

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Кърджали,
1 май 2011 г.
Решения на темата за 10-12 клас

Задача 1. Часовникар-перфекционист.

а) От втория закон на Нютон за въртеливото движение следва: $M = I\varepsilon$,
 $-mgl \sin \alpha = (I_0 + ml^2)\varepsilon$, $-mgl \sin \alpha = \left(\frac{1}{2}mr^2 + ml^2\right)\varepsilon$ (1.1). α е ъгълът на отклонение, а
 $\varepsilon = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ - ъгловото ускорение. При малки ъгли на отклонение $\sin \alpha \approx \alpha$ и тогава

$$\varepsilon + \frac{g}{\frac{r^2}{2l} + l} \alpha = 0. \text{ Следователно } T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{r^2}{2l} + l}{g}}. \text{ (1.2) [2 т.]}$$

б) От (1.2) се получава квадратно уравнение за l : $\frac{4\pi^2}{T^2}l^2 - gl + \frac{4\pi^2}{2T^2}r^2 = 0$. (1.3) За да има решение, дискриминантата трябва да е неотрицателна:
 $D = g^2 - 4 \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{4\pi^2}{2T^2} r^2 \geq 0$, следователно $r \leq \frac{gT^2}{4\sqrt{2}\pi^2} = 0,703 \text{ m}$. [1 т.]

в) двете решения на (1.3) са: $l_{1,2} = \frac{g \pm \sqrt{g^2 - \frac{32\pi^4 r^2}{T^4}}}{2 \frac{4\pi^2}{T^2}} = \frac{9,810 \pm 9,710}{19,74} = 0,9889 \text{ m}$

(само решението със знак “+” е по-голямо от дадената стойност за r). [2 т.]

г) Ако от (1.2) се получи производната $\frac{dT}{dl}$, то $\frac{dT}{dl} = 2\pi \frac{1}{2} \frac{\frac{1}{g} \left(-\frac{r^2}{2l^2} + 1 \right)}{\sqrt{\frac{\frac{r^2}{2l} + l}{g}}} =$

$$\frac{2\pi^2}{gT} \left(1 - \frac{r^2}{2l^2} \right) \approx \frac{2\pi^2}{gT}. \quad [1 \text{ т.}] \quad \text{Следователно} \quad \Delta l \approx \frac{gT}{2\pi^2} \Delta T = \frac{gT^2}{2\pi^2} \frac{\Delta T}{T}. \quad \text{При}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{1 \text{ min}}{1 \text{ седмица}} \approx 1,0 \cdot 10^{-4}, \quad \Delta l \approx \frac{9,810 \text{ m/s}^2 \cdot (2,000 \text{ s})^2}{2\pi^2} \cdot 1,0 \cdot 10^{-4} \approx 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,2 \text{ mm}. \quad [1 \text{ т.}]$$

Дискът трябва да се премести нагоре. [1 т.]

Задача 2. Взаимодействие на прав проводник и рамка.

а) Течащият по проводника променлив ток ще създава на разстояние x магнитно поле с големина $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$, където $I = I_0 \sin(2\pi ft) = I_0 \sin(\omega t)$, а $I_0 = I_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2}$ [0,5 т.]. Рамката може да разделим на вертикални слоеве с дебелина dx , за които магнитният поток ще бъде $d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} b \cdot dx$ [0,5 т.]. Пълният магнитен поток през рамката получаваме чрез

$$\text{интегриране } \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} b \int_r^{r+a} \frac{dx}{x} \quad \text{или} \quad \Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi} b \ln \left(\frac{r+a}{r} \right) \quad [0,5 \text{ т.}].$$

От закона на Фарадей $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ за индуцираното ЕДН получаваме

$$\varepsilon = -\frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi} b \ln\left(\frac{r+a}{r}\right) \cos(\omega t) \text{ [0,5 т.]}$$

б) Съпротивлението на рамката от проводник ще бъде $R = 2 \cdot \rho \cdot (a+b)/S$ [0,5 т.], а токът през рамката - $I_1 = -\frac{\mu_0 I_0 \omega}{2\pi R} b \ln\left(\frac{r+a}{r}\right) \cos(\omega t)$ [0,5 т.]. Посоката на токът I_1

определяме от правилото на Ленц:

1. Когато токът през проводника тече нагоре и нараства, токът I_1 през рамката ще тече обратно на часовниковата стрелка; [0,25 т.]
2. Когато токът през проводника тече нагоре и намалява, токът I_1 през рамката ще тече по часовниковата стрелка; [0,25 т.]
3. Когато токът през проводника тече надолу и нараства, токът I_1 през рамката ще тече по часовниковата стрелка; [0,25 т.]
4. Когато токът през проводника тече надолу и намалява, токът I_1 през рамката ще тече обратно на часовниковата стрелка; [0,25 т.]

в) Поради симетрията на задачата, силите, които действат на хоризонталните елементи на рамката са равни по големина и обратни по посока във всеки един момент от време и равнодействащата им върху рамката е нула. [0,5 т.]

Тъй като двата вертикални елемента на рамката се намират на различно разстояние от рамката, силите върху тях са противоположни по посока, но с различна големина.

Силата върху левия вертикален елемент ще бъде:

$$F_l = I_1 B(r) b = \frac{\mu_0^2 I_0^2 b^2 \omega}{(2\pi)^2 R r} \ln\left(\frac{r+a}{r}\right) \cos(\omega t) \sin(\omega t) \text{ [0,5 т.]}$$

или като използваме формулата за удвоен ъгъл $F_l = \frac{\mu_0^2 I_0^2 b^2 \omega}{8\pi^2 R r} \ln\left(\frac{r+a}{r}\right) \sin(2\omega t)$

Силата върху десния вертикален елемент ще бъде $F_r = \frac{\mu_0^2 I_0^2 b^2 \omega}{8\pi^2 R (r+a)} \ln\left(\frac{r+a}{r}\right) \sin(2\omega t)$

[0,5 т.], а тяхната равнодействаща - $F = F_l - F_r = \frac{\mu_0^2 I_0^2 b^2 \omega}{8\pi^2 R} \frac{a}{r(r+a)} \ln\left(\frac{r+a}{r}\right) \sin(2\omega t)$

[0,5 т.]

Тъй като върху левия вертикален елемент силата е по-голяма от тази върху десния, то посоката на резултантната сила ще съвпада със силата върху левия елемент:

1. Когато токът през проводника тече нагоре и нараства, I и I_1 през левия елемент текат в различни посоки и силата е на отблъскване; [0,25 т.]
2. Когато токът през проводника тече нагоре и намалява, I и I_1 през левия елемент текат в една и съща посока и силата е на привличане; [0,25 т.]
3. Когато токът през проводника тече надолу и нараства, I и I_1 през левия елемент текат в различни посоки и силата е на отблъскване; [0,25 т.]
4. Когато токът през проводника тече надолу и намалява, I и I_1 през левия елемент текат в една и съща посока и силата е на привличане; [0,25 т.]

Задача 3. Адсорбция на атомарен водород от метална повърхност.

Захващането на водородния атом от ямата е квантов ефект. Енергията му е

$$E = \frac{p^2}{2M} - U_0 \quad [0,5 \text{ т.}]$$

и за определяне на възможните стойности на импулса p трябва да се отчетат вълновите свойства на атома

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{2\pi\hbar}{\lambda}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Стационарното състояние на атома в ямата съответства на формиране на стояща вълна

$$n \frac{\lambda}{2} = a, \quad n = 1, 2, \dots \quad [1 \text{ т.}]$$

откъдето следват възможните стойности на импулса

$$p_n = \frac{\pi\hbar n}{a}. \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Тогава за минималната енергия на водородния атом в ямата ($n = 1$) имаме

$$E_{\min} = \frac{\pi^2\hbar^2}{2Ma^2} - U_0, \quad [0,5 \text{ т.}]$$

откъдето следва

$$D = 0 - E_{\min}, \quad [1 \text{ т.}]$$

$$U_0 = \frac{\pi^2\hbar^2}{2Ma^2} + D \approx 0,4 \text{ meV}. \quad [2 \text{ т.}]$$