

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Плевен, 2 май 2010 г.
Тема за 10-12 клас

Задача 1. Падащ космически кораб

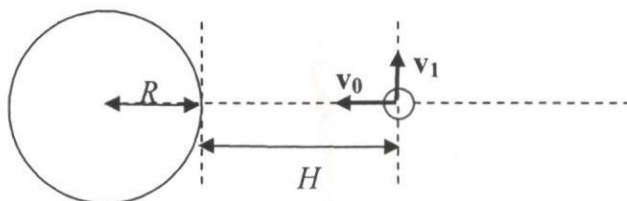
Космически кораб с повредени двигатели започва да пада свободно към центъра на планета с маса M и радиус R . Началната скорост на кораба е нулева, а началното му разстояние до планетата е безкрайно голямо. На височина H над повърхността на планетата екипажът успява да пусне двигателите.

а) Получете израз за скоростта v_0 на кораба на тази височина. [1 т]

Веднага след включване на двигателите на кораба е придадена допълнителна скорост v_1 в направление, перпендикулярно на посоката на падане (вж. Фиг. 1).

б) Получете израз за минималната скорост v_1 , достатъчна, за да бъде избегнат удар с планетата. [3 т]

в) Каква ще бъде траекторията на кораба след придаване на допълнителната скорост – елипса, парабола или хипербола? Обосновете отговора си. [1 т]



Фиг. 1

Задача 2. Хладилник

В хладилник се поставя един мол вода (H_2O), който се охлажда от температура $t_1 = 27^\circ C$ до температура $t_0 = 0^\circ C$ и замръзва изцяло. Цялото количество топлина, отделено при работата на хладилника, се предава на друг мол вода (H_2O) с начална температура $t_1 = 27^\circ C$, който се нагрява до температура $t_2 = 100^\circ C$. Хладилникът работи с максималната теоретически допустима ефективност (общата ентропия на двата мола вода не се изменя).

а) Каква маса m вода се е превърнала в пара при температура $100^\circ C$? [3 т]

б) Каква работа A е извършил хладилникът? [2 т]

Полезни данни:

$$\text{Специфичен топлинен капацитет на водата } c = 4,20 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\text{Специфична топлина на топене на леда } \lambda = 333 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\text{Специфична топлина на изпарение при температура на кипене } r = 2,26 \cdot 10^3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

Полезна формула: $\int_a^b \frac{dx}{x} = \ln \frac{b}{a}$

Задача 3. Заземяване.

Два еднакви проводника с форма на кълбо с радиус a са закопани в земята на дълбочина $H \gg a$. Разстоянието между техните центрове е L , като $L \gg a$ и $L \ll H$. Приема се, че земята е слабопроводяща среда със специфично съпротивление ρ и относителна диелектрична проникваемост ϵ . Намерете:

а) капацитета C между двете проводящи кълба. [2,5 т]

б) съпротивлението R на земята между двете проводящи кълба. Използвайте закона на Ом в т.нар. "диференциална форма": $j = \frac{E}{\rho}$, където j е плътността на тока

(вектор с големина равна на големината на тока, разделена на сечението и посока – посоката на тока), E е интензитетът на електричното поле в същата точка [2 т]

в) Как зависи съпротивлението R на земята от разстоянието L ? [0,5 т]



Задача 4. Ин и Ян – хармония на противоположните [5 т]

Върху фотокатод с отделителна работа 1,8 eV пада електромагнитна вълна, интензитетът на електричното поле на която се изменя с течение на времето t по закона:

а) $E = E_0 \sin \omega t$;

б) $E = E_0(1 + \cos 4\omega t) \sin \omega t$.

И в двата случая $\omega = 7,6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$.

За двата вида вълни отговорете на въпросите:

1. Ще се наблюдава ли фотоефект?

2. Зависи ли отговорът на първия въпрос от амплитудата E_0 на интензитета?

3. Ако се наблюдава фотоефект, колко електронволта е максималната кинетична енергия на фотоелектроните?

Полезни константи и тъждества:

заряд на електрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

константа на Планк $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, МЛАДЕЖТА И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Плевен, 2 май 2010 г.
Тема за 10-12 клас
Решения на задачите

Задача 1. Падащ космически кораб

а) Приемаме безкрайно отдалечена от планетата точка като нулево ниво за потенциалната енергия на кораба. Понеже началната скорост на кораба е нула и началното му разстояние до планетата е много голямо, можем да приемем, че в началото на падането $E_{p0} \approx 0$; $E_{k0} = 0$. Следователно пълната енергия на кораба е

$$E = E_{p0} + E_{k0} = 0$$

От закона за запазване на енергията по време на свободното падане имаме:

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{R+H} = 0, \quad [0,5 \text{ т}]$$

откъдето:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2\gamma M}{R+H}}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

б) Скоростта на кораба след придаване на допълнителна скорост е:

$$v = \sqrt{v_1^2 + v_0^2},$$

а пълната му енергия:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{R+H} = \frac{mv_1^2}{2}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

Минимална е тази скорост v_1 , при която траекторията на кораба се допира до повърхността на планетата. Нека корабът достига планетата със скорост v_2 . От закона на запазване на енергията имаме:

$$(1) \quad \frac{mv_2^2}{2} - \frac{\gamma Mm}{R} = \frac{mv_1^2}{2}. \quad [0,5 \text{ т}]$$

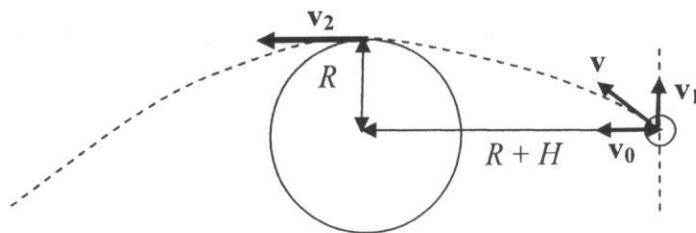
От закона за запазване на момента на импулса получаваме:

$$(2) \quad mv_2 R = mv_1 (R+H) \quad [1 \text{ т}]$$

От уравненията (1) и (2) намираме:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\gamma MR}{(2R+H)H}}. \quad [1 \text{ т}]$$

в) След придаване на допълнителна скорост пълната енергия на кораба е положителна. Следователно траекторията на кораба е хипербола. [1 т]



Фиг. 1

Задача 2. Хладилник

а) Изменението на ентропията на първото тяло при охлаждането му е

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_0} \frac{\mu c dT}{T} - \frac{\mu \lambda}{T_0} = \mu c \ln \frac{T_0}{T_1} - \frac{\mu \lambda}{T_0}, \quad (1 \text{ т.})$$

а изменението на ентропията на второто тяло при нагряването му е

$$\Delta S_2 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\mu c dT}{T} + \frac{mr}{T_2} = \mu c \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{mr}{T_2}. \quad (1 \text{ т.})$$

Тук μ е масата на един mol вода, а m е масата на парата. Тъй като общата ентропия на телата не се изменя, имаме

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 = 0, \quad (0,5 \text{ т.})$$

$$m = \frac{\mu}{r} \left[\frac{\lambda T_2}{T_0} - c T_2 \ln \frac{T_0 T_2}{T_1^2} \right] \approx 2,08 \text{ g}, \quad (0,5 \text{ т.})$$

като е отчетено $T_0 = 273 \text{ K}$, $T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 373 \text{ K}$, $\mu = 18,0 \text{ g}$.

б) Хладилникът отнема от първото тяло количество топлина

$$Q_1 = \mu c (T_1 - T_0) + \mu \lambda, \quad (0,5 \text{ т.})$$

а второто тяло получава количество топлина

$$Q_2 = \mu c (T_2 - T_1) + mr. \quad (0,5 \text{ т.})$$

Работата, извършена от хладилника е

$$A = Q_2 - Q_1 = \mu c (T_2 + T_0 - 2T_1) + mr - \mu \lambda \approx 2,18 \text{ kJ} \quad (1 \text{ т.})$$

Задача 3. Заземяване.

а) Нека едното кълбо да има електричен заряд q , а другото да има заряд $-q$. Потенциалът $\varphi(r)$ в точка на разстояние r от първото кълбо ще бъде

$$\varphi(r) = \varphi_q + \varphi_{-q} = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r} + \frac{-q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (L-r)} = \frac{q(L-2r)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r(L-r)} \quad [0,5 \text{ т.}]$$

Напрежението U между двете кълба ще бъде

$$U = \varphi(a) - \varphi(L-a) = \frac{q(L-2a)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a(L-a)} - \frac{q(L-2(L-a))}{4\pi\epsilon\epsilon_0 (L-a)(L-(L-a))} = \frac{q2(L-2a)}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a(L-a)} \quad [1 \text{ т.}]$$

При $L \gg a$, $U \approx \frac{2q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a}$ [0,5 т.]. Следователно капацитетът C между двете проводящи

кълба е $C = \frac{q}{U} = 2\pi\epsilon\epsilon_0 a$ [0,5 т.]

б) На повърхността на първото кълбо интензитетът на електричното поле е (неотчитайки ел. поле на другото кълбо) $E \approx \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2}$ [0,5 т.]. Плътността на тока е

$j = \frac{I}{4\pi a^2}$. От закона на Ом следва $j = \frac{I}{4\pi a^2} = \frac{E}{\rho} = \frac{q}{\rho 4\pi\epsilon\epsilon_0 a^2} = \frac{U}{2\rho a}$ [1 т.]. Следователно

$U = \frac{\rho}{2\pi a} I$, откъдето $R = \frac{\rho}{2\pi a}$ [0,5 т.]

в) от получения резултат за съпротивлението R на земята следва, че то **не зависи** от разстоянието L [0,5 т.].

Задача 4. Ин и Ян – хармония на противоположните

а) Първата вълна е монохроматична. Съгласно двойствената природа на светлината на тази вълна съответстват фотони с енергия

$$E = h\nu = \frac{h\omega}{2\pi} \dots\dots\dots 0,5 \text{ точки}$$

$$E = 8.10^{-20} \text{ J} = 0,5 \text{ eV} \dots\dots\dots 0,5 \text{ точки}$$

Тъй като $E < A$, фотоефект няма да се наблюдава.....0,5 точки

Вероятността електрон да погълне едновременно няколко фотона и така да се предизвика фотоефект е пренебрежимо малка. Затова червената граница на фотоефекта не зависи от интензитета (амплитудата E_0) на падащата светлинна вълна

.....0, 5 точки

(Фотоефект, предизвикан от едновременно поглъщане на два или повече фотона, е наблюдаван само при облъчване на метали с лазерни импулси със свръхвисок интензитет.)

б) С помощта на тригонометричното тъждество

$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)]$ представяме втората вълна във вида:

$$E = E_0 (1 + \cos 4\omega t) \sin \omega t = E_0 \sin \omega t + E_0 \cos 4\omega t \sin \omega t$$

$$= E_0 \sin \omega t + \frac{E_0}{2} \sin 5\omega t - \frac{E_0}{2} \sin 3\omega t. \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Виждаме, че тази електромагнитна вълна е суперпозиция от три монохроматични вълни с енергия на фотоните:

$$E_1 = h \frac{\omega}{2\pi} = 0,5 \text{ eV}; E_2 = h \frac{3\omega}{2\pi} = 1,5 \text{ eV} \text{ и } E_3 = h \frac{5\omega}{2\pi} = 2,5 \text{ eV} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Фотоефект ще предизвикат само фотоните с енергия $E_3 > A$.

Максималната кинетична енергия на фотоелектроните е

$$E_{k \max} = E_3 - A = 0,7 \text{ eV} \dots\dots\dots 1 \text{ точки}$$