

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

Олимпиада по физика

Областен кръг, 26 март 2006 г.

Решения на задачите за 8. клас

Задача 1.

а) Законите за пътя при равнозака̀снително движение записани за първото и второто тяло са

$$s_1 = v_1 \cdot t - a_1 \cdot t^2 / 2 \quad [1 \text{ точ.}] \quad \text{и} \quad s_2 = v_2 \cdot t - a_2 \cdot t^2 / 2 \quad [1 \text{ точ.}]$$

телата ще се срещнат когато $s_1 + s_2 = s_0$, [1 точ.] т.е.

$$s_0 = (v_1 + v_2) \cdot t - (a_1 + a_2) \cdot t^2 / 2, \text{ което е квадратно уравнение за времето}$$
$$(a_1 + a_2) \cdot t^2 - 2 \cdot (v_1 + v_2) \cdot t + 2 \cdot s_0 = 0 \quad [1 \text{ точ.}]$$

I. За тези които могат да решават квадратно уравнение решенията са

$$t_{1,2} = \{ 2 \cdot (v_1 + v_2) \pm \sqrt{4 \cdot (v_1 + v_2)^2 - 8 \cdot (a_1 + a_2) \cdot s_0} \} / [2 \cdot (a_1 + a_2)]$$

II. За тези които могат да разлагат на множители решението е

$$5 \cdot t^2 - 50 \cdot t + 80 = 0; \quad t^2 - 10 \cdot t + 16 = 0; \quad (t-2) \cdot (t-8) = 0$$

По-малкият корен (-) отговаря на първата среща и ако телата не претърпят удар при нея – имаме и втора среща в момент от време корена със знак +.

$$t_1 = 2 \text{ s} \quad \text{и} \quad t_2 = 8 \text{ s}. \quad [2 \text{ точ. по една за формулите от I или II и една за крайния резултат}]$$

б) Местото на срещата определяме от

$$s_1 = v_1 \cdot t - a_1 \cdot t^2 / 2 = 20 - 4 = 16 \text{ m} \text{ от началното положение на първото тяло или } [1 \text{ точ.}]$$

$$s_2 = v_2 \cdot t - a_2 \cdot t^2 / 2 = 30 - 6 = 24 \text{ m} \text{ от началното положение на второто тяло } [1 \text{ точ.}]$$

и е едно и също при първата и втората среща.

в) За да е възможна среща е необходимо: (оценява се или I или II)

I. Дискриминантата на квадратното уравнение да бъде положителна

$$4 \cdot (v_1 + v_2)^2 - 8 \cdot (a_1 + a_2) \cdot s_0 > 0 \quad [1 \text{ точ.}]$$

II. Разглежданията ще направим в координатна система, свързана с първото тяло. Спрямо него второто тяло се движи равнозака̀снително със скорост $v_1 + v_2$ в началния момент от време и ускорение $a_1 + a_2$. Среща на телата ще има, ако разстоянието на което скоростта на второто тяло стане нула е по-малко от началното разстояние между тях: [1 точ.]

$$\text{От I или II получаваме } s_0 < (v_1 + v_2)^2 / 2 \cdot (a_1 + a_2); \quad s_0 < 62,5 \text{ m} \quad [1 \text{ точ.}]$$

Задача 2.

а) Тъй като силите на триене винаги действат в посока, обратна на движението, уравнението за движение при наличието на външна сила ще бъде:

$$F - f_1 - f_2 = (m_1 + m_2) \cdot a \quad [1 \text{ точ.}] \quad \text{или} \quad a = (F - f_1 - f_2) / (m_1 + m_2); \quad a = 8 \text{ m/s}^2 \quad [1 \text{ точ.}]$$

б) Ако телата не бяха едно зад друго, а едно до друго, ускоренията им щяха да бъдат

$$a_1 = f_1 / m_1 = 1 \frac{1}{2} \text{ m/s}^2 \quad [1 \text{ точ.}] \quad \text{и} \quad a_2 = f_2 / m_2 = 2 \frac{1}{3} \text{ m/s}^2 \quad [1 \text{ точ.}] \quad - \text{ и двете ускорения ще са насочени срещу движението. Второто тяло ще спира по бързо, ако се движи независимо от}$$

първото. Това ще бъдат ускоренията при условие, че първото тяло е пред второто по посока на движението. [1 точ.]

Ако второто тяло предхожда първото по посока на движението, те ще се движат като едно цяло с ускорение

$$a_{1+2} = (f_1 + f_2) / (m_1 + m_2) \quad \text{или} \quad a_{1+2} = 2 \text{ m/s}^2 \quad [1 \text{ точ.}]$$

в) Пътищата до окончателното спиране на телата пресмятаме по $s = v^2 / (2 \cdot a)$ [1 точ.]

$$s_1 = 21,3 \text{ m} \quad s_2 = 13,7 \text{ m} \quad s_{1+2} = 16 \text{ m} \quad [1 \text{ точ.}]$$

а работите на силите на триене по формулата $A = f \cdot s$ [1 точ.]

$$A_1 = 6,4 \text{ J} \quad A_2 = 9,6 \text{ J} \quad A_{1+2} = 16 \text{ J} \quad [1 \text{ точ.}]$$

Задача 3.

а) От уравненията за топлинния баланс получаваме

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t_3) + m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t_3) = m_0 \cdot c_0 \cdot (t_3 - t_0) \quad [1 \text{ точ.}]$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_2 - t_4) + m_2 \cdot c_2 \cdot (t_1 - t_4) = m_0 \cdot c_0 \cdot (t_4 - t_3) \quad [1 \text{ точ.}]$$

От първото уравнение изразяваме c_2 и заместваме във второто уравнение

$$c_2 = [m_0 \cdot c_0 \cdot (t_3 - t_0) - m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t_3)] / (m_2 \cdot (t_2 - t_3)) \quad [1 \text{ точ.}]$$

$$c_1 = m_0 \cdot c_0 \cdot [(t_4 - t_3) \cdot (t_2 - t_3) - (t_3 - t_0) \cdot (t_1 - t_4)] / m_1 \cdot [(t_2 - t_4) \cdot (t_2 - t_3) - (t_1 - t_3) \cdot (t_1 - t_4)] \quad [1 \text{ точ.}]$$

$$c_1 = 1156 \approx 1150 \text{ J/(kg.K)} \quad [1 \text{ точ.}]$$

аналогично получаваме резултат и за c_2

$$c_1 = [m_0 \cdot c_0 \cdot (t_4 - t_3) - m_2 \cdot c_2 \cdot (t_1 - t_4)] / (m_1 \cdot (t_2 - t_4)) \quad [1 \text{ точ.}]$$

$$c_2 = m_0 \cdot c_0 \cdot [(t_3 - t_0) \cdot (t_2 - t_4) - (t_4 - t_3) \cdot (t_1 - t_3)] / m_2 \cdot [(t_2 - t_3) \cdot (t_2 - t_4) - (t_1 - t_3) \cdot (t_1 - t_4)] \quad [1 \text{ точ.}]$$

$$c_2 = 430 \text{ J/(kg.K)} \quad [1 \text{ точ.}]$$

б) За да не се промени температурата на водата, то количеството топлина отдадено от първото тяло трябва да е равно на количеството топлина, погълнато от второто тяло

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t_0) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_0 - t_2) \quad [1 \text{ точ.}]$$

откъдето определяме t_0

$$t_0 = (m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 + m_2 \cdot c_2 \cdot t_2) / (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \quad ; \quad t_0 = 57,3^\circ \text{C} \quad [1 \text{ точ.}]$$