

**ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ЗАДАЧА - РЕШЕНИЕ****Определяне на хоризонталната компонента на магнитното поле на Земята и магнитния момент на постоянен магнит****Теоретична част**

Вибрационният магнитометър представлява магнит, окачен хоризонтално на тънка нишка. В покой магнитът се ориентира по магнитното поле на Земята. При малко отклонение от равновесното му положение под действието на земното магнитно поле възниква въртящ момент, който се стреми да върне магнита в равновесно положение. Заради инертността си, магнитът подминава точката на равновесие, при което отново възниква въртящ момент, който се стреми да върне магнита обратно в равновесното му положение. Това води до осцилации с период:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mB_H}}, \quad (1)$$

където  $I$  е инерчният, а  $m$  магнитният момент на магнита,  $B_H$  е големината на хоризонталната компонента на магнитното поле на Земята. Инерчният момент на цилиндричен магнит през ос, минаваща през средата му и перпендикулярна на оста му е

$$I = M \frac{3r^2 + L^2}{12}, \quad (2)$$

където  $M$  е масата на магнита,  $r$  е неговият радиус, а  $L$  е дължината му. Усукващият момент на нишката може да се пренебрегне при осцилациите в тази конфигурация.

Дефлекционният магнитометър се състои от милиметрова скала, компас и постоянен магнит. Постоянният магнит създава по оста си магнитно поле което се дава с израза:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2mx}{(x^2 + l^2)^2}, \quad (3)$$

където  $x$  е разстоянието от центъра на магнита до произволна точка по оста му извън магнита, а  $l$  е полудължината на магнита.

Под действието само на земното магнитно поле стрелката на компаса е в равновесие и се ориентира по него. Под действието на две взаимноперпендикулярни магнитни полета, това на Земята и другото от постоянния магнит, стрелката достига ново равновесно положение при ъгъл  $\theta$ , спрямо началното равновесно положение.

Така стрелката се ориентира по посока на резултантното магнитно поле, като е изпълнено условието:

$$\tan \theta = \frac{B}{B_H}. \quad (4)$$

**Уреди и материали**

- Компас ..... 1 бр.
- Поставка с фиксирана към нея милиметрова линия ..... 1 бр.
- Постоянен магнит..... 1 бр.
- Държател за магнита ..... 1 бр.
- Стойка с похлупак ..... 1 бр.
- Хронометър ..... 1 бр.
- Архивен кашон ..... 1 бр.
- Милиметрова хартия. .... 1 л.

**Указания**

- Разположете установките в средата на работната си маса върху предоставения архивен кашон, за да не влияят металните ѝ части върху измерванията.
- Магнитът се състои от 4 броя къси цилиндрични магнита. Използвайте ги заедно.
- Пластмасовия държател за магнита използвайте при измерванията с дефлекционния магнитометър.
- Червената част на стрелката на компаса е северният ѝ полюс.
- Не драскайте по милиметровата линия.

**Необходими величини:**

- Характеристики на четириелементния постоянен магнит:
  - Намагнитване – двуполусно по дължина (по оста на цилиндъра);
  - Дължина  $L = (31.7 \pm 0.1) \text{ mm}$
  - радиус  $r = (9.4 \pm 0.1) \text{ mm}$
  - маса  $M = (42.7 \pm 0.1) \text{ g}$
  -

**Необходими константи:**

- Магнитна проницаемост на вакуум -  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$

**Задачи****1. Определяне на периода на трептене на постоянния магнит с вибрационния магнитометър.****1.1 Пресметнете инерчния момент на магнита около ос, минаваща през средата му и перпендикулярна на оста му. Определете абсолютната и относителна грешки. [2 т.]**

Стойността на инерчния момент на магнита се пресмята по формула (2)

$$I = M \frac{3r^2 + L^2}{12} = 4.52 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2 \text{ [1 т.]}$$

Относителна грешка:

$$\frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta M}{M} + \frac{6r\Delta r + 2L\Delta L}{3r^2 + L^2} = 0.01, \quad \frac{\Delta I}{I} = 1\% \text{ [0.5 т.]}$$

Абсолютна грешка:  $\Delta I = 0.01 \times I = 0.05 \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2 \text{ [0.5 т.]}$

Краен резултат:  $I = (4.52 \pm 0.05) \times 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

**1.2 Определете периода на трептене на магнита, неговата относителна и абсолютна грешки. [3 т.]**

За по-добра точност се измерват няколко периода наведнъж (поне  $n=10$ ), няколко пъти (поне  $N=5$ ). [2 т.]

| N | t, s  | n            | T=t/n, s | $\bar{T} - T_i, s$ | $(\bar{T} - T_i)^2, s$ |
|---|-------|--------------|----------|--------------------|------------------------|
| 1 | 17.40 | 10           | 1.740    | -0.01483           | 0.000220028            |
| 2 | 17.30 | 10           | 1.730    | -0.00483           | 0.000023361            |
| 3 | 17.07 | 10           | 1.707    | 0.018167           | 0.000330028            |
| 4 | 17.39 | 10           | 1.739    | -0.01383           | 0.000191361            |
| 5 | 16.93 | 10           | 1.693    | 0.032167           | 0.001034694            |
| 6 | 17.42 | 10           | 1.742    | -0.01683           | 0.000283361            |
|   |       | $\bar{T}, s$ | 1.725    |                    |                        |

Средна стойност на периода:  $\bar{T} = 1.725 \text{ s}$ ;

Стандартно отклонение:  $\Delta T = \sqrt{\frac{\sum(\bar{T} - T_i)^2}{N-1}} = 0.02 \text{ s}$  [0.5 т.]

Относителна грешка:  $\frac{\Delta T}{T} = 0.01$ ,  $\frac{\Delta T}{T} = 1\%$  [0.5 т.]

Краен резултат:

$$T = (1.73 \pm 0.02) \text{ s}$$

### 1.3 Получете произведението $mB_H$ . Определете грешките в резултата. [2 т.]

От уравнение (1) се получава:  $mB_H = \frac{4\pi^2 I}{T^2} = 5.9 \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-2}$  [1 т.]

Означение  $z = mB_H$

Относителна грешка:  $\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta I}{I} + 2 \frac{\Delta T}{T} = 0.03$ ,  $\frac{\Delta z}{z} = 3\%$  [0.5 т.]

Абсолютна грешка:  $\Delta z = z \times 0.03 = 0.2 \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-2}$  [0.5 т.]

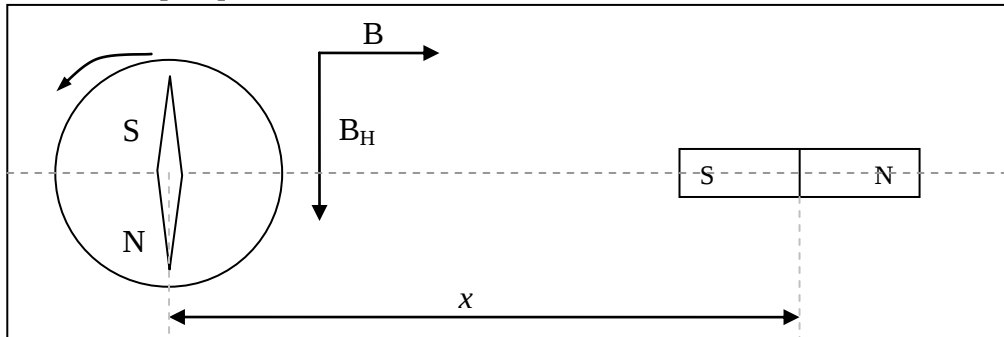
Краен резултат:  $z = (5.9 \pm 0.2) \times 10^{-5} \text{ kgm}^2 \text{ s}^{-2}$

## 2. Използвайки дефлекционния магнитометър, изследвайте зависимостта на отклонението на стрелката на компаса от положението на магнита.

2.1. Определете полюсите на магнита и го поставете по съответния начин в държателя.

2.2. Начертайте схема на опитната постановка, която ще използвате.

Отбележете разположението и полюсите на постоянния магнит, посоката на земното магнитно поле и посоката на завъртане на стрелката на компаса [2 т.]



### 2.3. Представете зависимостта $\theta(x)$ таблично, оценете абсолютната грешка на единичното измерване. [2 т.]

Отчитане на ъгъла при поне 5 стойности на  $x$ . [1.5 т.]

| $x, \text{ m}$ | $\theta, \text{ deg}$ |
|----------------|-----------------------|
| 0.352          | 30                    |
| 0.337          | 36                    |
| 0.317          | 40                    |
| 0.300          | 46                    |
| 0.283          | 50                    |
| 0.271          | 54                    |
| 0.254          | 60                    |
| 0.240          | 66                    |
| 0.223          | 70                    |
| 0.212          | 74                    |
| 0.182          | 80                    |

Грешка на единичното измерване:  $\Delta x = 2 \text{ mm}$ ;  $\Delta \theta = 2^\circ$  [0.5 т.]

**2.4. Представете зависимостта от 2.3. в подходящи променливи, така че да е права линия. [2 т.]**

От уравнения (3) и (4) се получава:  $\frac{B_H}{m} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2x}{(x^2 - l^2)^2} \frac{1}{\tan \theta}$ .

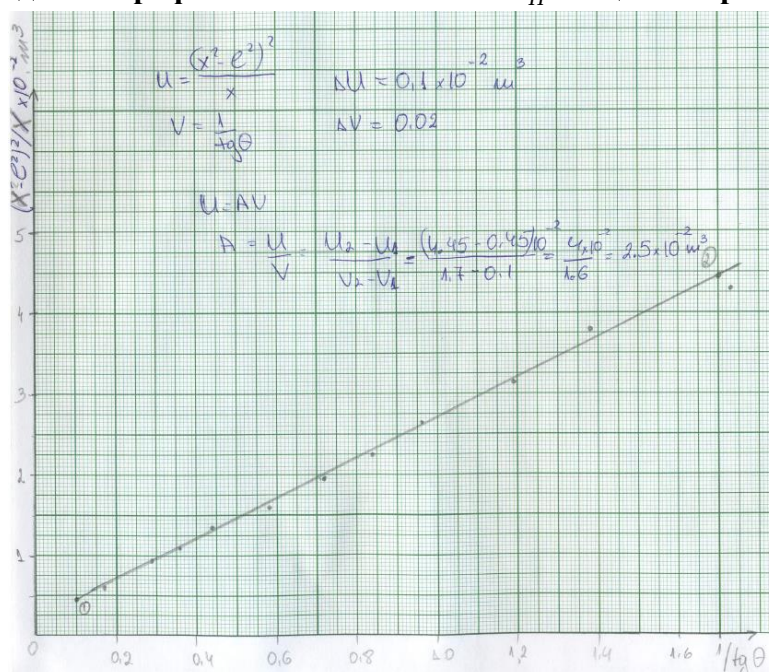
Линейна зависимост:  $\frac{(x^2 - l^2)^2}{x} = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{B_H} \frac{1}{\tan \theta}$ ;

Полагаме:  $u = \frac{(x^2 - l^2)^2}{x}$ ;  $A = 2 \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{m}{B_H}$ ;  $v = \frac{1}{\tan \theta}$

Линейната зависимост е  $u = Av$ .

| $x, \text{ m}$ | $(x^2 - l^2)^2 / x \cdot 10^{-2}, \text{ m}^3$ | $\theta, \text{ deg}$ | $\tan \theta$ | $1/\tan \theta$ |
|----------------|------------------------------------------------|-----------------------|---------------|-----------------|
| 0.352          | 4.32                                           | 30                    | 0.577         | 1.73            |
| 0.337          | 3.78                                           | 36                    | 0.727         | 1.38            |
| 0.317          | 3.15                                           | 40                    | 0.839         | 1.19            |
| 0.300          | 2.66                                           | 46                    | 1.036         | 0.96            |
| 0.283          | 2.23                                           | 50                    | 1.192         | 0.84            |
| 0.271          | 1.96                                           | 54                    | 1.376         | 0.73            |
| 0.254          | 1.61                                           | 60                    | 1.732         | 0.58            |
| 0.240          | 1.35                                           | 66                    | 2.246         | 0.45            |
| 0.223          | 1.08                                           | 70                    | 2.747         | 0.36            |
| 0.212          | 0.93                                           | 74                    | 3.487         | 0.29            |
| 0.182          | 0.58                                           | 80                    | 5.671         | 0.18            |

**2.5. Определете графично отношението  $m/B_H$  и оценете грешките. [3.5 т.]**



За графиката [1.5 т.]

От наклона на графиката се определя коефициентът  $A = 2.5 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ , откъдето

$$w = \frac{m}{B_H} = \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{A}{2} = 1.25 \times 10^5 \text{ Am}^2 \text{ T}^{-1}. \text{ [1 т.]}$$

Относителна грешка:  $\frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta u}{u} + \frac{\Delta v}{v} = 0.04$ ;  $\frac{\Delta w}{w} = 4\%$  [0.5 т.]

Абсолютна грешка:  $\Delta w = 0.05 \times 10^5 \text{ Am}^2 \text{T}^{-1}$  [0.5 т.]

Краен резултат:  $w = (1.25 \pm 0.05) \times 10^5 \text{ Am}^2 \text{T}^{-1}$

### 3. Определете хоризонталната компонента на магнитното поле на Земята и магнитния момент на постоянния магнит.

#### 3.1.Получете изрази за магнитния момент на магнита и хоризонталната компонента на магнитното поле на Земята. [1.5 т.]

От уравненията за  $z$  и  $w$  се получава:  $m = \sqrt{zw}$  и  $B_H = \sqrt{\frac{z}{w}}$

#### 3.2.Пресметнете величините от т. 3.1. [1 т.]

$m = 2.716 \text{ Am}^2$ ;  $B_H = 2.17 \times 10^{-5} \text{ T}$

#### 3.3.Определете относителните и абсолютни грешки. [1 т.]

Относителни грешки:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z} + \frac{1}{2} \frac{\Delta w}{w} = 0.04; \quad \frac{\Delta B_H}{B_H} = \frac{1}{2} \frac{\Delta z}{z} + \frac{1}{2} \frac{\Delta w}{w} = 0.04 \quad [0.5 \text{ т.}]$$

Абсолютни грешки:  $\Delta m = 0.04 \times m = 0.1 \text{ Am}^2$ ;  $\Delta B_H = 0.04 \times B_H = 0.08 \times 10^{-5} \text{ T}$  [0.5 т.]

Краен резултат:  $m = (2.7 \pm 0.1) \text{ Am}^2$ ;  $B_H = (2.17 \pm 0.08) \times 10^{-5} \text{ T}$

При липса на размерности на величините, включително в таблици, графики и др. се отнемат по  $\sim 0.25$  т.