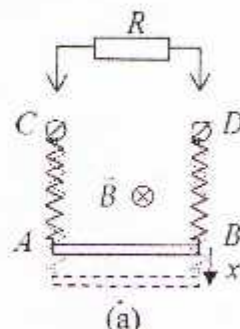




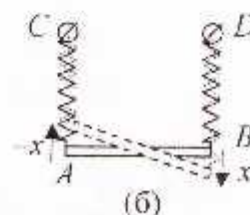
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Национален кръг, Плевен, 9 май 2009 г.

Задача 1. Електромагнитен амортизатор

Еднородна метална пръчка AB с маса $m = 10 \text{ g}$ и дължина $L = 10 \text{ cm}$ е окачена на две еднакви метални пружини, всяка с коефициент на еластичност $k = 20 \text{ N/m}$. Пружините са закрепени към неподвижни клемите C и D . Системата се намира в еднородно магнитно поле с индукция $B = 1 \text{ T}$, насочена от вас към чертежа. Електрическото съпротивление на пръчката и на пружините е пренебрежимо малко. Пръчката е в електрически контакт с двете пружини. Първоначално между клемите C и D няма включен друг консуматор. Силата на тежестта се пренебрегва. Инерционният момент на еднородна пръчка спрямо центъра на масата ѝ е $I = (1/12)mL^2$.



а) Пръчката може да извършва два вида хармонични трептения. При първия вид трептене (фиг. 1 а) двата края на пръчката се отклоняват вертикално на еднакви разстояния x в една и съща посока. При втория вид трептене краищата на пръчката се отклоняват вертикално на разстояния $\pm x$ в противоположни посоки (фиг. 1 б). Пресметнете честотите ν_1 и ν_2 на двата вида трептене.



[6 т]

б) Пръчката извършва първия вид трептене, като отклонението ѝ се дава с израз:

$$x(t) = A \sin(\omega_1 t),$$

където $\omega_1 = 2\pi\nu_1$ е кръговата честота на трептенето, а амплитудата е $A = 1 \text{ cm}$.

Получете израз за напрежението $u(t)$ между клемите C и D като функция на времето t . Пресметнете числено амплитудата на напрежението $U_{\max}$.

[3 т]

в) Докато пръчката трепти, към клемите е свързан резистор със съпротивление $R = 1 \text{ k}\Omega$.

Приемете, че:

- затихването на трептенето е слабо и относителното изменение на амплитудата за един период е много малко;
- честотата на затихващото трептене е равна на честотата ν_1 на свободното трептене
- индуктивността на системата е пренебрежимо малка.

Получете израз за количеството топлина Q , което се отделя в резистора за един период като функция на A , B , R , L и на честотата ν_1 . Пресметнете числено Q при $A = 1 \text{ cm}$.

[2 т]

г) За колко време t след включването на резистора амплитудата на трептене на пръчката ще намалее наполовина?

[4 т]



Задача 2. Равновесие течност – пари. С един mol вода, намиращ се във вертикален цилиндър под тежко подвижно бутало, се извършва цикъл на Карно с температура на нагревателя T и температура на охладителя $T - \Delta T$, където $\frac{\Delta T}{T} \ll 1$. В началното състояние има само течност. При нагряването водата се изпарява, като течността и парите са в равновесие. Нагряването продължава, докато водата се изпари напълно. След това се извършва адиабатен процес, при който налягането пада от p до $p - \Delta p$, като $\frac{\Delta p}{p} \ll 1$. Цикълът се затваря с още един изотермен и един адиабатен процес.

а) Начертайте на pV -диаграма графиката на този цикъл на Карно. [2 т.]

б) Получете съотношението

$$\frac{\Delta p}{\Delta T} = \frac{\lambda}{T(v_g - v_l)},$$

където λ е специфичната топлина на кипене на водата, а v_g и v_l са специфичните обемни съответно на парите и течността. (Специфичен обем се дефинира чрез равенството $v = \frac{V}{m}$, където V е обемът на съда, а m – масата на веществото.) [5 т.]

в) Намерете налягането на водните пари, когато те се намират в равновесие с вода при температура $t = 103^\circ\text{C}$. Разглеждайте парите като идеален газ. [5 т.]

г) Оценете температурата на варене в тенджерата под налягане, ако диаметърът на предпазния клапан е $d = 5\text{ mm}$, а тежестта, покриваща клапана, има маса $m = 60\text{ g}$. [3 т.]

Числени стойности

Специфична топлина на кипене на водата $\lambda = 2,26 \frac{\text{MJ}}{\text{kg}}$

Атмосферно налягане $p_0 = 1\text{ atm} = 1 \cdot 10^5\text{ Pa}$

Универсална газова константа $R = 8,3 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$

Земно ускорение $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Молярна маса на водата $\mu = 18 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$

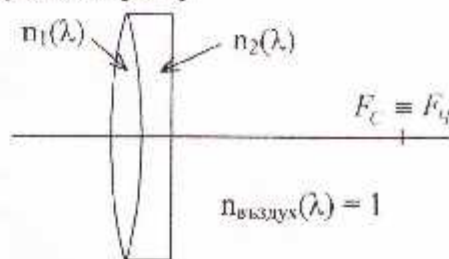


Задача 3. Хроматична аберация и обектив-ахромат.

а) Получете формула за фокусното разстояние f на двойноизпъкнала леща с радиуси на сферичните повърхности съответно R_1 и R_2 в среда с показател на пречупване n_0 [4 т.]. Показателят на пречупване на материала, от който е направена лещата, е $n > n_0$. Използвайте т.нар. "параксиално приближение за тънка леща", т.е. лъчите винаги сключват с оптичната ос на лещата много малки ъгли, пресичат лещата на разстояние от оптичната ос $x \ll R_1, R_2$ и при преминаването си през лещата лъчът остава на практика на едно и също разстояние x от оптичната ос. Приемете, че за малките ъгли е изпълнено $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \alpha$.

б) Във видимата област показателят на пречупване на всички прозрачни среди намалява с увеличаването на дължината на вълната на светлината. Нека върху симетрична ($R_1 = R_2$) двойноизпъкнала леща с диаметър D , намираща се във въздух (с показател на пречупване $n_v = 1$), падат успоредно на оптичната ос успоредни син и червен монохроматични снопове светлина като я осветяват изцяло. За тези светлинни вълни показателите на пречупване на лещата са съответно n_c и n_q . Ако поставим екран във фокуса на лещата за червената светлина, ще установим че образът на синята светлина не е точка, а кръгче с диаметър d . Този недостатък се нарича хроматична аберация на лещата. Получете формула за d [3 т.].

в) За да се направят обективи с минимална хроматична аберация, се използват системи от лещи, направени от различни материали. Нека разполагаме с обектив, съставен от две лещи, както е показано на фигурата вдясно. Лявата леща е симетрична двойноизпъкнала, а дясната – плосковдлъбната. Сферичните повърхности на лещите имат еднакви радиуси на кривина R .



Изисква се този обектив (системата от двете лещи, работеща като събирателна леща) да има равни фокусни разстояния за синя светлина с дължина на вълната λ_c и за червена светлина с дължина на вълната λ_q . Такъв обектив се нарича ахромат. Намерете връзка между показателите на пречупване n_{1c}, n_{1q}, n_{2c} и n_{2q} , при което горното изискване е изпълнено, като използвате същото приближение като в полусловие а) [4 т.].

г) Зависимостта на показателя на пречупване за прозрачни вещества във видимата област се описва приближено с формулата на Коши: $n(\lambda) = A + B/\lambda^2$, където A и B са характерни за веществото константи. Ако имате на

Материал	A	$B(\mu\text{m}^2)$
Топен кварц	1.4580	0.00354
Боросиликатно стъкло BK7	1.5046	0.00420
Стъкло "Твърд крон" K5	1.5220	0.00459
Стъкло "Бариев крон" BaK4	1.5690	0.00531
Стъкло "Барисв флинт" BaF10	1.6700	0.00743
Стъкло "Тежък флинт" SF10	1.7280	0.01342

разположение дадените в таблицата вдясно материали и искате обективът да има максимално близки фокусни разстояния за синя светлина с дължина на вълната $\lambda_c = 450 \text{ nm}$ и за червена светлина с дължина на вълната $\lambda_q = 650 \text{ nm}$, кой материал бихте използвали за лявата и кой - за дясната леща? [4 т.]



Задача 4. Разпадане на π^0 мезон

Пи-нула мезоните (π^0) са нестабилни частици, които са открити през 1950 г. на циклотрона в Беркли (САЩ) при бомбардиране на мишени с бързи протони. Пи-нула мезоните имат изключително кратко време на живот ($8,4 \cdot 10^{-17}$ s) и се разпадат.

Пи-нула мезон, чиято кинетична енергия е равна на енергията на покой на π^0 мезона, се разпада в движение на два гама-кванта. Определете:

- а) енергията на покой E_0 на π^0 мезона и я изразете в мегаелектронволтове (MeV); [1 т]
- б) пълната релативистка енергия E на π^0 мезона; [1 т]
- в) дължината на вълната на Дьо Бройл на π^0 мезона; [2 т]
- г) минималния възможен ъгъл между посоките, в които се движат двата γ -кванта; [7 т]
- д) енергиите E_1 и E_2 (в MeV) на двата γ -кванта, когато ъгълът между посоките, в които те се движат, е възможно най-голям. [4 т]

Данин: маса на покой на π^0 мезона $m = 2,40 \cdot 10^{-28}$ kg; скорост на светлината във вакуум $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s; елементарен електричен заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ C; константа на Планк $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s.

Ползна формула: $p = \frac{1}{c} \sqrt{E^2 - E_0^2}$ – импулс на частица с пълна релативистка енергия E и енергия на покой E_0 .