

4-03-60
К. Николъ

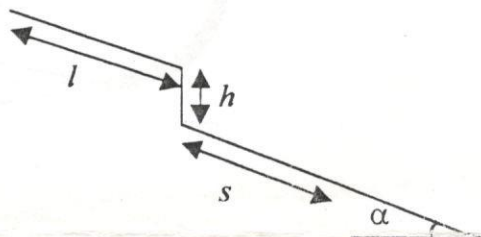
НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО ФИЗИКА
ОБЛАСТЕН КРЪГ, 22.04.2001

ТЕМА ЗА 10 КЛАС

Задача 1. Върху дълъг планински склон е разположен вертикален скален праг с височина $h = 2 \text{ m}$ (фиг. 1). Участъците на склона, които са разположени преди и след скалата имат еднакъв, постоянен ъгъл на наклона $\alpha = 30^\circ$. От разстояние $l = 50 \text{ m}$ над скалния праг започва да се хлъзга скиор с нулева начална скорост. Коефициентът на триене между ските и снега е $k = 0,2$. Съпротивлението на въздуха се пренебрегва.

- Изобразете на чертеж и назовете всички сили, които са приложени върху скиора, докато той се хлъзга по склона.
- Определете ускорението a , с което се хлъзга скиорът и скоростта v_1 , с която достига ръба на скалния праг.
- Намерете разстоянието s , на което се приземява скиорът от основата на скалата.

Фиг. 1

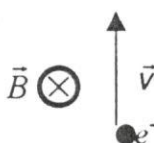


Задача 2. Електрон се движи със скорост $v = 10^6 \text{ m/s}$ в еднородно магнитно поле с индукция $B = 0,5 \text{ T}$. Силовите линии на полето са перпендикулярни на посоката на скоростта на електрона (фиг. 2 а – индукцията на магнитното поле е насочена към чертежа).

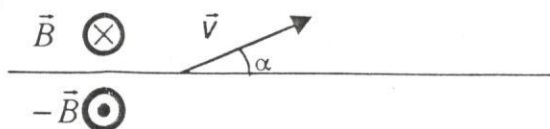
- Определете големината и посоката на силата $\vec{F}$, която действа на електрона.
- Под действие на магнитната сила електронът се движи равномерно по окръжност, перпендикулярна на силовите линии. Намерете радиуса R на окръжността и периода T на обикаляне по траекторията.
- В две съседни области на пространството има магнитни полета с еднаква големина $B = 0,5 \text{ T}$ и противоположна посока (фиг. 2 б). Силовите линии на полетата са успоредни на границата между двете области. В едната област попада електрон със скорост $v = 10^6 \text{ m/s}$, която сключва ъгъл $\alpha = 30^\circ$ с разделителната граница. Изобразете графично траекторията на електрона. На какво разстояние от началната точка на влизане ще се намира електрона след време $t = 10^{-6} \text{ s}$?

Данни: Маса на електрона: $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.
Елементарен електричен заряд $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Фиг. 2а



Фиг. 2 б

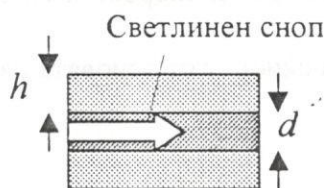


Задача 3. Оптично влакно се състои от два цилиндрични слоя (фиг. 3а). Вътрешният слой има диаметър $d = 1 \text{ mm}$ и коефициент на пречупване $n_1 = 1,487$. Външният слой има дебелина $h = 0,5 \text{ mm}$ и коефициент на пречупване $n_2 = 1,400$. Във вътрешния слой, в посока на оста на влакното, се разпространява успореден сноп светлина.

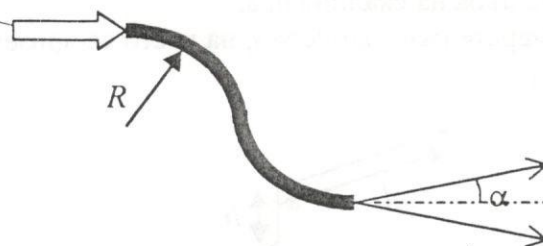
а) Какъв е най-малкият радиус R (фиг. 3 б), до който може да бъде огънато влакното така, че светлината да се разпространява без да напуска вътрешния слой?

б) Какъв е максималният ъгъл на разходимост γ на светлинния сноп, който излиза през свободния край на влакното, ако светлината се разпространява само във вътрешния слой на влакното? Приемете, че коефициентът на пречупване на въздуха е $n = 1$.

Фиг. 3 а



Фиг. 3 б



Примерни решения на темата за 10 клас и преспоръчителни критерии за оценяване

Задача 1.

а) Силите са изобразени на фиг. 1. Това са: силата на тежестта $\vec{G}$, силата на нормална реакция на опората R и силата на триене f (1 т).

б) Уравнението за движение по осите X и Y на координатната система са по X : $ma = mg \sin \alpha - f$ (1)

и

по Y : $0 = R - mg \cos \alpha$. (2)

Между f и R съществува следната връзка:

$$(3) \quad f = kR = kmg \cos \alpha \quad (1 \text{ т}).$$

След заместване в уравнение (1) получаваме:

$$(4) \quad a = g(\sin \alpha - k \cos \alpha) = 9,8 \text{ m/s}^2 (1/2 - 0,2\sqrt{3}/2) \approx 3,2 \text{ m/s}^2 \quad (1 \text{ т}).$$

При равноускорително движение, с нулева начална скорост, е в сила съотношението:

$$(5) \quad v_1 = \sqrt{2al} = \sqrt{2 \cdot 6,4 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m}} \approx 18 \text{ m/s} \quad (1 \text{ т}).$$

в) Ще изберем координатна система $O'X'Y'$, чиито оси са насочени хоризонтално и вертикално, а началото O' е разположено в горния ръб на скалата. Скиорът започва свободно падане с начална скорост V_1 , която е насочена надолу, под ъгъл α спрямо оста $O'X'$. Законите за движение по двете координатни оси са:

$$x' = v_1 t \cos \alpha \quad (2 \text{ т}).$$

$$y' = v_1 t \sin \alpha + g t^2 / 2 \quad (2 \text{ т}).$$

В момента на падане е изпълнено съотношението:

$$y' - h = x' \operatorname{tg} \alpha \quad \text{или} \quad g t^2 / 2 = h \quad (1 \text{ т}).$$

откъдето определяме времето за полет:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

От фигурата се вижда, че в момента на падане:

$$s = x' / \cos \alpha = v_1 t = v_1 \sqrt{\frac{2h}{g}} \approx 14,4 \text{ m} \quad (1 \text{ т}).$$

Общ брой на точките: 10.

Задача 2.

а) Големината на силата F се определя от формулата:

$$F = eVB = 8 \cdot 10^{-14} \text{ N} \quad (1 \text{ т}).$$

Силата е перпендикулярна на посоката на магнитната индукция и скоростта на електрона. (Фиг. 2 а) (1 т)

б) Магнитната сила играе роля на центробежна сила при движение по окръжността. Следователно:

$$\frac{mv^2}{R} = eVB \quad (1 \text{ т}) \quad \text{и}$$

$$R = \frac{mv}{eB} \approx 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ m} \quad (1 \text{ т})$$

Периода определяме по формулата:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{eB} = 7,1 \cdot 10^{-11} \text{ s} \quad (1 \text{ т}).$$

в) Траекторията представлява вълнообразна линия, която е съставена от дъги от окръжности с еднакъв радиус R (фиг. 2 б) (1 т).

Всяка дъга отговаря на централен ъгъл $2\alpha = 60^\circ$ и дължината ѝ е:

$$s = 2\pi R \frac{60}{360} = \frac{\pi R}{3}.$$

Следователно интервалът от време между две последователни пресичания на границата е:

$$\Delta t = \frac{s}{v} = \frac{\pi m}{3eB} \quad (1 \text{ т}).$$

Разстоянието между две съседни точки на пресичане е:

$$\Delta x = 2R \sin \alpha = R = \frac{mv}{eB} \quad (1 \text{ т}).$$

След време t електронът ще пресече границата $N = t/\Delta t$ пъти и ще се премести на разстояние:

$$x = N\Delta x = \frac{3vt}{\pi} \approx 0,95 \text{ m}$$

успоредно на разделителната граница (2 т).

Общ брой на точките: 10.

Задача 3.

а) За да се разпространяват само в централния слой, лъчите трябва да падат върху границата между слоевете под ъгли α , които са по-големи или равни на граничния ъгъл на пълно вътрешно отражение между двата слоя:

$$(1) \quad \sin \alpha \geq \frac{n_2}{n_1} \quad (2 \text{ т}).$$

От фиг. 3а се вижда, че под най-малък ъгъл пада лъчът, които се допира до вътрешната част на границата между слоевете (1 т).

Като изразим $\sin \alpha$ от триъгълника OAB получаваме:

$$(2) \quad \frac{R+h}{R+h+d} \geq \frac{n_2}{n_1} \quad (1 \text{ т}),$$

откъдето намираме R :

$$(3) \quad R \geq \frac{dn_2}{n_1 - n_2} - h = 15,6 \text{ mm} \quad (1 \text{ т}).$$

б) След преминаване през изкривените участъци на влакното, до изходната повърхност достигат лъчи, които падат под различни ъгли β (фиг. 3 б). Най-големият ъгъл β се определя от условието: $\beta_0 = 90^\circ - \alpha_0$, където α_0 е граничният ъгъл на пълно вътрешно отражение от границата между двата слоя (1 т). Максималният ъгъл на разходимост на снопа, след излизане от влакното, се определя от закона на Снелиус:

$$(4) \quad \sin \gamma = n_1 \sin \beta_0 = n_1 \cos \alpha_0 \quad (1 \text{ т})$$

От условието за пълно вътрешно отражение определяме:

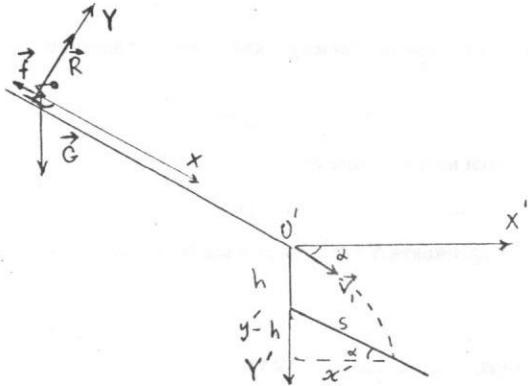
$$(5) \quad \cos \alpha_0 = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0} = \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_1} \dots (1 \tau)$$

Като заместим в уравнение (5), получаваме:

$$\sin \gamma = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \approx 0,5 \dots (1 \tau)$$

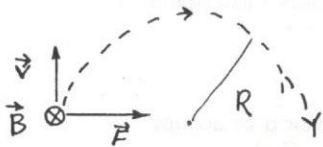
$$\text{и } \gamma = 30^\circ \dots (1 \tau)$$

Общ брой на точките: 10.

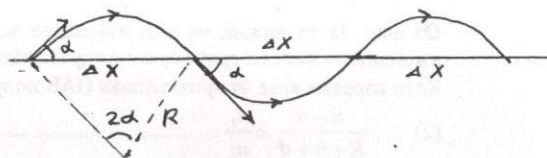


фиг. 1

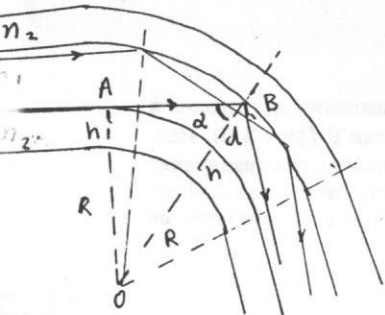
фиг. 2 а



фиг. 2 б



фиг. 3 а



фиг. 3 б

