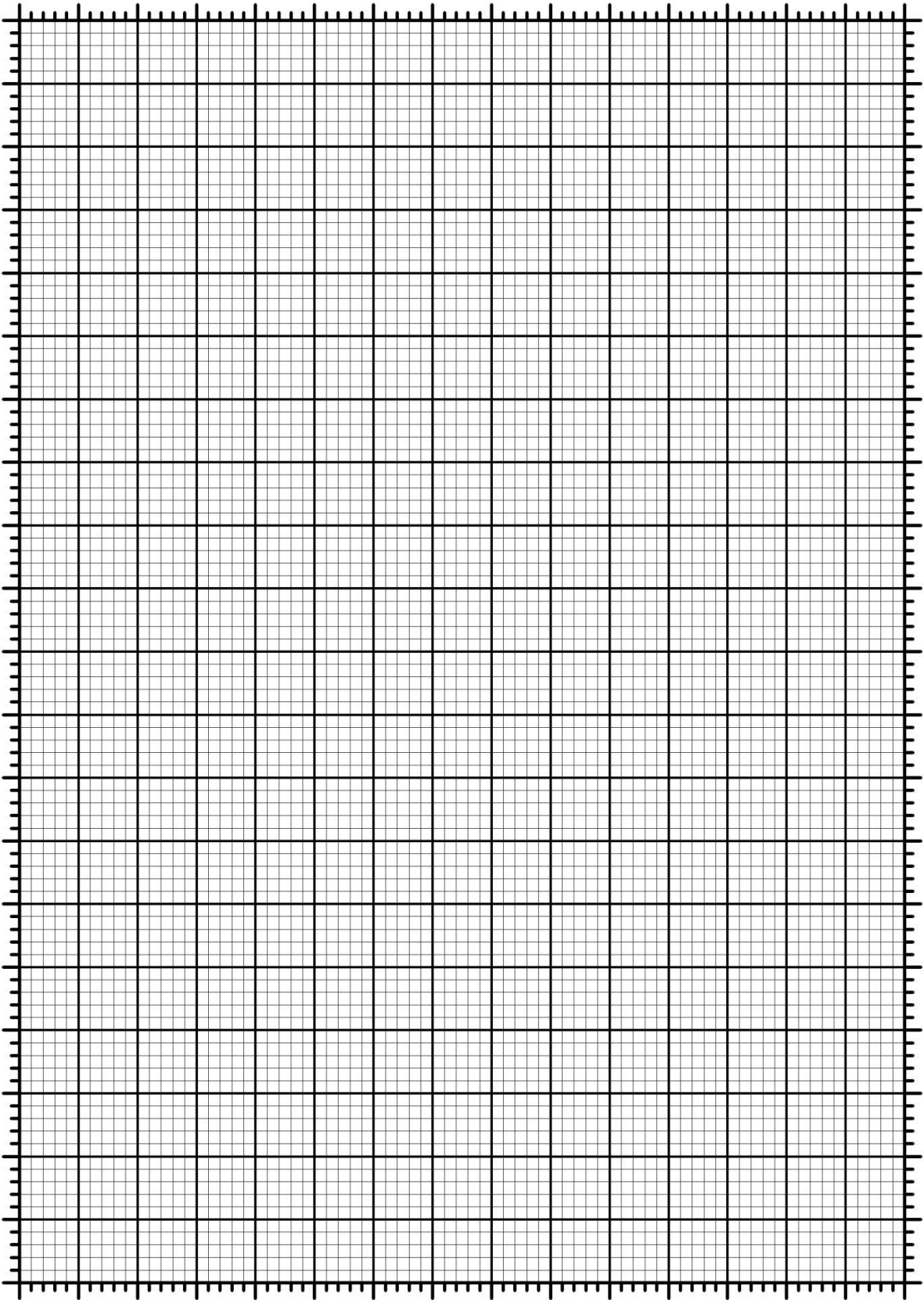
в) Изчислете и табулирайте тези отношения за интервала време $0 - 3$ млрд. год. (със стъпка 500 млн. год.). Начертайте получените данни на графика с оси $\frac{N_{\text{Pb}-207}}{N_{\text{U}-235}}$ (по x) и $\frac{N_{\text{Pb}-206}}{N_{\text{U}-238}}$ (по y). Всяка точка от тази графика има смисъл на измерени отношения в кристал на дадена възраст. Свържете получените точки с плавна крива (тя се нарича конкордия). [3 т.]

г) Използвайки графиката, определете на каква възраст е кристал циркон с измерени отношения $\frac{N_{\text{Pb}-206}}{N_{\text{U}-238}} = 0,322$ и $\frac{N_{\text{Pb}-207}}{N_{\text{U}-235}} = 4,884$. [1 т.]

д) За съжаление в кристалите циркон макар и слабо, концентрацията на олово намалява с времето заради твърдотелната дифузия на оловните атоми. Тази дифузия обаче е напълно еднаква и за двата изотопа на оловото. За урановите атоми обаче тя е пренебрежима и те не напускат кристала. Това води до факта, че съдържанието на оловните изотопи в пробите е по-малко от очакваното. От една и съща скална проба са изследвани няколко кристала циркон, които геологично трябва да са на една и съща възраст. Измерените им отношения $\frac{N_{\text{Pb}-207}}{N_{\text{U}-235}}$ и $\frac{N_{\text{Pb}-206}}{N_{\text{U}-238}}$ силно се различават (заради различната оловна дифузия в различните кристали), виж таблицата. От дадените данни, използвайки построената графика в подусловие в), определете възрастта на скалната проба. [3 т.]

Проба №	$\frac{N_{\text{Pb}-207}}{N_{\text{U}-235}}$	$\frac{N_{\text{Pb}-206}}{N_{\text{U}-238}}$
1	10,4	0,406
2	5,97	0,234
3	4,11	0,161
4	7,17	0,281



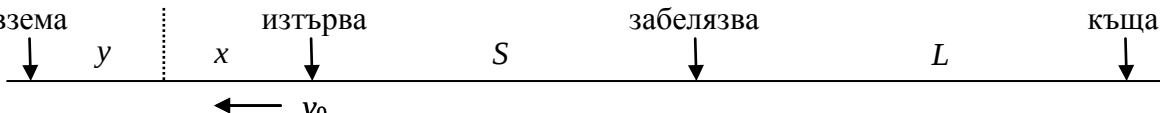


МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

11 – 12 април 2017 г., Разград

Тема за 7. клас – решения и указания

Във всяка задача за еднократно сгрешен числен отговор се отнемат 0,25 т.

No.	Задача 1	Точки
Част 1	Когато човек е на сушата, налягането в белите му дробове е равно на атмосферното налягане. Когато човек е във водата и диша през шнорхел, налягането в белите му дробове отново е равно на атмосферното, но към него се добавя хидростатичното налягане на водата на съответната дълбочина. За да може гмурецът да вдиша през шнорхела е необходимо разликата в налягането от двете страни на гръдните мускули да не надвишава 7% от p_{atm}. По време на вдишването, налягането в белия дроб е p_{atm}, а налягането около гмуреца е $p = p_{\text{atm}} + p_h. \quad \text{1 т}$ Тук $p_h = \rho g h$ е хидростатичното налягане на водата на дълбочина h. 1 т Следователно разликата в налягането е $p_{h,\text{max}} = \rho g h_{\text{max}} = 0,07 p_{\text{atm}}$, откъдето намираме $h_{\text{max}} = \frac{0,07 p_{\text{atm}}}{\rho g} \approx 0,7 \text{ m}. \quad \text{2 т}$	4 т
Част 2	 Означенията за разстоянията, които се използват в решението, са нанесени върху горната диаграма. Те имат следното значение: L – разстоянието от къщата до мястото, където Мирилайлай забелязва липсата на подаръка; S – разстоянието между мястото на изтърване и мястото на забелязване на липсата; x – разстоянието, което подаръкът изминава преди Мирилайлай да забележи; y – разстоянието, което подаръкът изминава от момента на забелязване до момента на вземане. Мирилайлай е изпуснал подаръка $(S+L)/v_1$ преди 17:00 часа. Следователно, достатъчно е да намерим само $t = (S+L)/v_1$. 0,5 т (1) От условието, че е пристигнал навреме за чая, имаме $\frac{L}{v_1} = \frac{2(S+x+y)+L}{v_2}$. 0,5 т (2) За едно и също време магьосникът изминава S, а подаръкът – x, т.е. $\frac{S}{v_1} = \frac{x}{v_0}$. 0,5 т (3) От момента на забързване до момента на вземане магьосникът изминава път $S+x+y$, а за същото време подаръкът изминава път y, т.е. $\frac{S+x+y}{v_2} = \frac{y}{v_0}$. 0,5 т Събираме почленно (1) и (2) и прегрупираме събираемите: $\frac{L+S}{v_1} = \frac{(S+L)+(x+y)}{v_2} + \frac{(S+x+y)}{v_2} + \frac{x}{v_0}. \quad \text{1 т}$ От (3) заместваем $\frac{S+x+y}{v_2} = \frac{y}{v_0}$ в горното уравнение и получаваме: $\frac{S+L}{v_1} = \frac{(S+L)+(x+y)}{v_2} + \frac{y}{v_0} + \frac{x}{v_0}. \quad \text{1 т}$ След това прегрупираме събираемите от двете страни на равенството:	6 т

$(S + L)\left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2}\right) = (x + y)\left(\frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_2}\right)$, и привеждаме под общ знаменател: $(S + L)\frac{(v_2 - v_1)}{v_1 v_2} = (x + y)\frac{(v_0 + v_2)}{v_0 v_2}$, откъдето можем да отделим търсеното време $t = (S + L)/v_1$, известното време $t_0 = (x + y)/v_0$, като същевременно заместим с известните ни съотношения за скоростите $v_1/v_2 = a/b$ и $v_2/v_0 = b$. $\frac{(S + L)}{v_1} \frac{(v_2 - v_1)}{v_2} = \frac{(x + y)}{v_0} \frac{(v_0 + v_2)}{v_2}$ или опростено $t\left(1 - \frac{v_1}{v_2}\right) = t_0\left(1 + \frac{v_0}{v_2}\right)$. Търсеното време е $t = t_0 \frac{b+1}{b-a}$ или $t = 12 \frac{5+1}{5-3} \text{ min} = 36 \text{ min}$. Мирилайлай е изтървал подаръка в 16:24 часа.	2 т
--	-------------------

No.	Задача 2.	Точки
(а)	Тъй като резисторите са свързани успоредно към източника, напрежението върху всеки от тях е равно на напрежението на източника, т.е. 12 V. 0,5 т За първия резистор: $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$, където P_1 се изменя от 6 W до 96 W. Следователно R_1 може да се изменя от 1,5 Ω до 24 Ω. 1 т За втория резистор: $R_2 = \frac{U^2}{P_2} = \frac{144}{24} \Omega = 6 \Omega$. 0,5 т	2 т
(б)	Тъй като $R_1 = xR_2$, където R_1 е в интервала от 1,5 Ω до 24 Ω, а $R_2 = 6 \Omega$, то $x \in [0,25; 4]$ 1 т	1 т
(в)	При последователно свързване токът през консуматорите е един и същ, така че е удобно да използваме израза за мощност $P = I^2 R$. 0,5 т Еквивалентното съпротивление на веригата е $R = R_2(x+1)$. 0,5 т Токът във веригата е $I = \frac{U}{R} = \frac{U}{R_2(x+1)}$. 0,5 т Общата мощност, отделена в двата резистора, е $P = I^2 R = \frac{U^2}{R_2} \frac{1}{(x+1)}$. 1 т Тъй като U и R_2 са фиксирани, то промяна на общата мощност настъпва единствено с промяна на x. Числото $1/(x+1)$ може само да намалява с увеличаването на x, т.е. мощността P намалява с увеличаването на R_1. 1 т	3 т
(г)	Мощността, отделена в първия резистор може да се запише по един от двата начина: 1 т $P_{1, \text{ посл }} = I^2 R_1 = U^2 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)^2} \text{ или } P_{1, \text{ посл }} = \frac{U^2}{R_2} \frac{x}{(x+1)^2}.$ Тъй като $R_1 = \frac{1}{3} R_2 = 2 \Omega$, за търсената мощност получаваме $P_{1, \text{ посл }} = 4,5 \text{ W}$. 0,5 т Тъй като $\frac{x}{(x+1)^2} = \frac{1/x}{(1+1/x)^2}$, то ако мощността $P_{1, \text{ посл }} = 4,5 \text{ W}$ се осъществява при дадена стойност на x, то тя ще се осъществява и при стойност $1/x$. Следователно търсената друга стойност на съпротивлението е $R_1 = 3R_2 = 18 \Omega$. 2,5 т Алтернативно решение: 2,5 т Записваме израза за мощността и заместваем известните ни величини. $4,5 = 144 \frac{R_1}{(R_1 + 6)^2}, \text{ което е еквивалентно на } R_1^2 - 20R_1 + 36 = 0. \text{ Знаем, че } R_1 = 2 \Omega$ изпълнява това условие, следователно можем да разложим горното равенство на множители, един от които става нула при $R_1 = 2 \Omega$: $(R_1 - 2)(R_1 - Z) = 0, \text{ където } Z \text{ е другата търсена стойност на съпротивлението. Разкриваме скобите и сравняваме с първия израз } R_1^2 - (2+Z)R_1 + 2Z = 0, \text{ откъдето намираме } 2Z = 36 \text{ или } Z = 18. \text{ Следователно другата стойност на съпротивлението } R_1 \text{ е } R_1 = 18 \Omega.$	4 т

No.	Задача 3.	Точки
(а)	Тъй като всички зърна стават на пуканки, за да намерим колко са били зърната в началния момент, трябва да намерим колко са всички разпуквания. Броят на всички разпуквания е сума от разпукванията във всеки 30-секунден период, т.е. $N = 20 + 100 + 180 + 300 + 300 + 180 + 100 + 20 = 1200$ царевични зърна.	1,5 т
(б)	Тъй като масата на всички 1200 зърна царевица е $M = 200 \text{ g}$, то масата на едно зърно е $m_{\text{зърно}} = 1/6 \text{ g} \approx 0,17 \text{ g}$.	0,25 т
	Масата на една пуканка е $m_{\text{пук}} = m_{\text{зърно}} = 1/6 \text{ g} \approx 0,17 \text{ g}$.	0,25 т
	Началният обем на кесията е $V_0 = 90 \text{ cm}^3$. Поради неправилната форма на зърната, половината от този обем е незапълнена. Тогава обемът на едно зърно е $V_{\text{зърно}} = \frac{1}{2} \frac{V_0}{N} = \frac{3}{80} \text{ cm}^3 = 0,0375 \text{ cm}^3$.	0,25 т
	Обемът на една пуканка е $V_{\text{пук}} = 40V_{\text{зърно}} = 1,5 \text{ cm}^3$.	0,25 т
	Плътността на зърното е $\rho_{\text{зърно}} = \frac{m_{\text{зърно}}}{V_{\text{зърно}}} = \frac{40}{9} \text{ g/cm}^3 \approx 4,44 \text{ g/cm}^3$.	0,5 т
	Плътността на пуканката е $\rho_{\text{пук}} = \frac{\rho_{\text{зърно}}}{40} = \frac{1}{9} \text{ g/cm}^3 \approx 0,11 \text{ g/cm}^3$.	0,5 т
(в)	Ако в кесията има N_1 пуканки, значи има $(N - N_1)$ зърна. Приносът на пуканките към обема на кесията е $V_1 = 3N_1V_{\text{пук}}$, а приносът на зърната е $V_2 = 2(N - N_1)V_{\text{зърно}}$.	1 т
	Обемът на кесията е $V = V_1 + V_2$. В края на всеки от осемте 30-секундни периода ще имаме:	
	1) $N_1 = 20$, $V_1 = 90 \text{ cm}^3$, $V_2 = 88,5 \text{ cm}^3$, $V = 178,5 \text{ cm}^3$	0,5 т
	2) $N_1 = 120$, $V_1 = 540 \text{ cm}^3$, $V_2 = 81 \text{ cm}^3$, $V = 621 \text{ cm}^3$	0,5 т
	3) $N_1 = 300$, $V_1 = 1350 \text{ cm}^3$, $V_2 = 67,5 \text{ cm}^3$, $V = 1417,5 \text{ cm}^3$	0,5 т
	4) $N_1 = 600$, $V_1 = 2700 \text{ cm}^3$, $V_2 = 45 \text{ cm}^3$, $V = 2745 \text{ cm}^3$	0,5 т
	5) $N_1 = 900$, $V_1 = 4050 \text{ cm}^3$, $V_2 = 22,5 \text{ cm}^3$, $V = 4072,5 \text{ cm}^3$	0,5 т
	6) $N_1 = 1080$, $V_1 = 4860 \text{ cm}^3$, $V_2 = 9 \text{ cm}^3$, $V = 4869 \text{ cm}^3$	0,5 т
	7) $N_1 = 1180$, $V_1 = 5310 \text{ cm}^3$, $V_2 = 1,5 \text{ cm}^3$, $V = 5311,5 \text{ cm}^3$	0,5 т
8) $N_1 = 1200$, $V_1 = 5400 \text{ cm}^3$, $V_2 = 0 \text{ cm}^3$, $V = 5400 \text{ cm}^3$	0,5 т	
(г)	От предната подточка се вижда, че след 3 минути ще имаме 1080 пуканки, всяка от които има маса $1/6 \text{ g}$. Ще можем да си хапнем пуканки с маса $M_{1080} = 180 \text{ g}$.	1,5 т

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ

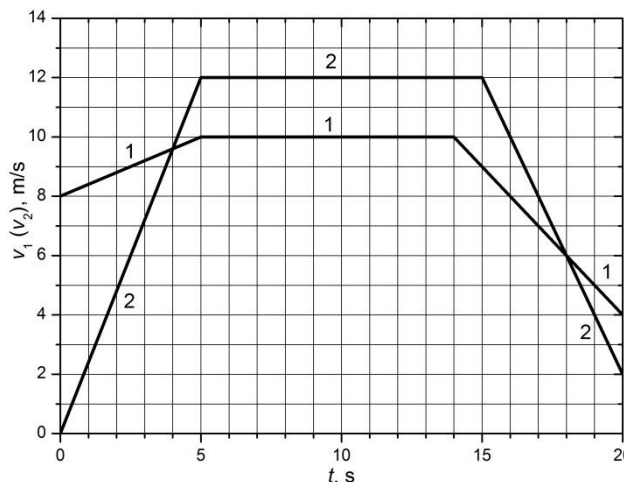
11 април 2017 г., Разград

Решения на задачите от темата за 8. клас

Задача 1. Кинематика

а) До момента време $t = 20$ s тяло 1 е изминало разстояние $x_1 = \frac{8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9\text{s} + \frac{10\frac{\text{m}}{\text{s}} + 4\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 6\text{s} = 177$ m. [1 т.]

До момента време $t = 20$ s тяло 2 е изминало разстояние $x_2 = \frac{0\frac{\text{m}}{\text{s}} + 12\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 12\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\text{s} + \frac{12\frac{\text{m}}{\text{s}} + 2\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} = 185$ m. [1 т.]
 Следователно тяло 2 ще е по-напред с 8 m. [0,5 т.]



б) Моментът t_{12} е този, в който скоростите на двете тела се изравняват, като преди това тяло 1 се е движело по-бързо. От графиката се определя, че $t_{12} = 4$ s. [0,5 т.] Разстоянието $l_{12} = x_1(t_{12}) - x_2(t_{12})$. Тъй като скоростта на телата в момента $t_{12} = 4$ s не може да се отчете точно, то координатите на телата в този момент може да се пресметнат от формулата $x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ [0,5 т.] като преди това се изчислят изкоренията на двете тела. Ускорението $a_1 = \frac{2}{5} \text{ m/s}^2$, [0,2 т.] а $a_2 = \frac{12}{5} \text{ m/s}^2$. [0,2 т.] Следователно $x_1(t_{12}) = 8\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 4\text{s} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} \text{ m/s}^2 \cdot (4\text{s})^2 = 35,2$ m, [0,4 т.] а $x_2(t_{12}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{12}{5} \text{ m/s}^2 \cdot (4\text{s})^2 = 19,2$ m. [0,4 т.] Така $l_{12} = 35,2 \text{ m} - 19,2 \text{ m} = 16$ m. [0,3 т.]

в) Моментът t_{21} е този, в който скоростите на двете тела се изравняват, като преди това тяло 2 се е движело по-бързо. От графиката се определя, че $t_{21} = 18$ s. [0,5 т.] Разстоянието $l_{21} = x_2(t_{21}) - x_1(t_{21})$. Скоростта на телата в момента $t_{21} = 18$ s е $v(18\text{s}) = 6$ m/s. [0,5 т.] Следователно $x_1(t_{21}) = \frac{8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 9\text{s} + \frac{10\frac{\text{m}}{\text{s}} + 6\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 4\text{s} = 167$ m, [0,5 т.] а $x_2(t_{12}) = \frac{0\frac{\text{m}}{\text{s}} + 12\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 12\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 10\text{s} + \frac{12\frac{\text{m}}{\text{s}} + 6\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 3\text{s} = 177$ m. [0,5 т.] Така $l_{21} = 177 \text{ m} - 167 \text{ m} = 10$ m. [0,5 т.]

г) В момента време t_c , когато разстоянието между тях ще е нула, $x_1(t_c) = x_2(t_c)$. Предполагаме, че $t_c \in (5\text{s}, 15\text{s})$. Тогава $x_1(t_c) = \frac{8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (t_c - 5\text{s})$, [0,5 т.] а $x_1(t_c) = \frac{0\frac{\text{m}}{\text{s}} + 12\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 12\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (t_c - 5\text{s})$. [0,5 т.] След приравняването им се намира, че $t_c = 12,5$ s. [0,5 т.] Дотогава всяко от телата е изминало път $l = \frac{8\frac{\text{m}}{\text{s}} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}}}{2} \cdot 5\text{s} + 10\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot (12,5\text{s} - 5\text{s}) = 120$ m. [1 т.]

Задача 2. Енергия (две независими части)

Част А. Тела и макари

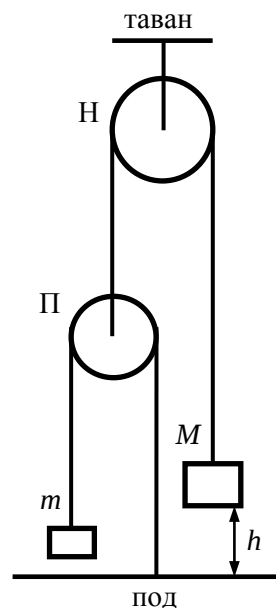
а) Тъй като подвижната макара е в равновесие, когато силата, действаща ѝ от страна на горното въже, е два пъти по-голяма от силата, с която ѝ действа тялото с маса

m , то системата от тела и макари ще е в равновесие, когато $M = 2m$. Ако $\frac{m}{M} < \frac{1}{2}$, тялото с маса M ще тръгне надолу [1 т.]

б) Когато тялото с маса M се удари в пода, ще е изминало разстояние h и ще има скорост v . Заради подвижната макара, тялото с маса m ще се придвижи нагоре на разстояние $2h$ и ще има скорост $2v$. [1 т.] Използвайки закона на запазване на енергията и сравнявайки началното и крайното положение на телата, се получава $Mgh = mg2h + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}m(2v)^2$ [1 т.],

откъдето $v = \sqrt{\frac{2M-4m}{M+4m}gh}$. [1 т.]

в) Замествайки с дадените стойности, скоростта $v = \sqrt{\frac{2.8 \text{ kg} - 4.2 \text{ kg}}{8 \text{ kg} + 4.2 \text{ kg}}} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 0.8 \text{ m} = 2 \text{ m/s}$ [1 т.]



Част Б. Подскачащо топче

г) Времето T от началото на движението на топчето, докато то спре да подскача, може да се пресметне като сума на времената между ударите $T = T_{01} + T_{12} + T_{23} + \dots$. [0,2 т.] Времето за движение между началното положение и първия удар е $T_{01} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. [0,2 т.] Скоростта преди първия удар

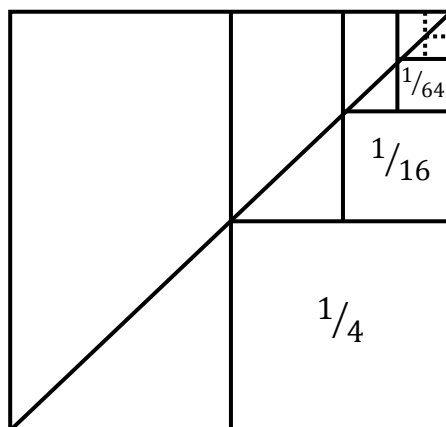
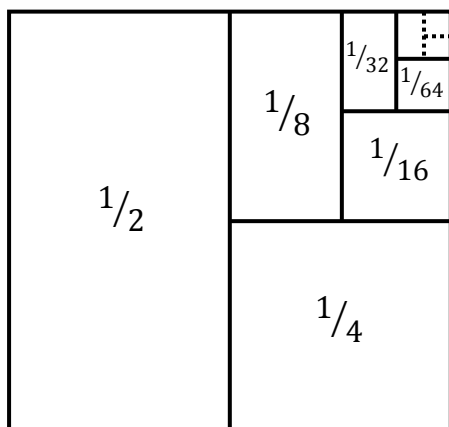
е $v_0 = \sqrt{2gH}$. [0,2 т.] Тъй като при удара топчето губи $3/4$ от кинетичната си енергия, то $\frac{1}{4} \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2}$, [0,2 т.] където v_1 е скоростта след първия удар. Пресмята се, че $v_1 = \frac{v_0}{2}$. [0,2 т.] Времето между първия и втория удар е $T_{12} = \frac{2v_1}{g} = \frac{v_0}{g} = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. [0,2 т.]

Аналогично времето между втория и третия удар е $T_{23} = \frac{2v_2}{g} = \frac{v_1}{g} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2H}{g}}$. [0,2 т.]

Следователно $T = T_{01} + T_{12} + T_{23} + \dots = \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots \right)$. [0,5 т.] От приложената фигура се вижда че (сравнявайки сумата на площите на вписаните правоъгълници) ,че $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots = 1$. [0,5 т.] Следователно $T = 3 \sqrt{\frac{2H}{g}}$. [0,3 т.]

След заместване, $T = 3 \sqrt{\frac{2.045 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0.9 \text{ s}$. [0,3 т.]

д) Пътят L от началото на движението на топчето, докато то спре да подскача, може да се пресметне като сума на изминатите пътища между ударите $L = L_{01} + L_{12} + L_{23} + \dots$. [0,2 т.] Пътят за движение между началното положение и първия удар е $L_{01} = H$. Пътят за движение между първия и втория удар L_{12} може да се пресметне от условието за загуба на енергия. Тъй като тялото губи $3/4$ от енергията си, то ще отскочи на 4 пъти по-малка височина H_{12} , [0,2 т.] т.е $L_{12} = 2H_{12} = \frac{1}{2}H$. [0,2 т.] Аналогично пътят за движение между втория и третия удар $L_{23} = 2H_{23} = \frac{1}{2}H_{12} = \frac{1}{8}H$. [0,2 т.] Следователно $L = L_{01} + L_{12} + L_{23} + \dots = H + \frac{1}{2}H + \frac{1}{8}H + \frac{1}{32}H + \frac{1}{128}H + \dots = H \left[1 + 2 \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots \right) \right]$. [0,2 т.] От приложената фигура се вижда че (сравнявайки сумата на площите на вписаните правоъгълници), че $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \dots = \frac{1}{3}$. [0,5 т.] Следователно $L = \frac{5}{3}H$ [0,3 т.] = 0,75 m. [0,2 т.]



Задача 3. Подводница.

а) Когато подводницата плава на повърхността, силата ѝ на тежестта се уравновесява с Архимедовата сила, която ѝ действа: $Mg = \rho(V_0 - V_1)g$. [0,5 т.] Така $V_0 = V_1 + \frac{M}{\rho} = [0,5 \text{ т.}] 800 \text{ m}^3 + \frac{2400000 \text{ kg}}{1000 \text{ kg/m}^3} = 3200 \text{ m}^3$. [0,5 т.] За да бъде в равновесие под водата, новата ѝ сила на тежестта се уравновесява с новата Архимедова сила, която ѝ действа: $(M + \rho V_x)g = \rho V_0 g$, [0,5 т.] откъдето $V_x = V_0 - \frac{M}{\rho} = [0,5 \text{ т.}] 3200 \text{ m}^3 - \frac{2400000 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 800 \text{ m}^3$. [0,5 т.]

б) Плувайки под ъгъл $\alpha = 30^\circ$ спрямо хоризонталата (повърхността) подводницата ще се движи по хипотенузата на правоъгълен триъгълник с малък катет h . Следователно $t_{\min} = \frac{2h}{v_{\max}} = [0,5 \text{ т.}] \frac{2 \cdot 360 \text{ m}}{15 \text{ m/s}} = 48 \text{ s}$. [0,5 т.]

в) Мощността на двигателя е $P = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot x}{t} = F \cdot v$. [0,5 т.] При равномерно движение тази сила е равна на силата на триене, $P = F_{\text{тр}} \cdot v = \frac{1}{2} C \rho S v^3$. [0,5 т.] Сечението $S = \frac{V_0}{l}$. [0,5 т.] Окончателно $P = \frac{1}{2} C \rho \frac{V_0}{l} v^3 = [0,5 \text{ т.}] = \frac{0,1 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3200 \text{ m}^3 \cdot (15 \frac{\text{m}}{\text{s}})^3}{2 \cdot 80 \text{ m}} = 6,75 \text{ MW}$. [0,5 т.] Тъй като силата на тежестта се уравновесява от Архимедовата сила, необходимата мощност няма да зависи от посоката на движение (хоризонтална или под ъгъл). [0,5 т.]

г) Когато изплава вертикално с изпразнени от вода резервоари, максималната скорост $v_{\text{верт}}$ на подводницата ще се определя от равенството на силата на тежестта, Архимедовата сила и силата на триене: $Mg + F_{\text{тр}} = \rho V_0 g$, [0,4 т.] откъдето $\frac{1}{2} C_1 \rho S_1 v_{\text{верт}}^2 = \rho V_0 g - Mg$, $v_{\text{верт}} = \sqrt{\frac{2(\rho V_0 - M)g}{C_1 \rho S_1}}$. [0,4 т.] Новото напречно сечение е

$S_1 = l \cdot 2r$, където r е радиусът на цилиндъра: $V_0 = l \cdot S = l \cdot \pi r^2$. Така $r = \sqrt{\frac{V_0}{\pi l}} = \sqrt{\frac{3200 \text{ m}^3}{\pi \cdot 80 \text{ m}}} \approx 3,57 \text{ m}$, [0,4 т.] $S_1 = 80 \text{ m} \cdot 2 \cdot 3,57 \text{ m} \approx 571 \text{ m}^2$, [0,4 т.]

$v_{\text{верт}} = \sqrt{\frac{2 \cdot (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 3200 \text{ m}^3 - 2400000 \text{ kg}) \cdot 10 \text{ m/s}^2}{0,5 \cdot 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 571 \text{ m}^2}} \approx 7,5 \text{ m/s}$. [0,4 т.]

д) Минималното налягане $p_{\min}$ на въздуха е $p_{\min} = \rho g h + p_0 = [0,5 \text{ т.}] 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 360 \text{ m} + 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 37,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ [0,5 т.]

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

Разград, 10-12 април 2017 г.

Решения на темата върху учебно съдържание за 9. клас

Задача 1. Падащо мънисто

А) На мънистото действат електростатичната сила F_e и силата на тежестта G , които се урівновесяват:

$$\frac{kq^2}{h_0^2} = mg \quad (1.0 \text{ т})$$

Следователно:

$$h_0 = q \sqrt{\frac{k}{mg}} = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm} \quad (1.0 \text{ т})$$

(– 0.5 точки за грешен числен отговор или за липсващи единици)

Б) Силите, действащи на мънистото, са показани на фигурата вляво. (1.5 т)

(по 0.5 точки за **правилна посока** на всяка сила; – 0.5 точки, ако от чертежа не личи, че $F_e > G$). От условието за равновесие намираме:

$$f = \frac{kq^2}{h_1^2} - mg = mg \left(\frac{h_0^2}{h_1^2} - 1 \right) = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ N} \quad (1.0 \text{ т})$$

(– 0.5 точки за грешен числен отговор или за липсващи единици)

В) Силите, действащи на мънистото, са показани на фигурата вдясно. (1.5 т)

(по 0.5 точки за **правилна посока** на всяка сила; – 0.5 точки, ако от чертежа не личи, че $F_e < G$). От условието за равновесие имаме:

$$f = mg - \frac{kq^2}{h_2^2} \quad (1.0 \text{ т})$$

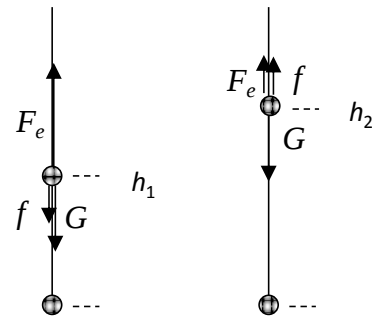
Силата на триене в най-горната точка има същата големина, като силата на триене в най-долната точка. Следователно:

$$\frac{kq^2}{h_1^2} - mg = mg - \frac{kq^2}{h_2^2} \quad (1.0 \text{ т})$$

$$\frac{1}{h_1^2} - \frac{1}{h_0^2} = \frac{1}{h_0^2} - \frac{1}{h_2^2}$$

$$h_2 = \frac{h_0 h_1}{\sqrt{2h_1^2 - h_0^2}} \approx 8 \text{ cm} \quad (1.0 \text{ т})$$

(– 0.5 точки за грешен числен отговор или за липсващи единици)



Г) Понеже $H > h_2$, равнодействащата на силите F_e, G и f е насочена надолу. (0.5 т)
 Мънистото се ускорява до момента, в който трите сили се уравниават, т.е. докато достигне височина h_2 . Следователно:

$$h_m \equiv h_2 \approx 8 \text{ cm} \quad (0.5 \text{ т})$$

Задача 2. Свърхкондензатор

А) Енергията на заредения кондензатор е:

$$W = \frac{CU_{\max}^2}{2} \quad (0.5 \text{ т})$$

Началната кинетична енергия на автомобила е:

$$E_{k0} = \frac{mv_0^2}{2} \quad (0.5 \text{ т})$$

Ако енергията на кондензатора бъде използвана изцяло за ускоряване на автомобила, кинетичната енергия на автомобила става равна на:

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_0^2}{2} + \frac{CU_{\max}^2}{2} \quad (0.5 \text{ т})$$

Оттук намираме:

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + \frac{CU_{\max}^2}{m}} \approx 25 \text{ m/s} \quad (1.0 \text{ т})$$

Б) Зарядът на кондензатора се увеличава с времето по закона:

$$q = It \quad (0.5 \text{ т})$$

а напрежението му:

$$U_c = \frac{q}{C} = \frac{It}{C} \quad (0.5 \text{ т})$$

Понеже реостатът и кондензаторът са свързани последователно към източника, напрежението U върху реостата трябва да се променя с времето t по закона:

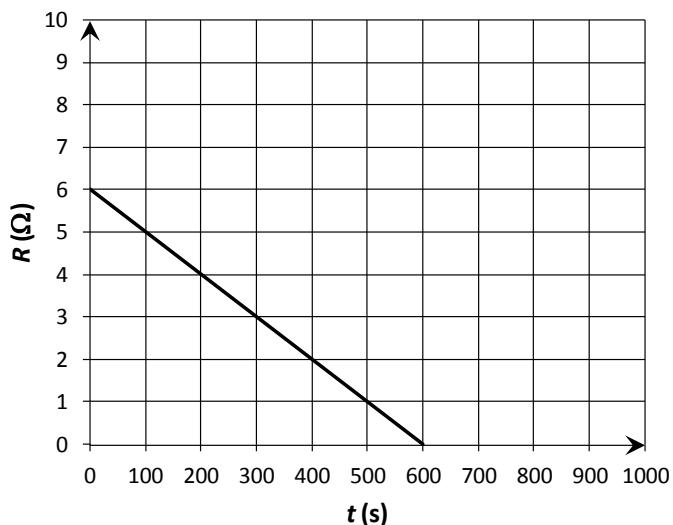
$$U(t) = \mathcal{E} - U_c = \mathcal{E} - \frac{It}{C} \quad (0.5 \text{ т})$$

От закона на Ом намираме как трябва да се променя съпротивлението на реостата:

$$R(t) = \frac{U(t)}{I} = \frac{\mathcal{E}}{I} - \frac{t}{C} \quad (1.0 \text{ т})$$

Оценяване на графиката:

- Нанесени са стойности по абсцисата
(0.2 т)
- Абсцисата е надписана и са посочени единиците
(0.2 т)
- Нанесени са стойности по ординатата
(0.2 т)
- Ординатата е надписана и са посочени единиците
(0.2 т)
- Графиката пресича абсцисата при 600 s и ординатата при 6 Ω
(1.2 т)



Точките за надписване на осите и нанасяне на стойности по тях не се дават, ако не е построена самата графика.

В) В началния момент съпротивлението на реостата е:

$$R_0 = \frac{\mathcal{E}}{I} \quad (0.2 \text{ т})$$

От съотношението:

$$R = \frac{\rho L}{S} \quad (0.5 \text{ т})$$

получаваме дължината на реостата в началния момент:

$$L_0 = \frac{\mathcal{E} S}{\rho I} \quad (0.3 \text{ т})$$

Времето за зареждане на кондензатора се определя от условието $R(t) = 0$. Следователно:

$$t = \frac{C \mathcal{E}}{I} \quad (0.2 \text{ т})$$

За това време плъзгачът се премества по цялата дължина на реостата. Следователно търсената скорост е:

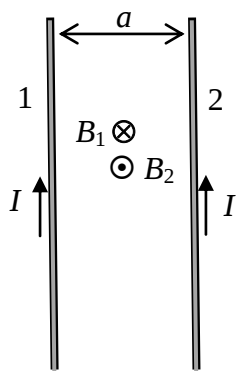
$$v = \frac{L_0}{t} = \frac{S}{\rho C} \quad (0.5 \text{ т})$$

Като вземем предвид, че:
намираме:

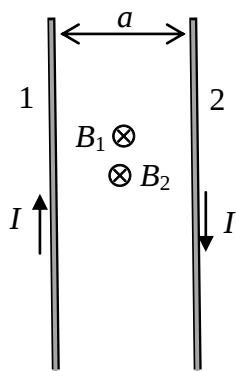
$$S = \pi d^2 / 4 \quad (0.3 \text{ т})$$

$$v = \frac{\pi d^2}{4 \rho C} \approx 1,57 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} = 0,157 \text{ mm/s} \quad (1.0 \text{ т})$$

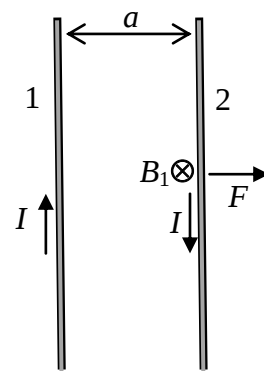
Задача 3. Полета и сили



Фиг. 3 а



Фиг. 3 б



Фиг. 3 в

А) Магнитните силови линии на праволинеен проводник са концентрични окръжности около проводника, които пробождат равнината на чертежа под прав ъгъл. Следователно магнитната индукция е перпендикулярна на чертежа. (1.0 т)

Б) На фиг. 3 а са показани посоките на магнитните индукции B_1 и B_2 , които създават проводниците в т. А, когато по тях текат токове в еднакви посоки, а на фиг. 3 б – когато посоките на токовете са противоположни. Понеже т. А е равноотдалечена от проводниците, $B_1 = B_2$. Вижда се, че в случай на токове с еднакви посоки резултантната индукция е нула. (1.0 т)

Следователно по проводниците текат токове в противоположни посоки. (1.0 т)

В) На фиг. 3 в е дадена магнитната индукция B_1 , която създава първия проводник в точка от втория проводник. Като приложим правилото на дясната ръка, определяме посоката на силата F , действаща на втория проводник. (1.0 т)

Вижда се, че проводниците се отблъскват един от друг. (1.0 т)

Г) Магнитната индукция B_1 , която създава първият проводник на разстояние r от проводника, се дава с израза:

$$B_1(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (0.5 \text{ т})$$

В точка А, която е на разстояние $r/2$ от проводника, магнитната индукция е съответно:

$$B_1(a/2) = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \quad (0.5 \text{ т})$$

От принципа на суперпозицията следва, че в т. А:

$$B = B_1 + B_2 \quad (0.5 \text{ т})$$

където B_2 е индукцията, която създава в тази точка втория проводник. Понеже в т. A $B_1 = B_2$, следва:

$$B_1 = \frac{B}{2} \quad (0.5 \text{ т})$$

Така получаваме:

$$\frac{B}{2} = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \quad (0.5 \text{ т})$$

Откъдето изразяваме тока по проводниците:

$$I = \frac{\pi a B}{2\mu_0} \quad (0.5 \text{ т})$$

Вторият проводник се намира в поле, създадено от първия проводник, с индукция:

$$B_1(a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = \frac{B}{4} \quad (0.5 \text{ т})$$

Силата, действаща на участъка от втория проводник, е:

$$F = IB_1(a)L \quad (0.5 \text{ т})$$

Следователно:

$$F = \frac{\pi B^2}{8\mu_0} aL = 0,025 \text{ N} \quad (1.0 \text{ т})$$

(– 0.5 точки за грешен числен отговор или за липсващи единици)

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА

Разград, 10-12 април 2017 г.

Решения на темата върху учебно съдържание за 10.–12. клас

Задача 1. Механика

а) Тъй като в системата няма триене, в сила е законът за запазване на енергията:

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgH \text{ [0.5 т.]}. \text{ Следователно } H = \frac{v_1^2}{2g} \text{ [0.5 т.]}. \quad \text{[0.5 т.]}$$

б) Отново от закона за запазване на енергията имаме $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + mgR(1 - \cos \theta)$ [1 т.]

$$\text{Следователно } v = \sqrt{v_1^2 - 2gR(1 - \cos \theta)} \text{ [1 т.]}$$

в) Балансът на силите, които действат на малкото тяло в радиално направление, създава центростремително ускорение: $N - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{R}$ [2 т.]. Така намираме

$$N = \frac{mv^2}{R} + mg \cos \theta = \frac{mv_1^2}{R} - mg(2 - 3 \cos \theta) \text{ [1 т.]}$$

г) От закона за запазване на енергията имаме $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_{2,x}^2}{2} + \frac{mv_{2,y}^2}{2} + mgR + \frac{Mv_{2,x}^2}{2}$ [1 т.], а от

закона за запазване на импулса в хоризонтално направление имаме $mv_1 = (m + M)v_{2,x}$ [1 т.].

Така намираме двете компоненти:

$$v_{2,x} = \frac{m}{m + M} v_1 \text{ [0.5 т.]}$$

$$v_{2,y} = \sqrt{\frac{M}{m + M} v_1^2 - 2gR} \text{ [0.5 т.]}$$

д) Малкото тяло се движи като тяло, хвърлено под ъгъл спрямо хоризонта. Времето на

свободен полет е $t = \frac{2v_{2,y}}{g}$ [1 т.], а отместването е $x = v_{2,x}t = \frac{2v_{2,x}v_{2,y}}{g}$ [1 т.]

е) От закона за запазване на енергията имаме $\frac{mv_1^2}{2} = \frac{mv_1'^2}{2} + \frac{Mu^2}{2}$ [0.5 т.], а от закона за

запазване на импулса имаме $mv_1 = -mv_1' + Mu$ [0.5 т.]. Така получаваме $v_1' = \frac{M - m}{M + m} v_1$ [1 т.]

ж) Работата е равна на промяната на пълната механична енергия на голямото тяло:

$$A = E_M^2 - E_M^1 = \frac{Mu^2}{2} \text{ [1 т.]}. \text{ От преданата подточка имаме, че } u = \frac{2mv_1}{m+M} \text{ [0,5 т.]}. \text{ Така}$$

$$\text{получаваме } A = \frac{2m^2M}{(m+M)^2} v_1^2 \cdot \text{ [0,5 т.]}$$

Задача 2. Задачи – оценки

2.1. По определение налягането $p = F/S$ [0,5 т.]. Силата F , с която капката действа върху земята при удара си, ще оценим чрез закона на Нютон:

$$F = m \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \sim \frac{mv}{\Delta t}, \quad \text{[0,5 т.]}$$

където Δt е времето на удара. Като отчетем, че характерният размер на капката е r , имаме $m = \rho V \sim \rho r^3$, $\Delta t \sim r/u$, където u е скоростта на звука, $S \sim r^2$ [1,5 т.], намираме

$$p \sim \rho v c \sim 10^7 \text{ Pa}. \quad \text{[0,5 т.]}$$

Тук е отчетено, че скоростта на капката непосредствено преди удара е $v = \sqrt{2gh} \sim 10 \text{ m/s}$

2.2. Търсената сила се дава с израза $F = (p_0 - p)S$ [0,5 т.], където p_0 е атмосферното налягане, p – налягането на въздуха в чашата след стопяването на леда, S – лицето на отвора на чашата. В началото въздухът в чашата има температура T_0 , налягане p_0 и обем $V - V_0$, където V е обемът на чашата, а V_0 – обемът на леда. След стопяването на леда температурата на въздуха в чашата става T , налягането p , а обемът $V - V_1$. Тук V_1 е обемът на водата, получена от стопяването на леда. Тъй като въздухът може да се разглежда като идеален газ, имаме

$$\frac{p(V - V_1)}{T} = \frac{p_0(V - V_0)}{T_0} \Rightarrow p = \frac{V - V_0}{V - V_1} \times \frac{T}{T_0} \times p_0. \quad \text{[1 т.]}$$

Тогава за силата получаваме израза

$$F = p_0 S \left[1 - \frac{V - V_0}{V - V_1} \times \frac{T}{T_0} \right] = p_0 S \left[\frac{V_0 - V_1}{V - V_1} + \frac{V - V_0}{V - V_1} \times \frac{T_0 - T}{T_0} \right] \cdot \text{[1 т.]}$$

Като отчетем $p_0 = 1.10^5 \text{ Pa}$, $V = 250 \text{ cm}^3$, $V_0 = 110 \text{ cm}^3$, $V_1 = 100 \text{ cm}^3$, $T_0 = 293 \text{ K}$, $T = 273 \text{ K}$, [1 т.] намираме

$$F \approx 30 \text{ N}. \quad \text{[0,5 т.]}$$

2.3. Нека мощността на нагревателя (котлона) е P , а специфичната топлина на парообразуване при кипене е r . Ще въведем още един параметър, който ще означим с η . Той показва каква част от мощността на котлона отива за парообразуване. За единица време кипящата вода получава количество топлина ηP [0,5 т.] и се изпарява маса $\eta P/r$ [0,5 т.]. От друга страна през „носа“ на чайника за единица време преминава същата маса пара с плътност ρ и обем vS , [0,5 т.] където S е площта на отвора. От приравняването на двата израза за масата имаме

$$\frac{\eta P}{r} = \rho v S \Rightarrow v = \frac{\eta P}{r \rho S}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Разглеждайки парата като идеален газ, можем да изразим плътността ѝ от уравнението на състояние $pV = nRT = (m/\mu)RT$ [0,5 т.], където m е масата на парата, а μ – моларната маса. Тогава имаме

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu p}{RT} \quad [0,5 \text{ т.}]$$

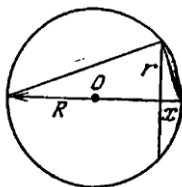
и след заместване за скоростта на струята получаваме израза

$$v = \frac{\eta P R T}{r \mu p S}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

За оценка използваме: $P = 1 \text{ kW}$, $\eta = 0,5$, $T = 373 \text{ K}$, $p = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $S = 2 \text{ cm}^2$ [0,5 т.], при което имаме

$$v \approx 2 \text{ m/s}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

2.4. Нека топката е в контакт със стената чрез кръг с радиус r (фиг. 1). Тогава имаме



фиг. 1. [0,5 т.]

$$\frac{x}{r} = \frac{r}{2R - x} \Rightarrow r^2 = 2Rx \left(1 - \frac{x}{2R} \right) \approx 2Rx, \quad x \ll R. \quad [0,75 \text{ т.}]$$

Силата F , с която топката действа върху стената (или стената действа върху топката), е

$$F = \pi r^2 \Delta p \approx (2\pi R \Delta p) x, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

където $\Delta p = p - p_0$ е превишението на налягането p на въздуха в топката над външното (атмосферното) налягане p_0 , което по време на удара може да се приеме за постоянно.

Тази сила е пропорционална на деформацията x на топката и е аналогична на еластична сила с коефициент на еластичност $\kappa = 2\pi R \Delta p$ [0,5 т.]. Съприкосновението на топката продължава половин период от периода на трептене на топката под действие на тази сила, т.е.

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{\kappa}} = \sqrt{\frac{\pi m}{2R \Delta p}}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

За оценка използваме: $m = 0,5 \text{ kg}$, $R = 10 \text{ cm}$, $\Delta p = 0,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ [0,75 т.], при което получаваме

$$t \approx 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ s} \sim 10^{-2} \text{ s}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

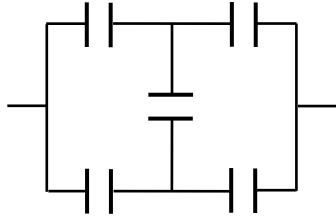
Оценката може да се направи, ако разглеждаме движението на топката при контакта отначало като равнозакъснително, а след това като равноускорително с едно и също по големина ускорение

$$a = \frac{F_{\text{cp}}}{m} = \frac{F_{\text{max}}}{2m} = \frac{\pi r_{\text{max}}^2 \Delta p}{2m} \approx \frac{\pi R A \Delta p}{m}, \quad A \ll R.$$

Топката се притиска към стената (равнозакъснително движение) за време τ и за същото време отскача от стената (равноускорително движение). Тогава имаме

$$A = \frac{a\tau^2}{2} \Rightarrow t = 2\tau = 2\sqrt{\frac{2A}{a}} = 2\sqrt{\frac{2m}{\pi R \Delta p}} \approx 1,7 \cdot 10^{-2} \text{ s} \sim 10^{-2} \text{ s}.$$

Задача 3. Кондензатори.



Част А Еквивалентната схема на свързване е дадена на фигурата вляво. [1,5 т.] Схемата е симетрична относно средния кондензатор, така че може да го премахнем от веригата. [0,5 т.] Капацитетът между краищата на веригата е $C = C_0$. [1 т.]

Част Б а) Дясната плоча на кондензатора е заредена положително. [0,5 т.] Големината на сумарната електростатична сила, която ѝ действа, се определя от уравнението: $F = q(E_- - E_0)$, [1 т.] където E_- е големината на интензитета, създаван от лявата (отрицателно заредена) плоча на кондензатора. Ако няма външно поле, големината на интензитета вътре в кондензатора е $2E_- = \frac{U}{d} = \frac{q}{\epsilon_0 S} = \frac{q}{\epsilon_0 S}$, т.е. $E_- = \frac{q}{2\epsilon_0 S}$. [1 т.] Така получаваме квадратно уравнение за търсения заряд q : $q^2 - 2\epsilon_0 S E_0 q - 2\epsilon_0 S F = 0$, [0,5 т.] откъдето $q = \epsilon_0 S E_0 + \sqrt{\epsilon_0^2 S^2 E_0^2 + 2\epsilon_0 S F} = 4,68 \text{ nC}$. [1,5 т.]

б) Във външно електрично поле, насочено надясно, големината на интензитета между плочите на кондензатора е $E = 2E_- - E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 S} - E_0 = \frac{U}{d}$, [1 т.] т.е. $U = d \left(\frac{q}{\epsilon_0 S} - E_0 \right) = d \sqrt{E_0^2 + \frac{2F}{\epsilon_0 S}} = 16,4 \text{ V}$. [1 т.]

в) След откачането на източника на напрежение от кондензатора плочите му си остават със същия заряд q . [0,5 т.] След завъртането интензитетът между клемите е $E' = 2E_- + E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 S} + E_0 = \frac{U'}{d}$. [1 т.] Оттук $U' = d \left(\frac{q}{\epsilon_0 S} + E_0 \right) = d \sqrt{E_0^2 + \frac{2F}{\epsilon_0 S}} + 2dE_0 = 36,4 \text{ V}$. [1 т.]

г) Работата при завъртането на кондензатора е изцяло за преместването на двете противоположно заредени плочи във външното електрично поле (без да се отчита взаимодействието между самите електроди), тъй като електродите на кондензатора остават неподвижни един спрямо друг. [1 т.] Т.е. работата $A = A_L + A_R$, където A_L е работата за преместването на лявата (отрицателно заредена) плоча на мястото на дясната, а A_R е работата за преместването на дясната (положително заредена) плоча на мястото на лявата. [1 т.] Получава се, че $A = 2qdE_0 = 93,5 \text{ nJ}$. [1 т.]

(Алтернативно може да се използва, че $A = W_f - W_i = \frac{cU'^2}{2} - \frac{cU^2}{2} = 2qdE_0 = 93,5 \text{ nJ}$, където W_i е началната енергия на кондензатора във външното електрично поле, а W_f е крайната енергия на кондензатора. [3 т.]

Задача 4. Радиоактивност

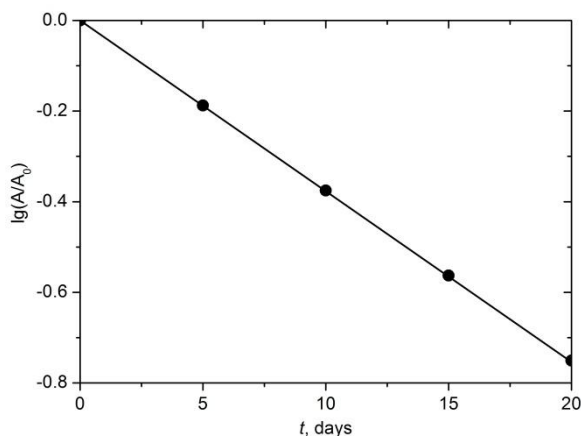
Част А

а) Тъй като активността на една радиоактивна проба е пропорционална на броя радиоактивни атоми, то активността ѝ ще се изменя с времето както броя радиоактивни атоми: $A(t) = A(0) \frac{1}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}}$. [1 т.] Графично най-удобно е тази зависимост да се обработи в

полулогаритмичен мащаб, защото $\lg \frac{A(t)}{A(0)} = -\frac{\lg 2}{T_{1/2}} t$. [0,5 т.] Изчисляваме допълнително данните, които ни трябва, за да построим тази зависимост, и чертаем графиката:

[2 т.]

Момент на измерване t , дни	Активност, брой разпади за минута	$\lg \frac{A(t)}{A(0)}$
0	38846	0
5	25215	-0.1877
10	16368	-0.3753
15	10624	-0.5630
20	6896	-0.7507



Наклонът на правата линия е $k = 0,0375 \text{ дни}^{-1}$. [0,5 т.] Периодът на полуразпад е $T_{1/2} = \frac{\lg 2}{k} = 8,03 \text{ дни}$. [1 т.]

Част Б

б) От закона за радиоактивното разпадане следва, че $N_{\text{U-238}}(t) = N_{\text{U-238}}(0) \frac{1}{2^{\frac{t}{T_{1/2}}}}$. [0,5 т.]

Тъй като броят на оловните атоми е $N_{\text{Pb-206}}(t) = N_{\text{U-238}}(0) - N_{\text{U-238}}(t)$, [0,5 т.] то търсеното отношение е $\frac{N_{\text{Pb-206}}(t)}{N_{\text{U-238}}(t)} = 2^{\frac{t}{T_{1/2}}} - 1$. [1 т.] Аналогично, другото отношение е

$$\frac{N_{\text{Pb-207}}(t)}{N_{\text{U-235}}(t)} = 2^{\frac{t}{T_{1/2}}} - 1. \quad [1 \text{ т.}]$$

в) Тези отношения са изчислени и табулирани в таблицата. [1 т.] След това е построена графиката [2 т.]

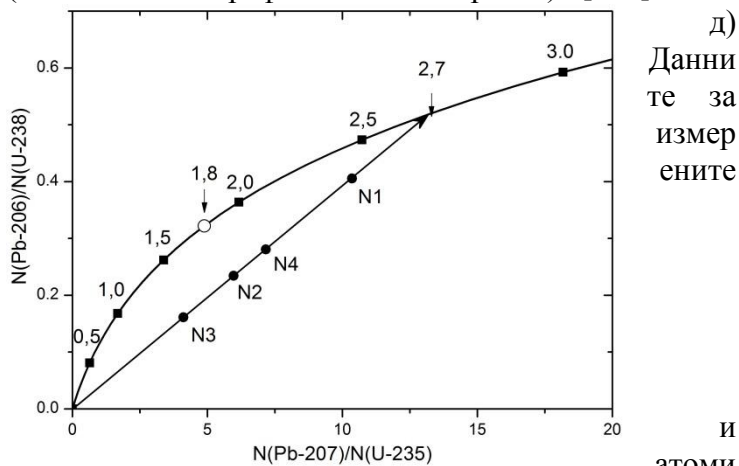
$t, 10^9 \text{ год.}$	$\frac{N_{\text{Pb-206}}(t)}{N_{\text{U-238}}(t)}$	$\frac{N_{\text{Pb-207}}(t)}{N_{\text{U-235}}(t)}$
0	0	0
0,5	0,081	0,636
1	0,168	1,677
1,5	0,262	3,379
2	0,364	6,165
2,5	0,474	10,722
3	0,592	18,178

отношения в четирите проби са отбелязани на фигурата с черни кръгчета и техния номер. Тъй като дифузията на оловните изотопи не зависи от вида изотоп, това означава че и двата изотопа ще намаляват по един и същ начин, т.е. отношенията им спрямо урановите ще намаляват по един и същ начин:

$$\left(\frac{N_{\text{Pb-206}}}{N_{\text{U-238}}} \right)_{\text{измерено}} / \left(\frac{N_{\text{Pb-207}}}{N_{\text{U-235}}} \right)_{\text{измерено}} = \left(\frac{N_{\text{Pb-206}}}{N_{\text{U-238}}} \right)_{\text{без дифузия}} / \left(\frac{N_{\text{Pb-207}}}{N_{\text{U-235}}} \right)_{\text{без дифузия}}. \quad [1 \text{ т.}]$$

В такъв случай точките на фигурата, съответстващи на различните образци, трябва да лежат на права, минаваща през центъра на координатната система. [1 т.] Тази права пресича конкордията в точка, съответстваща на кристал на същата възраст, но без дифузия. Така получваме възрастта на скалната проба – 2,7 млрд. год. [1 т.]

г) Използвайки графиката, възрастта на кристал циркон с измерени отношения $\frac{N_{\text{Pb-206}}}{N_{\text{U-238}}} = 0,322$ и $\frac{N_{\text{Pb-207}}}{N_{\text{U-235}}} = 4,884$ е приблизително 1,8 млрд. год. (отбелязано на графиката с бяло кръгче). [1 т.]



д) Данни те за измерените