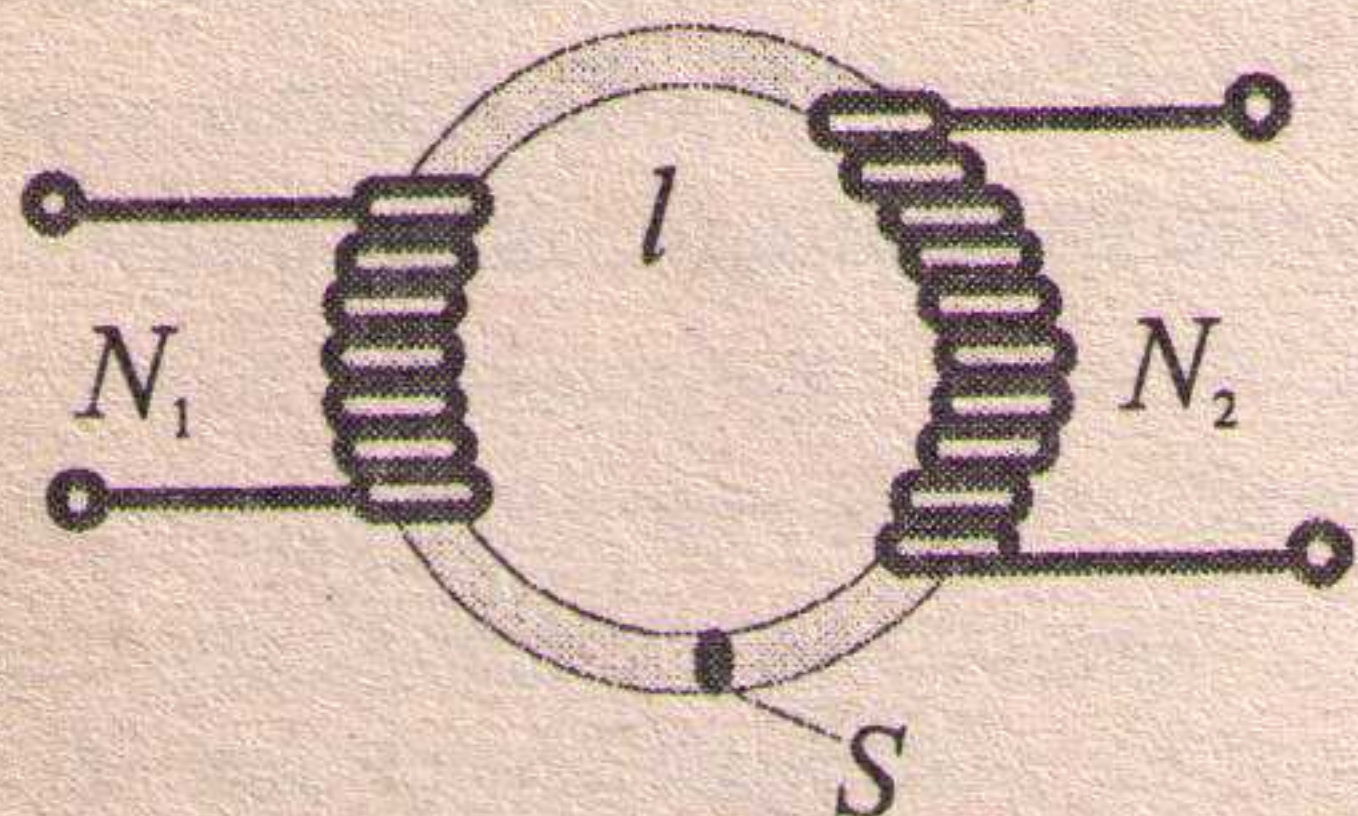


мотките на трансформатора, е $I_{\max} = 5 \text{ A}$. Вторичната намотка е свързана накъсо. Какво минимално съпротивление R трябва да се свърже последователно на първичната намотка така, че тя да не изгори? Каква е ефективната стойност на тока, който протича при това през вторичната намотка.



Фиг. 2

Задача 3.

а) Съд е пълен с хелий при температура $T = 300 \text{ K}$. В съда е пробит отвор с площ $S = 1 \text{ mm}^2$. Какво трябва да бъде налягането на газа в съда така, че дебитът на газа, който изтича през отвора, да бъде $\omega = 1 \text{ g/h}$? Приемете, че газът изтича във вакуум и налягането на хелия в съда не се променя съществено по време на изтичането.

б) Диск с радиус $r = 1 \text{ cm}$ се движи в хелий, перпендикулярно на своята повърхност със скорост $u = 10 \text{ m/s}$. Температурата на хелия е $T = 300 \text{ K}$, а налягането му $p = 1 \text{ kPa}$. Намерете силата на съпротивление, която действа на диска.

Данни:

Универсална газова константа

 $R = 8,3 \text{ J/(mol.K)}$.Моларна маса на хелия $\mu = 4,0 \text{ g/mol}$.

Задача 4. Един от елементарните носители на слабото взаимодействие е т. нар. Z^0 -бозон. Той е тежка, електрически неутрална частица с маса в покой, която е около 100 пъти по-голяма от масата в покой на протона. Z^0 -бозони могат да се получат при удар между електрони и позитрони с висока енергия:



а) Каква кинетична енергия трябва да има електрон така, че след удар с неподвижен позитрон да възникне Z^0 -бозон?

б) За да се намали енергията, необходима за осъществяване на реакцията, се използват т. нар. ускорители — колайдери. В колайдера един срещу друг се движат два снопа частици с еднакви енергии — електрони и позитрони. Каква е необходимата кинетична енергия на електроните в този случай, за да се наблюдава раждане на Z^0 -бозон.

в) Експериментите по регистриране на Z^0 -бозон са осъществени за пръв път в колайдера на ЦЕРН с обиколка на кръговата орбита на електроните и позитроните 27 km . Определете индукцията на магнитното поле, което е необходимо за удържане на заредените частици върху тази орбита.

Данни:

Маса в покой на електрона

 $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.Маса в покой на Z^0 -бозона $m_Z = 1,6 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$;

Скорост на светлината във вакуум

 $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Елементарен електричен заряд

 $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ

Задача 1.

а) В положение на равновесие силата на тежестта, която действа на топчето, се уравновесява с еластичната сила на пружината: $mg = k(l - l_0)$, където l е дъл-

жината на разтегнатата пружина. Оттук определяме

$$(1) \quad l = l_0 + \frac{mg}{k}.$$

Когато отклоним топчето от равновесно положение, то участва едновременно в две независими движения:

— Люлеене, подобно на математично махало, с период

$$(2) \quad T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g} + \frac{m}{k}}.$$

— Вертикално трептене, подобно на пружинно махало, с период

$$(3) \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

В продължение на една пълна обиколка на осмортата топчето преминава веднъж през крайно ляво положение и веднъж — през крайно дясно положение, т.е. периодът на люлеене е равен на периода на обикаляне по траекторията. За същото време топчето преминава два пъти през крайно горно положение и два пъти — през крайно долно положение. Следователно периодът на вертикално трептене е два пъти по-малък от периода на люлеене: $T_2 = T_1/2$. Като използваме уравнения (2) и (3), получаваме

$$m = \frac{kl_0}{3g}.$$

б) При деформация Δl на пружина с равновесна дължина l и напречно сечение S възниква еластична сила

$$(4) \quad F = ES \frac{\Delta l}{l},$$

където E е модулът на Юнг на материала, от който е изработена пружината. Следователно коефициентът на еластичност на пружината зависи от нейните размери по формулата

$$(5) \quad k = E \frac{S}{l}.$$

Масата на окаченото топче е $m = \rho V$, където ρ е плътността на материала, от който е изработено топчето, а V е обе-

мът на топчето. Следователно честотата на трептене на пружинното махало се дава с формулата

$$(6) \quad \nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ES}{\rho V l}}.$$

При N -кратно намаляване на всички линейни размери получаваме махало копие със следните параметри: $l' = l/N$, $S' = S/N^2$, $V' = V/N^3$. Тъй като копието е направено от същите материали, следва че

$$(7) \quad \nu' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E(S/N^2)}{\rho(l/N)(V/N^3)}} = N\nu.$$

в) Близо до брега се наслагват падащите и отразените от брега вълни. В резултат на това се образува стояща вълна. В максимумите на стоящата вълна водата се движи с максимална амплитуда и скорост, в резултат на което дъното се подкопава. Песчинките се натрупват на местата, където се образуват възли на стоящата вълна (т.е. водата е почти неподвижна). По този начин по дъното се образуват редуващи се през равни разстояния малки падини и възвишения.

Задача 2.

а) Коефициентът на трансформация е $k = N_2/N_1$. Следователно ефективната стойност на напрежението между краищата на вторичната намотка е

$$(1) \quad U_2 = kU_1 = \frac{N_2 U_1}{N_1} = 10\,000 \text{ V}.$$

б) Магнитният поток през напречното сечение на сърцевината се мени по закона

$$(2) \quad \Phi(t) = B_m S \sin(2\pi \nu t),$$

където B_m е амплитудата на променливото магнитно поле. По закона на Фарадей във всяка навивка на първичната (или вторичната) намотка се индуцира про-

152

менливо ЕДН:

$$(3) \quad u(t) = -\Phi(t)' = -2\pi\nu B_m S \cos(2\pi t).$$

Пълното ЕДН, индуцирано в първичната намотка, е $u_1(t) = N_1 u(t)$. Оттук следва, че амплитудата на индуцираното напрежение е $U_{1m} = N_1 2\pi\nu B_m S$. Тъй като ефективната стойност на величина, която се променя по хармоничен закон, е пропорционална на амплитудата с кое-

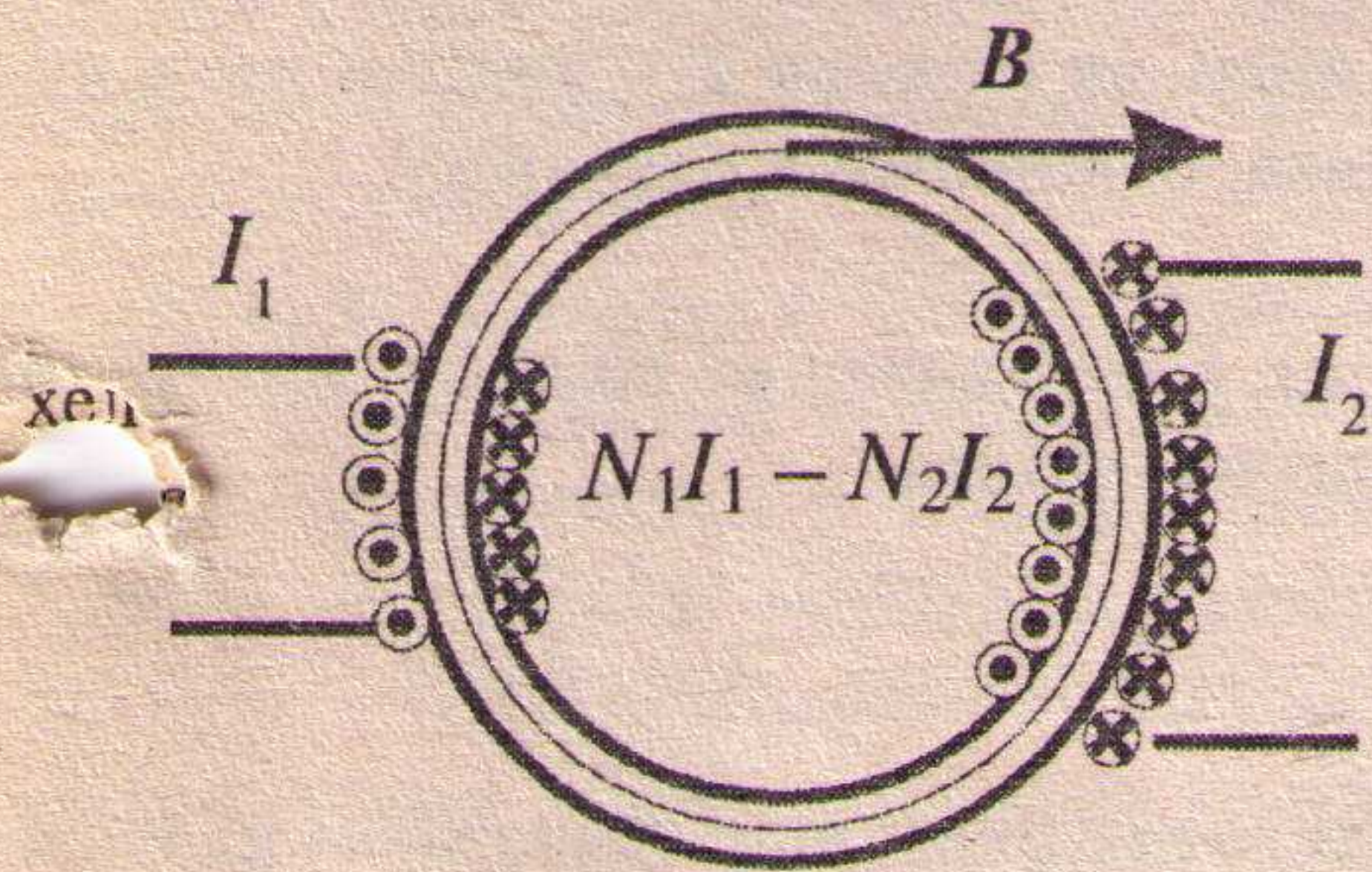
фициент $\frac{1}{\sqrt{2}}$, ефективната стойност на магнитната индукция е

$$(4) \quad B = \frac{U_1}{2\pi\nu N_1 S} \approx 0,318 \text{ T}.$$

в) Циркулацията на магнитната индукция по дължината на сърцевината е Bl . Според закона на Ампер

$$(5) \quad Bl = \mu_r \mu_0 I,$$

където I е пълният ток, който пронизва повърхността, затворена от сърцевината.



Фиг. 2

От фиг. 2 следва, че $I = N_1 I_1 - N_2 I_2$, където I_1 и I_2 са токовете, които текат през двете намотки. Тъй като втората намотка е отворена, $I_2 = 0$. Следователно

$$(6) \quad I_1 = \frac{Bl}{N_1 \mu_r \mu_0} \approx 0,051 \text{ A}.$$

г) От закона на Ом следва, че когато

вторичната намотка е свързана накъсо, пълното ЕДН в намотката е равно на нула. Това означава, че индукцията на магнитното поле в сърцевината е равна на нула. От закона на Ампер (5) следва, че тогава

$$(7) \quad I = N_1 I_1 - N_2 I_2 = 0.$$

Тъй като индуцираното напрежение в първичната намотка също е равно на нула, следва, че между намотката и източника на напрежение трябва да бъде свързано допълнително съпротивление

$$(8) \quad R = \frac{U_1}{I_1} = \frac{U_1}{I_{\max}} = 200 \Omega.$$

От съотношението (7) определяме тока през вторичната намотка:

$$(9) \quad I_2 = \frac{N_1 I_1}{N_2} = 0,5 \text{ A}.$$

Задача 3.

а) Нека броят на молекулите, които преминават през отвора за 1 s, е N . Това са частиците, които се намират в цилиндър с обем $V = \nu S$ и имат скорост $v = (3kT/m)^{1/2}$, насочена перпендикулярно на отвора. Тогава $N = (1/6)n\nu S$, където n е концентрацията на частиците. Следователно

$$(1) \quad w = Nm = \frac{1}{6} n \nu S m,$$

където m е масата на хелиевия атом. Като отчетем, че $m = \mu/N_A$, $p = nkT$ и $k = R/N_A$, намираме

$$(2) \quad p = \frac{2w}{S} \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} \approx 760 \text{ Pa},$$

където R е универсалната газова константа, а μ — моларната маса на хелия.

б) Нека приемем, че всички атоми се движат със скорост $v = (3kT/m)^{1/2}$. След удар в диска, атомите отскачат със скорост $v + 2u$ от предната страна и скорост $v - 2u$ от задната страна на диска (маса-

94

та на диска е много по-голяма от масата на молекулите). Средно един атом променя кинетичната си енергия при удар в диска с

$$(3) \Delta \epsilon = \frac{1}{2} m \left\{ \frac{1}{2} [(v+2u)^2 + (v-2u)^2] - v^2 \right\} = 2mu^2.$$

Тъй като $u \ll v$, за време Δt в диска ще се ударят $(1/3)nv\pi r^2 \Delta t$ атома и дискът ще загуби кинетична енергия

$$(4) \Delta E = 2mu^2 \frac{1}{3} nv\pi r^2 \Delta t.$$

Изменението на кинетичната енергия на диска е равна на работата на съпротивителната сила F

$$(5) |A| = Fu\Delta t = \frac{2}{3} mu^2 nv\pi r^2 \Delta t.$$

Окончателно за съпротивителната сила получаваме

$$(6) F = 2up \sqrt{\frac{\mu}{3RT}} \pi r^2 \approx 4,6 \text{ mN}.$$

Задача 4.

а) При раждането на Z-бозона трябва да са изпълнени законът за запазване на енергията и законът за запазване на импулса

$$(1) \begin{aligned} p_e &= p_Z, \\ E_e + m_e c^2 &= E_Z. \end{aligned}$$

Като отчетем релятивистката връзка между енергия и импулс

$$(2) E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

и заместим в системата уравнения (1), за пълната енергия на електрона намираме

$$(3) E_e = \left(\frac{m_Z^2}{2m_e} - m_e \right) c^2.$$

Тогава кинетичната енергия на електрона ще бъде

$$(4) T = E_e - m_e c^2 = \left(\frac{m_Z^2}{2m_e} - 2m_e \right) c^2 \approx 8 \cdot 10^{15} \text{ eV}.$$

Обърнете внимание, че реакцията се осъществява при точно определена стойност на енергията на електрона, т.е. това е т. нар. резонансна реакция!

б) При движението на двата снопа един срещу друг пълният импулс е нула и енергията на позитрона е равна на енергията на електрона. След удара Z-бозонът е неподвижен и следователно

$$(5) 2E_e = m_Z c^2.$$

Тогава кинетичната енергия на електроните ще бъде

$$(6) T = E_e - m_e c^2 = \left(\frac{m_Z}{2} - m_e \right) c^2 \approx 4,5 \cdot 10^{10} \text{ eV}.$$

Вижда се, че необходимата кинетична енергия е около сто хиляди пъти по-малка, отколкото в случая а)!

в) При движение на електроните по кръгова орбита

$$(7) m \frac{v^2}{r} = evB,$$

където m е релятивистката маса на електрона. Като отчетем, че импулсът на електрона е $p = mv \approx T/c$, а така също $r = l/2\pi$, за индукцията B на магнитното поле намираме от (7)

$$(8) B = \frac{p}{er} = \frac{2\pi T}{ecl} = \frac{2\pi T(\text{eV})}{cl} \approx 35 \text{ mT}.$$