

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА

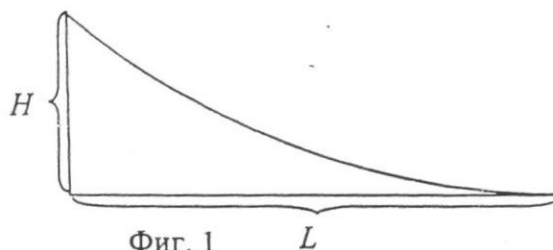
Олимпиада по физика

Областен кръг, 26 март 2006 г.

Тема за 10.–12. клас

Задача 1. Скиор.

Скиор с маса $m = 60 \text{ kg}$ се спуска с нулева начална скорост по писта с формата на дъга от окръжност (фиг. 1). В най-ниската си част пистата е хоризонтална. Разликата във височините между началото и края на пистата е $H = 20 \text{ m}$, а разстоянието между тях в хоризонтално направление – $L = 200 \text{ m}$.



Фиг. 1

Приемете, че земното ускорение е $g = 10 \text{ m/s}^2$. Ако пренебрегнете триенето между скиите и снега и съпротивлението на въздуха, пресметнете:

- а) скоростта, с която скиорът достига края на пистата; [2 т.]
- б) силата на натиск, която скиорът оказва върху снега в най-долната част от пистата; [3 т.]
- в) ускорението на скиора в момента на тръгването от най-горната точка. [3 т.]
- г). времето за спускане на скиора. [2 т.]

Упътване: Радиусът R на пистата е свързан с H и L чрез формулата:

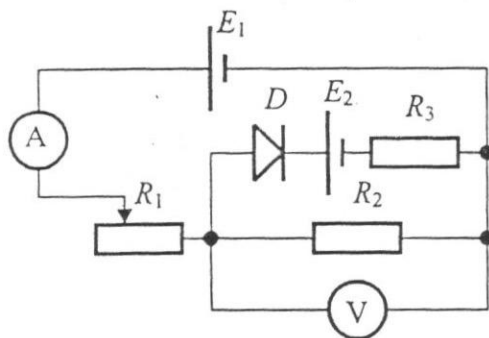
$$R = \frac{L^2 + H^2}{2H}$$

Задача 2. Схема с диод.

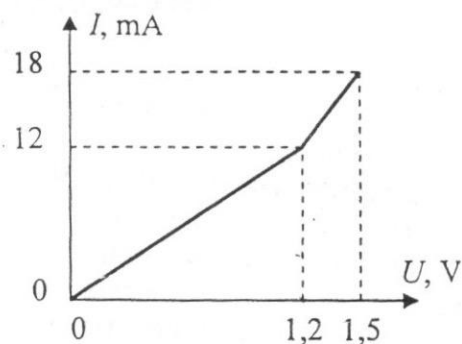
На фиг. 2.1 е дадена схема, съдържаща един диод D , два източника на напрежение (без вътрешно съпротивление) E_1 и E_2 , три съпротивления R_1 , R_2 и R_3 , и идеални волтметър V и амперметър A . Съпротивленията R_2 и R_3 са постоянни. Променяйки стойността на съпротивлението R_1 от ∞ до 0 и отчитайки показанията на волтметъра и амперметъра, е построена зависимостта на тока I , течащ през амперметъра, от напрежението U върху волтметъра. Тя е показана на фиг. 2.2. Използвайки тази фигура, намерете стойностите на:

- а) електродвижещото напрежение E_2 [1 т.]
- б) съпротивлението R_2 [3 т.]
- в) електродвижещото напрежение E_1 [2 т.]
- г) съпротивлението R_3 [4 т.]

Указание: Приемете, че когато диодът е запушен, той има безкрайно голямо съпротивление, а когато е отпушен – съпротивлението му е нула.



Фиг 2.1

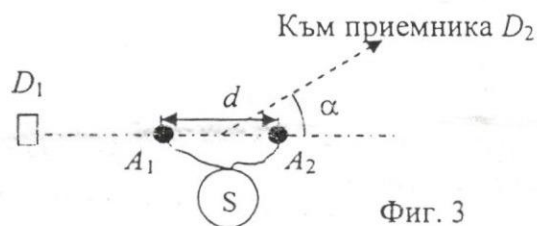


Фиг 2.2

Задача 3. Генератор и антени

а) Генераторът на електромагнитни трептения в радиостанция съдържа електрически трептящ кръг, който се състои от кондензатор с капацитет $C = 1,0 \text{ nF}$ и намотка с неизвестна индуктивност L . Пресметнете индуктивността на намотката, ако е известно, че радиостанцията излъчва електромагнитни вълни с дължина $\lambda = 1,0 \text{ m}$. [2 т.]

б) Генераторът S е свързан едновременно към две антени A_1 и A_2 чрез кабели с еднакви дължини (вж. фиг. 3). На какво най-малко разстояние d_1 трябва да бъдат поставени антените, така че приемникът D_1 , разположен върху правата A_1A_2 , да не може да регистрира тяхното излъчване. [2,5 т.]



Фиг. 3

в) Приемникът D_2 е поставен на разстояние $L = 1000 \text{ m}$ от средата на отсечката A_1A_2 в направление, което сключва ъгъл $\alpha = 30^\circ$ с правата A_1A_2 (вж. фиг. 3). На какво най-малко, ненулево разстояние d_2 трябва да бъдат поставени антените, така че приемникът да регистрира сигнал с максимален интензитет. [3 т.]

г) Антените са свързани към източника чрез кабели с различни дължини, такива че сигналът, който достига антената A_2 закъснява с $\Delta t = 4,0 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ спрямо сигнала, който достига антената A_1 . На какво най-малко разстояние d_3 трябва да бъдат поставени антените в този случай, така че приемникът D_1 да регистрира излъчване с максимален интензитет. [2,5 т.]

Скоростта на светлината във въкуум е $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Периодът на електромагнитните трептения в електрически трептящ кръг е $T = 2\pi\sqrt{LC}$.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
Олимпиада по физика, Областен кръг, 26 март 2006 г.
Примерни решения и указания за оценяване на
темата за 10.-12. клас

Приведените решения са примерни. При алтернативни решения, работата се оценява по критерии на комисията, като се съблюдават максималния брой точки по всяка задача и всяко подусловие.

Задача 1. Скиор

а) Понеже силите на триене и на съпротивление се пренебрегват, механичната енергия на скиора се запазва:

$$\frac{mv^2}{2} = mgH.$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gH}$$

$$\text{или } v = 20 \text{ m/s.}$$

б) В края на пистата скиорът има центrostремително ускорение, насочено вертикално:

$$a_c = \frac{v^2}{R},$$

където R е радиусът на пистата.

Това ускорение е резултат от действието на силата на тежестта G и силата на нормална реакция N на опората:

$$m \frac{v^2}{R} = N - mg.$$

Според III принцип на нютон силата на натиск P , която скиорът оказва върху снега, е равна по големина на силата на нормална реакция:

$$P = N = mg + m \frac{v^2}{R}.$$

Като заместим изразите за скоростта и за радиуса на кривината, намираме:

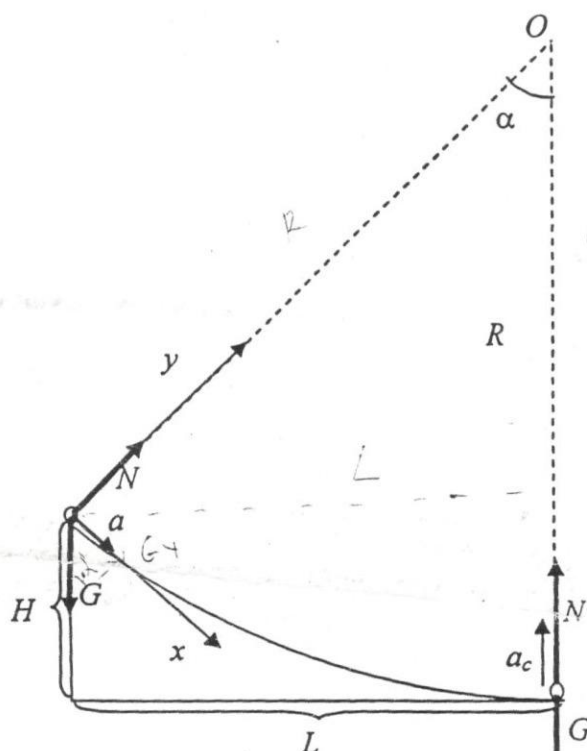
$$P = mg \left(1 + \frac{4H^2}{L^2 + H^2} \right)$$

$$\text{или } P \approx 624 \text{ N.}$$

в) В момента на тръгването скиорът има единствено тангенциално ускорение, насочено по допирателна към повърхността. Въвеждаме ос x по допирателната и ос y към центъра O на кривината. От II принцип на Нютон следва:

$$m\vec{a} = \vec{G} + \vec{N} \text{ или:}$$

$$\text{по } x: ma = mg \sin \alpha$$



по у: $N = mg \cos \alpha$, 1,5

където α е ъгълът, който сключва допирателната с хоризанта. От чертежа следва:

$$\sin \alpha = \frac{L}{R} = \frac{2LH}{L^2 + H^2}$$

$$\cos \alpha = \frac{R - H}{R} = \frac{L^2 - H^2}{L^2 + H^2}$$

Така, за ускорението намираме:

$$a = \frac{2LHg}{L^2 + H^2}$$

или $a \approx 1,98 \text{ m/s}^2$, 1,5

а за силата на натиск:

$$P = N = mg \frac{L^2 - H^2}{L^2 + H^2}$$

или $P \approx 588 \text{ N}$. 0,5

г) Движението на скиора по кръгова траектория с радиус R е еквивалентно на движението на математично махало с дължина $l = R$. Времето, за което скиорът изминава пистата съответства на $\frac{1}{4}$ от периода на трептене на махалото:

$$t = \frac{T}{4}$$

Понеже началният ъгъл на отклонение спрямо вертикалата е малък, можем да приложим формулата:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}$$

Като заместим с израза за R , намираме окончателно:

$$t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{L^2 + H^2}{2gH}}$$

или $t \approx 15,8 \text{ s}$. 0,5

Указания за оценяване на задача 1.

а) **Общо: 2 точки**

Правилно е записан законът за запазване на енергията: 1 т.

Получен е буквен израз за скоростта: 0,5 т.

Пресметната е числената стойност на скоростта: 0,5 т.

б) **Общо: 3 точки**

Нарисуван е чертеж с правилно означени посоки на силите 0,5 т.

Записан е израз за центростремителното ускорение: 0,5 т.

Правилно е записан II принцип на Нютон: 0,5 т.

Силата на натиск е изразена чрез III принцип на Нютон: 0,5 т.

Получен е буквен израз за силата на натиск: 0,5 т.

Числената стойност е пресметната с поне 2 верни значещи цифри след закръгляване: 0,5 т.

в) **Общо: 3 точки**

Законът на Нютон е записан правилно по компоненти: 1 т.

Получен е буквен израз за ускорението: 0,5 т.

Ускорението е пресметнато с 2 верни значещи цифри:	0,5 т.
Получен е буквен израз за силата на натиск:	0,5 т.
Силата на натиск е пресметната с поне 2 верни значещи цифри след закръгляване:	0,5 т.
г) Общо: 2 точки	
Използвана е аналогия с движението на мат. махало:	0,5 т.
Записан е правилен израз за периода на мат. махало:	0,5 т.
Получен е буквен израз за времето на спускане:	0,5 т.
Времето е пресметнато с поне 2 верни значещи цифри след закръгляване:	0,5 т.

Задача 2. Схема с диод.

Разглеждаме два случая – когато диодът е запушен и когато е отпушен:

А) когато е запушен – ток през D , E_2 и R_3 не тече. Ако означим тока, течащ през E_1 , A , R_1 и R_2 с I_1 , а напрежението, което мери волтметъра с U , то

$$I_1 = \frac{U}{R_2} \quad (2.1)$$

Тъй като диодът е запушен само когато $U < E_2$, то уравнение (2.1) описва отсечката от Фиг. 2.2 между точки (0,0) и (1,2V, 12mA). Следователно

$$E_2 = 1,2 \text{ V} \quad [1 \text{ т.}], \text{ V}$$

$$R_2 = \frac{\Delta U}{\Delta I_1} = \frac{1,2 \text{ V}}{12 \text{ mA}} = 100 \Omega \quad [3 \text{ т.}] \quad \checkmark$$



Б) когато диодът е отпушен, токът I_1 , течащ през E_1 , A и R_1 , се разклонява на два тока:

ток I_2 , течащ през R_2 , и ток I_3 , течащ през D , E_2 и R_3 . Следователно

$$I_1 = I_2 + I_3 = \frac{U}{R_2} + I_3 \quad (2.3)$$

Токът I_3 може да се изрази от втория закон на Кирхоф, приложен за контура, R_3 , E_2 , D , R_2 :

$$E_2 = U - I_3 \cdot R_3 \quad (2.4)$$

Замествайки I_3 от (2.4) в (2.3), се получава

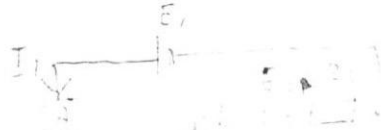
$$I_1 = \frac{U}{R_2} + \frac{U - E_2}{R_3} = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) U - \frac{E_2}{R_3} \quad (2.5)$$

Това е уравнение на права, която съдържа отсечката от Фиг.2.2 между точките (1,2V, 12mA) и (1,5V, 18mA). Тази права пресича ординатата (оста на тока I_1) в точка с координата $-\frac{E_2}{R_3}$, откъдето при вече известно E_2 , може да се намери R_3 . Тъй

като обаче графиката не позволява точното намиране на тази точка, R_3 може да се намери от наклона на този права:

$$\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{\Delta I_1}{\Delta U} \quad (2.6)$$

Използвайки фиг. 2.2 и получената вече стойност за R_2 , получаваме



$$\frac{1}{R_3} = \frac{\Delta I_1}{\Delta U} - \frac{1}{R_2} = \frac{6mA}{0.3V} - \frac{1}{100\Omega} = \frac{2}{100\Omega} - \frac{1}{100\Omega} = \frac{1}{100\Omega} \quad (2.7)$$

Следователно

$$R_3 = 100\Omega \quad [4 \text{ т.}]$$

Напрежението U върху волтметъра достига максимална стойност $U_{\max} = E_1$, когато съпротивлението R_1 стане нула. Следователно

$$E_1 = 1,5 \text{ V} \quad [2 \text{ т.}]$$

Задача 3. а) От формулата за периода изразяваме честотата на електромагнитните трептения:

$$\nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

От връзката $\lambda\nu = c$, получаваме:

$$\frac{\lambda}{2\pi\sqrt{LC}} = c, \quad 0,5$$

откъдето намираме:

$$L = \frac{1}{C} \left(\frac{\lambda}{2\pi c} \right)^2$$

$$\text{или } L \approx 2,8 \cdot 10^{-10} \text{ H.}$$

б) Разликата в пътищата, които изминават вълните, излъчени от двете антени до приемника, е:

$$s_2 - s_1 = d.$$

Приемникът няма да регистрира сигнал, ако двете вълни се гасят вследствие на интерференция. За целта, разликата в пътищата трябва да бъде:

$$d = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots) \quad \Delta = d = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$

Най-малкото разстояние между антените съответства на $k = 0$:

$$d_1 = \frac{\lambda}{2} = 0,5 \text{ m.}$$

в) Понеже приемникът е разположен на такова разстояние от антените, което значително превишава d , лъчите, достигащи приемника, са практически успоредни. От фигурата се вижда, че разликата в пътищата на двете вълни при това условие се дава с изрази:

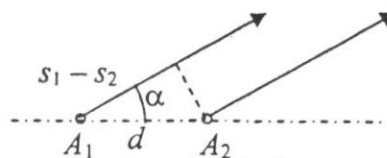
$$\Delta s = s_1 - s_2 = d \cos \alpha$$

От условието за интерференчен максимум:

$$d \cos \alpha = k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

намираме, че най-малкото ненулево разстояние съответства на $k = 1$. Следователно:

$$d_2 = \frac{\lambda}{\cos \alpha} \approx 1,15 \text{ m.}$$



г) В този случай закъснението на радиосигнала е такова, като че ли вълната, излъчена от A_2 е изминала допълнителен път:

$$s' = c\Delta t = 1,2 \text{ m.}$$

Следователно условието за максимален сигнал в приемника D_1 се записва като:

$$(s_2 + c\Delta t) - s_1 = k\lambda, \quad k = 2, 3, 4, \dots$$

откъдето

$$d = k\lambda - c\Delta t$$

Най-малката стойност на d съответства на $k = 2$. Следователно:

$$d_3 = 2\lambda - c\Delta t = 0,8 \text{ m.}$$

Указания за оценяване на задача 3.

а) Общо 2 точки

Използвана е връзката $\lambda v = c$ ($\lambda = cT$):

1 т.

Получен е буквен израз за L :

0,5 т.

Пресметната е числената стойност на L с поне две верни значещи цифри след закръгляване:

0,5 т.

(По последния елемент не се дават точки, ако не е записана размерността на L)

б) Общо 2,5 точки

Използвано е условие за интерференчен минимум:

1 т.

Правилно подбрана стойност на k и буквен израз за d_1 :

1 т.

Числена стойност за d_1 :

0,5 т.

в) Общо 3 точки

Разликата в пътищата е изразена чрез α :

1 т.

(Пълен брой точки по този елемент се дават и на учениците, които не са използвали приближението на успоредни лъчи, а са получили точен израз за разликата в пътищата: $s_1 - s_2 = \sqrt{L^2 + d^2/4 + Ld \cos \alpha} - \sqrt{L^2 + d^2/4 - Ld \cos \alpha}$).

Използвано е условие за интерференчен максимум:

1 т.

Получен е израз за d_2 :

0,5 т.

(Пълен брой точки по този елемент се дават и на учениците, които не са използвали приближението на успоредни лъчи, а са получили точния израз за

$$\text{разстоянието: } d_2 = \frac{\lambda \sqrt{(4L^2 \cos^2 \alpha - \lambda^2)(4L^2 - \lambda^2)}}{(4L^2 \cos^2 \alpha - \lambda^2)}.$$

Пресметната е числената стойност на d_2 с поне две верни значещи цифри след закръгляване:

0,5 т.

г) Общо 2,5 точки

Получен е израз за допълнителния път поради закъснението на втората вълна:

0,5 т.

Използвано е условие за интерференчен максимум:

0,5 т.

Подбрана е правилна стойност на k и е получен израз за d_3 :

1 т.

Пресметната е числената стойност на d_3 :

0,5 т.