

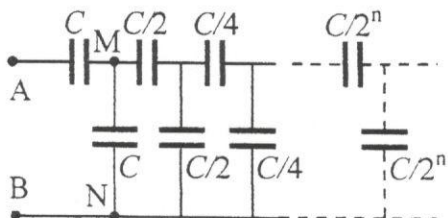
МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национална олимпиада по физика, Областен кръг, 22 март 2008 г.
Тема за 10 – 12 клас

Задача 1. Трупче върху наклонена равнина

В основата на наклонена равнина с ъгъл на наклона $\alpha = 30^\circ$ се намира малко трупче с маса $m = 3 \text{ kg}$. На трупчето е придадена начална скорост $v_0 = 4 \text{ m/s}$ нагоре по равнината, при което то се отдалечава на максимално разстояние $L = 1,2 \text{ m}$ от точката на тръгване, и после се връща обратно.

- Колко е големината на силата на триене f , която действа на трупчето? [4,5 т.]
- С каква скорост v_1 се връща трупчето в точката на тръгване? [3,5 т.]
- Колко време t след тръгването трупчето се връща в началната точка? [2 т.]

Задача 2. Крайна и безкрайна верига от кондензатори



- На фигурата е дадена верига от кондензатори. Колко е капацитетът C_{AB} между точките А и В, ако във веригата участват само първите шест кондензатора. Отговорът да съдържа 4 значещи цифри. [3 т.]
- Колко ще е капацитетът C_{MN} на безкрайната верига (изразен чрез C_{AB}), ако от нея премахнем първите два кондензатора (със стойност C) [3 т.]
- Изчислете капацитетът $C_{AB} = f(C)$ между точките А и В, ако във веригата участват безкраен брой кондензатори. Отговорът да съдържа 4 значещи цифри. [4 т.]

Задача 3. Двулъчева интерференция

Успореден сноп монохроматична светлина с дължина на вълната $\lambda = 500 \text{ nm}$ пада перпендикулярно върху преграда, на която има направени два много тънки успоредни процепа. Разстоянието между процепите е $d = 2,5 \text{ mm}$. Зад преградата на разстояние $L = 5 \text{ m}$ е разположен екран, върху който се наблюдава интерференчна картина.

- опишете как ще изглежда интерференчната картина – форма на максимумите и минимумите и тяхната ориентация спрямо процепите [1 т.]
 - Нека централният максимум на интерференчната картина има номер нула. Получете приближена формула за разстоянието между k -тия и нулевия максимуми (k е малко цяло число). Използвайте приближението $\sqrt{1+y} \approx 1 + \frac{y}{2}$ (ако $|y| \ll 1$) [5 т.]
 - Получете приближена формула за разстоянието Δx между два съседни максимуми. [1 т.] Изчислете Δx като използвате зададените стойности на λ , L и d [1 т.]
 - Ако експеримента се извърши под вода (показателят на пречупване на водата е $n = \frac{4}{3}$), колко ще е в този случай разстоянието $\Delta x_{\text{вода}}$ между два съседни максимуми. [1 т.]
- Какви ще бъдат на цвят максимумите върху екрана във водата. [1 т.]

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Национална олимпиада по физика, Областен кръг, 22 март 2008 г.
Решения на темата за 10 – 12 клас

Задача 1. Трупче върху наклонена равнина

а) Трупчето се изкачва на максимална височина:

$$h = L \sin \alpha.$$

0,5 точки

При достигане на максималната височина скоростта на трупчето е:

$$v = 0.$$

0,5 точки

Механичната енергия на трупчето в момента на тръгване е:

$$E_1 = \frac{mv_0^2}{2},$$

0,5 точки

а в момента на спиране:

$$E_2 = mgL \sin \alpha$$

0,5 точки

Промяната на механичната енергия е равна на работата на силата на триене:

$$E_2 - E_1 = -fL,$$

1 точка

откъдето намираме:

$$f = \frac{mv_0^2}{2L} - mg \sin \alpha$$

1 точка

$$f = 5 \text{ N.}$$

0,5 точки

б) В момента, когато трупчето се връща в начално си положение, то има пълна енергия:

$$E_3 = \frac{mv_1^2}{2}.$$

0,5 точки

От тръгването до връщането в началното положение силата на триене извършва работа:

$$A = -f(2L) = 2mgL \sin \alpha - mv_0^2$$

1 точка

За промяната на механичната енергия е изпълнено:

$$E_3 - E_1 = A,$$

0,5 точки

откъдето получаваме:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = 2mgL \sin \alpha - mv_0^2$$

или

$$v_1 = \sqrt{4gL \sin \alpha - v_0^2}$$

1 точка

$$v_1 \approx 2,8 \text{ m/s.}$$

0,5 точки

в) При изкачване трупчето се движи равнозакъснително. Следователно, ускорението на трупчето при изкачване е:

$$a_1 = \frac{v_0^2}{2L}.$$

От закона за скоростта при равнозакъснително движение следва, че времето за издигане е:

$$t_1 = \frac{v_0}{a_1} = \frac{2L}{v_0}.$$

0,5 точки

Аналогично, ускорението при спускане е:

$$a_2 = \frac{v_1^2}{2L},$$

а времето за спускане:

810082

432

$$t_2 = \frac{v_1}{a_2} = \frac{2L}{v_1}$$

0,5 точки

Следователно общото време за движение е:

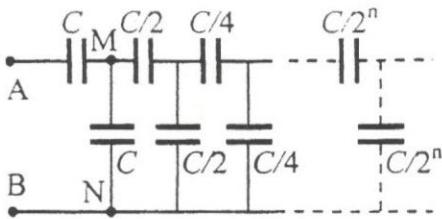
$$t = t_1 + t_2 = \frac{2L}{v_0} + \frac{2L}{v_1}$$

0,5 точки

$$t \approx 1,46 \text{ s.}$$

0,5 точки

Задача 2. Крайна и безкрайна верига от кондензатори



а) Капацитетът C_{AB6} между точките А и В, ако във веригата участват само първите шест кондензатора, се намира като последователно се намира еквивалентния капацитет на двойки кондензатори, започвайки отлясно на фигурата. Еквивалентният капацитет на двойката последователно свързани кондензатори с капацитети $C/4$ и $C/8$ [0.5 т.]. Еквивалентният капацитет на двойката успоредно свързани кондензатори с капацитети $C/2$ и $C/8$ е $\frac{5}{8}C$ [0.5 т.]. Еквивалентният капацитет на двойката последователно свързани кондензатори с капацитет $C/2$ и $\frac{5}{8}C$ е $\frac{5}{18}C$ [0.5 т.]. Еквивалентният капацитет на двойката успоредно свързани кондензатори с капацитети C и $\frac{5}{18}C$ е $\frac{23}{18}C$ [0.5 т.]. И накрая еквивалентният капацитет на двойката последователно свързани кондензатори с капацитети C и $\frac{23}{18}C$ (т.е.

C_{AB6}) е $\frac{23}{41}C$ [0.5 т.]. Записан като десетична дроб с 4 значещи цифри $C_{AB6} = 0.5610C$ [0.5 т.].

б) когато от безкрайната верига се махнат първите два кондензатора (със стойност C), то се получава същата безкрайна верига, в която обаче навсякъде C е заменен с $C/2$ [2 т.].

Следователно $C_{MN} = C_{AB}/2$ [1 т.].

в) капацитетът $C_{AB} = f(C)$ между точките А и В, ако във веригата участват безкраен брой кондензатори, може да се изчисли, ако цялата "опашка" на веригата (без първите два

кондензатора) се замени с еквивалентния капацитет C_{MN} . Тогава $C_{AB} = \frac{C(C + C_{MN})}{C + (C + C_{MN})}$ [1 т.].

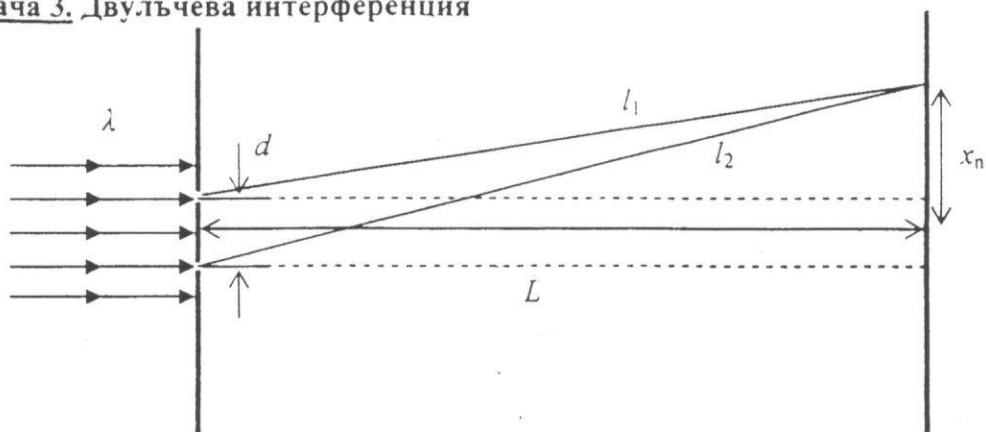
Използвайки резултатите от подусловие б), това уравнение се свежда до

$kC = \frac{C(C + kC/2)}{C + (C + kC/2)}$ [1 т.]. След опростяване се получава квадратно уравнение за k :

$k^2 + 3k - 2 = 0$ [0.5 т.]. Положителният корен на това уравнение е $k = \frac{\sqrt{17} - 3}{2}$ [0.5 т.]. Записан

като десетична дроб с 4 значещи цифри $C_{AB} = 0.5616C$ [1 т.].

Задача 3. Двулъчева интерференция



а) интерференчната картина ще се състои от редуващи се максимуми и минимуми с форма на прави линии, успоредни на процепите. [1 т.]

б) условието за наблюдение на k -тия максимум е $l_2 - l_1 = k\lambda$ [1 т.]. l_1 и l_2 се получават от чертежа, съответно $l_1 = \sqrt{L^2 + (x_k - d/2)^2}$ [0.5т.] $= L\sqrt{1 + \frac{(x_k - d/2)^2}{L^2}} \approx L(1 + \frac{(x_k - d/2)^2}{2L^2})$ [0.5т.] и $l_2 = \sqrt{L^2 + (x_k + d/2)^2}$ [0.5т.] $= L\sqrt{1 + \frac{(x_k + d/2)^2}{L^2}} \approx L(1 + \frac{(x_k + d/2)^2}{2L^2})$ [0.5т.].

Следователно $l_2 - l_1 \approx L(1 + \frac{(x_k + d/2)^2}{2L^2}) - L(1 + \frac{(x_k - d/2)^2}{2L^2}) = \frac{x_k d}{L}$ [1 т.]. Така за положението на k -тия максимум се получава $x_k = \frac{k\lambda L}{d}$ [1 т.]

в) тъй като $x_k = \frac{k\lambda L}{d}$, а $x_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda L}{d}$, то $\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda L}{d}$ [1т.]. Използвайки зададените стойности на λ , L и d , $\Delta x = \frac{500 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 5 \text{ m}}{2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1 \text{ mm}$ [1т.]

г) във вода се променя дължината на вълната на светлината: $\lambda_{\text{вода}} = \frac{\lambda}{n}$. Следователно $\Delta x = \frac{\lambda_{\text{вода}} L}{d} = \frac{\lambda L}{nd} = 0,75 \text{ mm}$ [1 т.]. Цветът на светлината преминаваща през различни среди не се променя, така че максимумите ще бъдат синьо-зелени [1 т.]