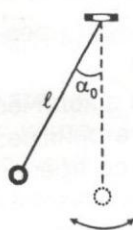


ТЕМА

за Областния кръг на олимпиадата по физика

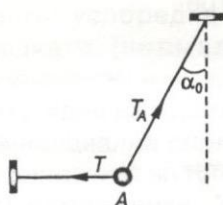
10. –12. клас, 27 март 2004 година

Задача 1. Част А. Тежко топче е окачено на безтегловна нишка с дължина $\ell = 1$ m и се люлее като махало (фиг.1). Определете скоростта v , с която топчето преминава през равновесното си положение, ако максималният ъгъл на отклонение на махалото е $\alpha_0 = 37^\circ$ ($\sin 37^\circ = 0,6$; $\cos 37^\circ = 0,8$). Приемете земното ускорение за $g = 10$ m/s². Съпротивлението на въздуха се пренебрегва.

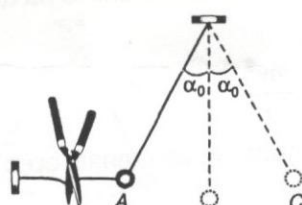


Фиг. 1.

Част Б. Тежко топче е свързано с две безтегловни нишки, както е показано на фиг.2а. Едната нишка е хоризонтална, а другата е отклонена на ъгъл α_0 от вертикалата.



Фиг. 2а.



Фиг. 2б.

а) Определете отношението T/T_A на силите на опъване на двете нишки (фиг.2а).

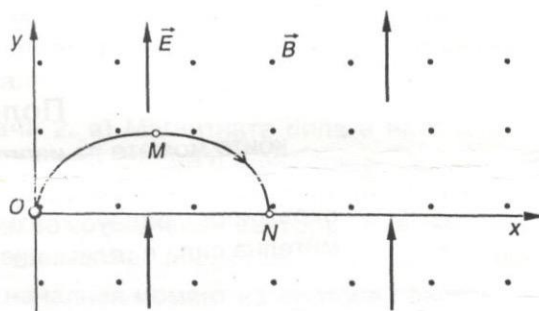
Прерязват хоризонталната нишка и топчето започва да се движи като махало (фиг.2б).

б) Определете отношението T_C/T_A , където T_C е силата на опъване на нишката на махалото в положение С, а T_A е силата на опъване на същата нишка преди прерязването на другата нишка.

в) При какви стойности на ъгъла α_0 силата на опъване T_B на нишката на махалото при преминаването му през равновесното положение В е равна по големина на силата на опъване T_A преди да се пререже хоризонталната нишка?

Задача 2. Движение по циклоида. На фиг.3 е показана област, в която има еднородно електростатично поле с интензитет $E = 8$ kV/m. Векторът $\vec{E}$ е насочен по оста y . В същата област има и еднородно магнитно поле с индукция $B = 20$ mT. Векторът $\vec{B}$ е перпендикулярен на $\vec{E}$ и на равнината xy . Протон тръгва от покой от началото O на координатната система. Траекторията на протона е показана на фиг.3. Тя е крива линия, която в математиката се нарича циклоида. (От вас не се иска да получавате уравнението на траекторията.)

Специфичният заряд на протона е $e/m = 9,6 \cdot 10^7$ C/kg. Масата на протона е $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.



Фиг. 3.

а) Накъде е насочен векторът $\vec{B}$: към вас или навътре към чертежа? Обосновете отговора си.

б) Пресметнете ускорението на протона в началната точка O .

в) Представете големината v на скоростта на протона като функция на неговата координата y .

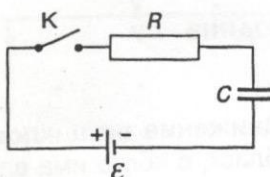
г) Без да правите пресмятания, продължете траекторията на протона след точка N (фиг.3). Обосновете се. Направете чертеж.

д) В точка M от траекторията (фиг.3) скоростта на протона е насочена по посока на оста x . Математически се доказва, че радиусът на кривината на траекторията в точка M е $r = 2y_M$, където y_M е y -координатата на точка M . (Това означава, че в точка M можем да разглеждаме движението на протона като движение по окръжност с радиус $r = 2y_M$.) Като използвате тези два факта, пресметнете числените стойности на скоростта v и на ускорението a на протона в точка M .

е) Защо при решаването на тази задача не се отчитат силата на тежестта и релативистки ефекти?

7.3/12.11

Задача 3. Част А. В началния момент ключът K от електрическата верига на *фиг.4* е отворен, а кондензаторът с капацитет $C = 400 \mu\text{F}$ не е зареден. ЕДН на източника е $\mathcal{E} = 100 \text{ V}$, вътрешното му съпротивление се пренебрегва. Съпротивлението на резистора е $R = 50 \Omega$.

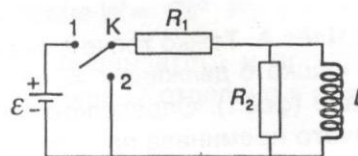


Фиг. 4.

Определете:

- тока I във веригата непосредствено след затварянето на ключа K ;
- тока I във веригата след пълното зареждане на кондензатора;
- количеството топлина, което се отделя в резистора по време на зареждането на кондензатора.

Част Б. В началния момент ключът K от схемата на *фиг.5* е отворен и във веригата не тече ток. ЕДН на източника е $\mathcal{E} = 12 \text{ V}$, вътрешното му съпротивление се пренебрегва. Резисторите имат съпротивления $R_1 = 4 \Omega$ и $R_2 = 2 \Omega$. Индуктивността на намотката е $L = 0,2 \text{ H}$. Омовото (активно) съпротивление на намотката се пренебрегва.



Фиг. 5.

- Определете началните токове през намотката и през втория резистор (R_2) непосредствено след затварянето на ключа K в положение 1.
- Определете тока I_L през намотката, когато той стане постоянен.
- Колко джаула е количеството топлина, което ще се отдели във втория резистор (R_2), ако ключът от положение 1 се превключи в положение 2? Времето за превключването на ключа се приема за пренебрежимо малко.

Полезни формули,

които можете да използвате при решаването на задачите

Движението на материална точка с маса m със скорост v по окръжност с радиус r се извършва под действието на центроостремителна сила с големина

$$F = \frac{mv^2}{r}.$$

Енергията на електричното поле на кондензатор с капацитет C , който е зареден до напрежение U , е

$$W_E = \frac{1}{2}CU^2.$$

Енергията на магнитното поле на ток I , който тече през намотка с индуктивност L , е

$$W_B = \frac{1}{2}LI^2.$$

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за Областния кръг на олимпиадата по физика

10. –12. клас, 27 март 2004 година

Задача 1. Част А. От закона за запазване на механичната енергия следва равенството

$$\frac{mv^2}{2} = mgh, \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

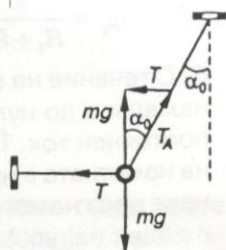
където m е масата на топчето. Максималната височина h , на която топчето се издига над равновесното си положение, е $h = \ell(1 - \cos\alpha_0)$, където ℓ е дължината на нишката.

След заместване на h определяме скоростта

$$v = \sqrt{2g\ell(1 - \cos\alpha_0)} = 2 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Част Б а) Резултантната на двете сили на опън, с които нишките действат на топчето, трябва да уравни тежестта mg , т.е. трябва да е насочена вертикално нагоре. От правоъгълния триъгълник на фиг.1 определяме

$$T/T_A = \sin\alpha_0 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$



Фиг. 1.

б) Разлагаме силата на тежестта на две компоненти: успоредна на нишката (нормална компонента) и перпендикулярна на нишката (тангенциална спрямо траекторията на топчето) компонента. Тъй като в точка С топчето е в покой, неговото нормално (центростремително) ускорение е нула. Следователно

$$T_C = mg \cos\alpha_0 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

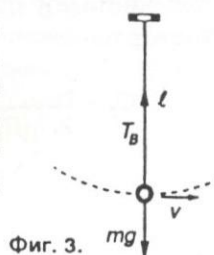
Силата T_A определяме от правоъгълния триъгълник на фиг.1:

$$T_A = mg / \cos\alpha_0 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Търсеното отношение е

$$T_C/T_A = \cos^2\alpha_0 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

в) В точка В двете сили (T_B и mg), които действат на топчето (фиг. 3), са насочени в направление на нормалата към траекторията (окръжност с радиус ℓ). От втория принцип на механиката следва равенството



Фиг. 3.

$$T_B - mg = ma_n = \frac{mv^2}{\ell} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Скоростта v на топчето се определя както в Част А. За силата T_B се получава

$$T_B = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Приравняваме силите

$$T_A = mg / \cos\alpha_0 \text{ и } T_B = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$$

и получаваме квадратно уравнение за $\cos\alpha_0$

$$2\cos^2\alpha_0 - 3\cos\alpha_0 + 1 = 0,$$

чиито корени са

$$\alpha_{01} = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$\alpha_{02} = 60^\circ \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Забележка. Учениците, които не са правили пресмятания, но са съобразили, че една от търсените стойности е $\alpha_{01} = 0$, също получават 1 точка.

Задача 2. а) Магнитната сила е насочена към вдлъбнатата част на траекторията. По правилото на дясната ръка се определя посоката на магнитната индукция: векторът $\vec{B}$ е насочен от чертежа към нас. $\dots\dots\dots 1 \text{ точка}$

б) В началния момент на протона действа само електрична сила eE . Неговото ускорение е

$$a = \frac{e}{m} E = 7,7 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2 \dots\dots\dots 1 \text{ точки}$$

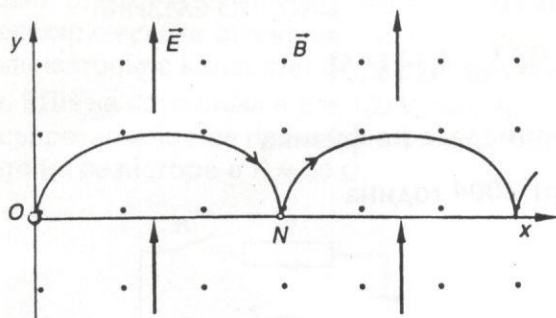
в) Магнитната сила променя само посоката на скоростта. Тя не извършва работа и не променя кинетичната енергия (големината на скоростта) на протона. Приемаме оста x за нулево равнище на електричната потенциална енергия на протона в еднородното електростатично поле. Тогава от закона за запазване на енергията следва равенството

$$0 = \frac{mv^2}{2} - eEy,$$

където $-Ey$ е потенциалът на всички точки от равнината xy , които се намират на разстояние y от оста x . От горното равенство изразяваме скоростта v

$$v = \sqrt{\frac{2eEy}{m}} \dots\dots\dots 2 \text{ точки}$$

г) От закона за запазване на енергията следва, че скоростта на протона в точка N е нула, т.е. тя е равна на скоростта му в началната точка O . $\dots\dots\dots 1 \text{ точка}$



Фиг. 4.

Тъй като двете полета са еднородни, то след точка N движението ще се повтаря (фиг.4). То се извършва в същите полета при същите начални условия (скорост) 1 точка

д) В точка M електричната сила eE и магнитната сила evB , които действат на протона, са перпендикулярни на скоростта, т.е. те са насочени по нормалата към траекторията. (Магнитната сила е насочена към центъра на окръжността с радиус r , а електричната сила – в противоположната посока.) Записваме уравнението на втория принцип на механиката за движението на протона в точка M :

$$eBv - eE = \frac{mv^2}{r} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Полагаме $r = 2y_M$. Само в дясната страна на уравнението замества $v^2 = \frac{2eEy_M}{m}$. Получаваме

$$v = \frac{2E}{B} = 8 \cdot 10^5 \text{ m/s} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Ускорението на протона е

$$a = \frac{eBv - eE}{m} = \frac{e}{m} E \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

т.е. в точка M протонът има същото ускорение, както в точка O .

е) Ускорението на протона под действие на електростатичното поле е близо 100 милиарда пъти по-голямо от земното ускорение. Следователно гравитационната сила е пренебрежимо малка в сравнение с електричната и магнитната сили. 0,5 точки

Максималната скорост на протона е $8 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. Тя е много по-малка от скоростта на светлината ($3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$). Затова релативистките ефекти не се отчитат. 0,5 точки

Задача 3. Част А.

а) $I = \frac{\epsilon}{R} = 2 \text{ A} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$

б) $I = 0 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$

в) Кондензаторът се зарежда до напрежение $U = \epsilon$ и заряд $q_0 = CU = C\epsilon$. При зареждането от източника се черпи енергия

$$W = \epsilon q_0 = C\epsilon^2 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

От закона за запазване на енергията следва равенството

$$W = Q + W_E \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Замества $W = C\epsilon^2$, $W_E = \frac{1}{2}C\epsilon^2$ (енергия на заредения кондензатор) и определяме количеството топлина Q , отделено в резистора:

$$Q = \frac{1}{2}C\epsilon^2 = 2 \text{ J} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Част Б.

а) Поради възникването на индуцирано ЕДН в намотката, токът през нея в началния момент е нула:

$$I_L = 0 \dots\dots\dots 0,5 \text{ точки}$$

Началният ток през резистора R_2 е

$$I_{R_2} = \frac{\epsilon}{R_1 + R_2} = 2 \text{ A} \dots\dots\dots 0,5 \text{ точки}$$

б) С течение на времето самоиндуцираното ЕДН намалява до нула и във веригата се установява постоянен ток. Тъй като омовото съпротивление на намотката е нула, целият постоянен ток преминава през намотката (резисторът R_2 в този случай е даден накъсо).

Токът през намотката е

$$I_L = \frac{\epsilon}{R_1} = 3 \text{ A} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

в) От закона за запазване на енергията следва равенството

$$Q_1 + Q_2 = \frac{LI_L^2}{2} = \frac{L\epsilon^2}{2R_1^2} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

където Q_1 и Q_2 са количествата топлина, отделени съответно в първия и във втория резистор, а $\frac{LI_L^2}{2}$ е енергията на магнитното поле на тока през намотката в началния момент.

Тъй като двата резистора са свързани успоредно, падът на напрежението върху тях във всеки момент от времето е един и същ. Следователно отделеното количество топлина е обратно пропорционално на съпротивлението на резисторите, т.е.

$$Q_1/Q_2 = R_2/R_1 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

От последните две уравнения определяме количеството топлина, отделено във втория резистор:

$$Q_2 = \frac{L\epsilon^2}{2R_1(R_1 + R_2)} = 0,6 \text{ J} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$