

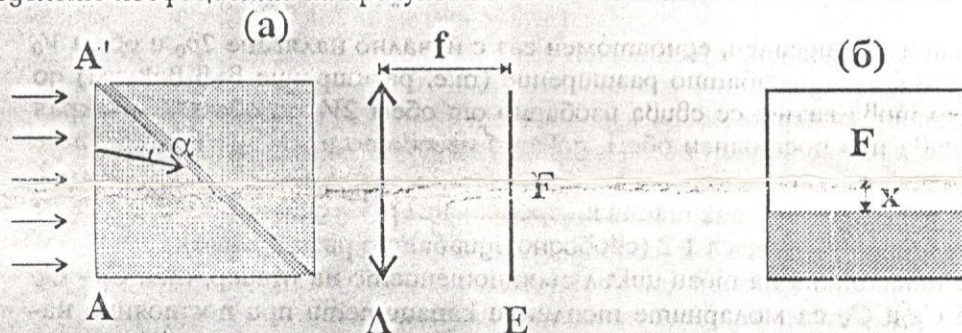
НАЦИОНАЛЕН КРЪГ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

19-20 май 2000 г., гр. Стара Загора

Задача 1. Две еднакви стъклени призми, с основа равнобедрен, правоъгълен триъгълник, са разположени така, че между тях се образува тесен процеп с успоредни стени (Фигура 1 а; реалната дебелина на процепа е много по-малка от дължината на ръба на призмата). Коэффициентът на пречупване на стъклото, от което са изработени призмите е $n_0 = 1,74$. Процепът е запълнен с прозрачна течност, с коэффициент на пречупване $n < n_0$. Повърхността AA' на едната призма е матирана, така че падащата върху нея светлина се разсейва равномерно във всички посоки при навлизане в стъклото. Заг призмите е поставена събирателна леща Λ с фокусно разстояние $f = 5 \text{ cm}$ и екран E, който е разположен във фокалната равнина на лещата.

а) Светлинен лъч навлиза в първата призма, под ъгъл α спрямо оптичната ос на лещата (Фигура 1 а). Изобразете графично хода на лъча до неговото попадане върху екрана. Получете израз за разстоянието спрямо фокуса на лещата, на което лъча пресича екрана.

б) Повърхността AA' е осветена от външен източник на светлина. При това върху екрана се наблюдават светла и тъмна области, границата между които се намира на разстояние $x = 5 \text{ mm}$ от фокуса на лещата (Фигура 1 б). Определете коэффициент на пречупване на течността.



Фигура 1

Задача 2. Електрон се притиска към повърхността на течен хелий от хомогенно електростатично поле с интензитет $\mathcal{E} = 100 \text{ V/cm}$, перпендикулярно на повърхността на хелия. Същевременно електронът не може да проникне в хелия (независимо от неговата енергия) и когато достига повърхността му се отразява от нея, т.е. на повърхността на хелия потенциалната енергия на електрона става безкрайно голяма.

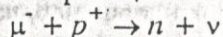
- Да се покаже, че електронът се намира в потенциална яма;
- Да се намери средното състояние на електрона от повърхността на хелия в състояние с минимална енергия;
- Да се определи минималната енергия на електрона в близост до повърхността на хелия.

Масата на електрона е $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, а неговият заряд по големина $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Задача 3. Мюонът е елементарна частица с единичен, елементарен, електричен заряд. Свободният мюон е нестабилен и притежава, в състояние на покой, време на полуразпадане $\tau = 1,5 \cdot 10^{-6}$ s. От ускорител излиза успореден сноп мюони със скорост $v = 0,8c$, където c е скоростта на светлината във вакуум.

а) На какво разстояние, по посока на движението на снопа, концентрацията на мюони намалява 8 пъти.

б) При навлизане във вещество, мюоните (μ^-) взаимодействат с протоните (p^+) в атомните ядра посредством реакцията:



където n е означен неутрон, а ν - неутрино, което е елементарна частица с нулев заряд и нулева маса в покой. Ако предположите, че неутриното се излъчва в посоката на движение на падащите мюони, определете големината и посоката на скоростта на отделения неутрон, в единици c .

Данни:

Маса в покой на мюона: $m_\mu = 1,884 \cdot 10^{-28}$ kg

Маса в покой на протона: $m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}$ kg

Маса в покой на неутрона: $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg

Скорост на светлината във вакуум: $c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s.

Задача 4. С един мол идеален, едноатомен газ с начално налягане $2p_0$ и обем V_0 се извършва свободно адиабатно разширение (т.е. разширение във вакуум) до обем $2V_0$. След това газът се свива изобарно от обем $2V_0$ до обем V_0 . Накрая газът се нагрява при постоянен обем, докато неговото налягане се изравни с началното.

а) Представете графично цикличния процес на p - V диаграма. Обърнете специално внимание на процеса 1-2 (свободно адиабатно разширение);

б) Докажете с помощта на този цикъл съотношението на Майер, т.е. $C_p - C_v = R$, където C_p и C_v са моларните топлинни капацитети при постоянно налягане и постоянен обем на газа;

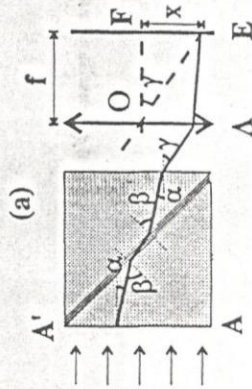
в) Процесът 1-2 се заменя с процес, чиято графика на p - V диаграмата е отсечка свързваща състоянията 1 и 2. Определете топлинния капацитет за този процес.

г) Намерете стойностите на обема, при който изотермата и адиабатата се допират до графиката на процеса 1-2.

РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ ОТ НАЦИОНАЛНИЯ КРЪГ
НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

19-20 май 2000 г., гр. Стара Загора

Задача 1. а) Хорът на лъча е даден на фигурата:



Разстоянието x се определя, като се разгледа лъч, който е успореден на първия и минава през оптичния център на лещата O :

$$x = f \tan(\gamma)$$

Тъй като $\sin(\gamma) = n_0 \sin(\alpha)$, получаваме:

$$x = \frac{n_0 f \sin(\alpha)}{\sqrt{1 - n_0^2 \sin^2(\alpha)}} \quad (1)$$

б) Максималния ъгъл β , при който лъча може да проникне в слоя течност се определя от условието за пълно вътрешно отражение: $\sin(\beta_{\max}) = n / n_0$. При $\alpha > \beta_{\max}$ -45° върху екрана не попадат лъчи и се наблюдава тъмна област. Оттук определяме:

$$n = n_0 \sin(45^\circ + \alpha_{\max}) = n_0 (\sin(\alpha_{\max}) + \cos(\alpha_{\max})) / \sqrt{2} = n_0 (\sin(\alpha_{\max}) + \sqrt{1 - \sin^2(\alpha_{\max}))} / \sqrt{2} \quad (2)$$

За определяне на $\sin(\alpha_{\max})$ използваме уравнение (1):

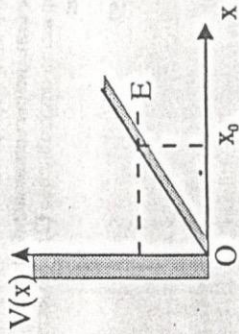
$$\sin(\alpha_{\max}) = \frac{x}{n_0 \sqrt{x^2 + f^2}} = 0,0572$$

При заместване във вътрешното уравнение (2): $n \approx 1,30$.

Задача 2. а) Нека насочим оста Ox перпендикулярно на повърхността на хелия. Силата $F = qE$ е насочена към повърхността. Тогава използвайки аналогията със силата на тежестта, за потенциалната енергия на електрона можем да запишем:

$$V(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0 \\ qEx, & x > 0 \end{cases}$$

Графично потенциалната енергия е представена на фигурата и представлява потенциална яма:



б) Електронът е квантов обект и средното разстояние при минимална енергия се оценява чрез съотношенията за неопределеност. Пълната енергия на електрона е:

$$E = \frac{p^2}{2m} + qEx.$$

Нека приемем неопределеността в положението на електрона при тази енергия $\Delta x = x_0$. Тогава:

$$p \propto \hbar / \Delta x = \hbar / x_0.$$

Следователно:

$$E = \frac{\hbar^2}{2mx_0^2} + qEx_0.$$

Минималната енергия се достига при $E'(x_0) = -\frac{\hbar^2}{mx_0^3} + qE = 0$ и следователно:

$$x_0 = \left(\frac{\hbar^2}{mqE} \right)^{1/3} \approx 9 \text{ \AA}.$$

в) Минималната енергия на електрона в близост до повърхността на хелия е:

$$E_{\min} = \frac{3}{2} \left(\frac{\hbar^2 q^2 E^2}{m} \right)^{1/3} \approx 0,2 \text{ meV}.$$

Задача 3. а) Времето на полуразпадане в лабораторната отправна система е по-голямо, от това в покой, поради релативистично удължение на времевите интервали:

$$\tau' = \tau / \sqrt{1 - v^2 / c^2}.$$

От дадена група N_0 мюони, след време t ще останат неразпаднали се

$$N = N_0 / 2^{\frac{t}{\tau'}} = N_0 / 2^{\frac{x}{v\tau'}}, \text{ където } x \text{ е изминатият от мюоните път. Тъй като}$$

$$N_0/N = 8, \text{ следва, че } \frac{x}{v\tau'} = 3, \text{ откъдето:}$$

$$x = 3 \cdot v \cdot \tau' / \sqrt{1 - (v/c)^2} = 1800 \text{ m}.$$

б) При реакцията са излъчени законите за запазване на импулса:

$$m_p v / \sqrt{1 - (v/c)^2} = p_v + m_n v_1 / \sqrt{1 - (v_1/c)^2} \quad (1)$$

и на пълната енергия:

$$m_p c^2 / \sqrt{1 - (v/c)^2} + m_p c^2 = E_v + m_n c^2 / \sqrt{1 - (v_1/c)^2} \quad (2)$$

където p и E са съответно импулса и енергията на неутриното, а v_1 е теръсената скорост на неутрона. Тъй като неутриното има нулева маса на покой, между енергията и импулса е изпълнено съотношението: $p_1 = E_1 / c$. Като изключим енергията на неутриното от уравнение (2) и заместим импулса в уравнение (1), получаваме:

$$\sqrt{\frac{c-v_1}{c+v_1}} = \frac{m_p}{m_n} + \frac{m_\mu}{m_n} \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = k = 1,0357$$

откъдето:

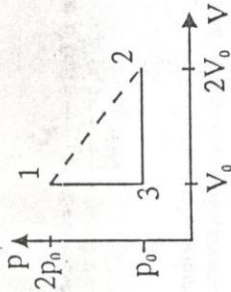
$$v_1 = c \frac{1-k^2}{1+k^2} \approx c(1-k) = -0,0357c.$$

Знакът „-“ показва, че скоростта на неутрона е насочена назад, спрямо посоката на излъчване на неутриното.

Задача 4. а) Ще определим налягането на състояние 2. От първия принцип на термодинамиката, за процеса на свободно адиабатно разширение имаме:

$$\Delta U = Q + A.$$

Тъй като $Q = 0$ (адиабатно разширение), $A = 0$ (външното налягане е нула) следва $\Delta U = 0$. Вътрешната енергия на идеалния газ зависи само от температурата и следователно в състояние 2 газът има същата температура, както в състояние 1. Следователно



б) За цикличния процес 1-2-3 изменението на вътрешната енергия $\Delta U = 0$ и следователно

$$Q + A = 0 \quad \text{Тъй като } Q_{23} = c_p(T_3 - T_2), \quad Q_{31} = c_v(T_1 - T_3), \quad A_{23} = -p_0(V_0 - 2V_0) = p_0V_0,$$

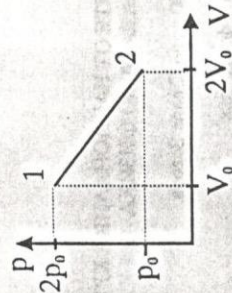
намираме

$$c_p(T_3 - T_1) + c_v(T_1 - T_3) + p_0V_0 = 0.$$

Освен това $p_0V_0 = R(T_1 - T_3)$ (използваме уравнението на състоянието) и следователно

$$c_p - c_v = R.$$

в) На фигурата е показан процесът 1-2



Топлинният капацитет се определя по формулата:

$$c = c_v + p \left(\frac{\Delta V}{\Delta T} \right),$$

където ΔV и ΔT са малки изменения на обема и температурата. Уравнението на процеса е

$$p = \alpha V + \beta$$

където $\alpha = -p_0/V_0$, $\beta = 3p_0$. Тогава

$$T = \frac{p_0}{R} \left(3V - \frac{V^2}{V_0} \right)$$

и следователно

$$\Delta T = \frac{p_0}{R} \left(3 - 2 \frac{V}{V_0} \right) \Delta V,$$

Окончателно определяме:

$$c = c_v + R \frac{3 - V/V_0}{3 - 2V/V_0} = R \frac{15/2 - 4V/V_0}{3 - 2V/V_0}.$$

г) При изотермен процес $c \rightarrow \infty$, при адиабатен $c = 0$. Следователно стойността на обема, при който изотермата допират графиката на процеса 1-2 е $V' = \frac{3}{2}V_0$, а допирната точка между адиабатата и процеса е $V'' = \frac{15}{8}V_0$.