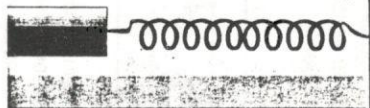


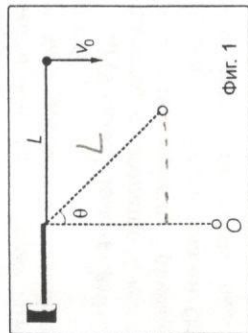
ТЕМА

за републиканския (трети) кръг на олимпиадата по физика
за 10. и 11. клас, 24 април 1999 година



Фиг. 2

ЗАДАЧА 1. Малко топче с маса m небрежимо малка маса m е закачено на безтегловна неразтеглива нишка с дължина $L = 80$ cm. Топчето е отклонено на ъгъл 90° от вертикалата и му е придадена начална скорост $v_0 = 3$ m/s, насочена вертикално надолу (фиг. 1).



Фиг. 1

- (2 точки) Колко е скоростта на топчето, когато преминава през равновесното положение O ?
 - (2 точки) Колко нютон е максималната стойност на силата на опъване на нишката T_{max} ?
 - (3 точки) Представете силата на опъване на нишката T като функция на ъгъла на отклонение от равновесното положение θ (фиг. 1).
 - (3 точки) Представете големината на ускорението на топчето a като функция на ъгъла θ . Пресметнете големината на ускорението при $\theta = 60^\circ$.
- Съпротивлението на въздуха се пренебрегва. Земното ускорение приемете за $g = 10$ m/s².

ЗАДАЧА 2. Цилиндър с напречно сечение $S = 39$ cm² и маса $m = 1$ kg е прикрепен към идеална пружина с пре-

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за републиканския (трети) кръг на олимпиадата по физика
за 10. и 11. клас, 24 април 1999 година

ЗАДАЧА 2. а) На цилиндъра действат три сили: силата на тежестта mg , изтласкваща сила $2mg$ и еластична сила kx . В равновесното положение $kx_0 + mg = 2mg$.

откъдето определяме деформацията x_0 на пружината

$$x_0 = mg/k = 40 \text{ cm} \dots \dots \dots 2 \text{ точки}$$

б) Когато цилиндърът е изцяло потопен във водата, изтласкващата сила е постоянна и той извършва хармонично трептене със същия период T , както пружинно махало

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Когато част от цилиндъра е над повърхността на водата, архимедовата сила е променлива – тя намалява с $g\rho S \Delta x$, където Δx е отклонението от равновесното положение. При отклонение на цилиндъра нагоре от равновесното му положение възниква връщаща сила

$$F = -k\Delta x - g\rho S \Delta x = -(k + g\rho S)\Delta x$$

и той извършва хармонично трептене с период

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k + \rho g S}}$$

Следователно движението е хармонично трептене, като при всяко преминаване през равновесното положение се променя периодът и честотата (от T_1 на T_2 и обратно) $\dots \dots \dots 2 \text{ точки}$

в) Цилиндърът се движи с максимална скорост, когато преминава през равновесното си положение. От закона за запазване на механичната енергия при хармонично трептене определяме максималната скорост

$$v_{max} = h_1 \sqrt{\frac{k}{m}} = 0,1 \text{ m/s} \dots \dots 1 \text{ точка}$$

ЗАДАЧА 1. а) Избираме равновесното положение за нулево равнище на потенциалната енергия. От закона за запазване на механичната енергия следва равенството $mv_0^2/2 + mgL = mv^2/2$, откъдето определяме скоростта v , с която топчето преминава през равновесното си положение

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gL} = 5 \text{ m/s} \dots \dots \dots 2 \text{ точки}$$

б) Силата на опъване на нишката е максимална, когато топчето преминава през равновесното си положение. Тогава центростремителната сила е равна на разликата от силата на опъване и силата на тежестта: $mv^2/L = T_{max} - mg$, откъдето определяме

$$T_{max} = mv^2/L + mg = 3,3 \text{ N} \dots \dots \dots 2 \text{ точки}$$

в) Законът за запазване на механичната енергия и условието за движение на топчето по окръжност се изразяват с уравненията

$$mv_0^2/2 + mgL \cos \alpha = mv^2/2 \text{ и } mv^2/L = T - mg \cos \theta$$

От тези две уравнения изразяваме силата на опъване на нишката като функция на ъгъла на отклонение θ

$$T = m(v_0^2/2L + 3g \cos \theta) \dots \dots \dots 3 \text{ точки}$$

г) Нормалното (центростремителното) ускорение на топчето е

$$a_n = \frac{v^2}{L} = \frac{v_0^2 + 2gL \cos \theta}{L}$$

Тангенциалното ускорение е: $a_t = g \sin \theta$.

Големината на ускорението е

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} =$$

$$\sqrt{\frac{(v_0^2 + 2gL \cos \theta)^2}{L^2} + g^2 \sin^2 \theta} \dots \dots \dots 2 \text{ точки}$$

$$a = 23 \text{ m/s}^2 \dots \dots \dots 1 \text{ точка}$$

$m = 80g$
 $L = 80cm$
 $\alpha = 90^\circ$
 $v_0 = 3m/s$
 $v = ?$
 $T_{max} = ?$
 $T(\theta) = ?$
 $a(\theta) = ?$
 $a(\theta) = ?$

$$\frac{kA^2}{2} = \frac{kx^2 + mv_{max}^2}{2} \quad (x=0) \quad (A=k_1)$$

$V_{max} =$

г) Трептенето с период T_2 се характеризира със същата максимална скорост $V_{max} = 0,1 \text{ m/s}$, както трептенето с период T_1 . Следователно $\sqrt{k_1^2 + m^2 V_{max}^2} = \sqrt{k_2^2 + m^2 V_{max}^2}$

$$h_2 = \frac{V_{max} T_2}{2\pi} = \frac{V_{max}}{2\pi} \sqrt{\frac{m}{k + g\rho S}} = 1,25 \text{ cm}$$

 2 точки.

д) Ускорението е максимално, когато цилиндърът достигне най-високото си положение, защото тогава връщащата сила е максимална $a = \frac{F}{m} = \frac{k \cdot x}{m}$

$$a_{max} = \frac{(k + g\rho S)h_2}{m} = 0,8 \text{ m/s}^2$$
 1 точка

е) След освобождаването цилиндърът достига равновесното си положение за време $T_1/4$ и след това за време $T_2/4$ се издига на максималната височина h_2 . Следователно търсеното време е

$$t = \frac{T_1}{4} + \frac{T_2}{4} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{m}{k} + \sqrt{\frac{m}{k + g\rho S}} \right) = 0,51 \text{ s}$$

 2 точки

ЗАДАЧА 3. а) Магнитната сила трябва да е насочена надясно. Тогава по правилото на дясната ръка определяме, че магнитната индукция е насочена вертикално надолу 1 точка
 б) В началния момент токът през пръчката е $I = \mathcal{E}/R$. Магнитната сила е $F = BIL$. Ускорението определяме от уравнението на втория принцип на механиката

(1)
$$a = \frac{F}{m} = \frac{BL\mathcal{E}}{mR}$$
 2 точки
 в) За време Δt магнитният поток през площта, оградена от токовия контур, нараства с $\Delta\Phi = B(L\Delta l)$. Големината на индуцираното електродвижещо напрежение определяме от закона на Фарадей:

$$\mathcal{E}_n = \Delta\Phi/\Delta t = BLV$$

Съгласно с правилото на Ленц индуцираното в движещата се пръчка ЕДН намалява тока, който тече през пръчката. Следователно законът на Ом за цялата верига в случая се записва във вида:

$\mathcal{E} - \mathcal{E}_n = RI$
 След като заместим $\mathcal{E}_n$ получаваме

(2) $\mathcal{E} - BLV = RI$ 2 точки
 г) От уравнение (2) се вижда, че скоростта на пръчката ще достигне максималната си стойност, когато токът през нея стане равен на нула. Следователно:
 (3) $V_{max} = \mathcal{E}/BL$ 1 точка

При $I = 0$ $F = 0$ и от този момент нататък пръчката се движи праволинейно и равномерно със скорост V_{max} 1 точка
 д) В този случай отново пръчката достига максималната си скорост, когато токът през нея стане равен на нула, т.е. когато големината на индуцираното ЕДН стане равна на напрежението q_{min}/C на кондензатора (q_{min} е минималната стойност, която достига зарядът на кондензатора – след като токът стане нула, кондензаторът престава да се разрежда). Следователно

(4)
$$\frac{q_{min}}{C} = BLV_{max}$$

 Записваме уравнението на втория принцип на механиката за движението на пръчката
 (5)
$$ma = m \frac{\Delta V}{\Delta t} = BLI = BL \left(-\frac{\Delta q}{\Delta t} \right)$$
 или

(6)
$$\Delta V = -\frac{BL}{m} \Delta q$$

 където знакът минус показва, че зарядът на кондензатора намалява. Изменението на скоростта е пропорционално на изменението на заряда, независимо от това колко голям е интервалът от време Δt . Тази пропорционалност се запазва и при цялостното изменение на заряда и на скоростта. Скоростта нараства от нула до V_{max} . За същото време зарядът намалява от q_0 до q_{min} . Следователно

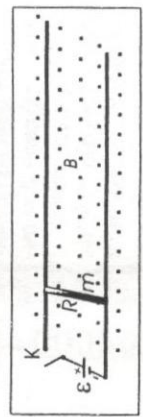
(7)
$$V_{max} - 0 = -\frac{BL}{m} (q_{min} - q_0)$$

 Заместяваме q_{min} от уравнение (7) в (4) и изразяваме търсената скорост
 (8)
$$V_{max} = \frac{q_0 BL}{m + CB^2 L^2}$$
 3 точки

Всяка задача се оценява максимално с по 10 точки.

движението на водата около цилиндъра не се отчитат.

ЗАДАЧА 3. Върху хоризонтална равнина във вертикално еднородно магнитно поле с индукция B са разположени две успоредни метални релси на разстояние L една от друга.



Фиг. 3

Перпендикулярно върху релсите е поставена неподвижна пръчка с маса m и съпротивление R . Релсите са свързани към източник с постоянно електродвижещо напрежение $\mathcal{E}$. Електричното съпротивление на релсите, съпротивлението на контактите и източника и триенето се пренебрегват. В даден

момент затварят ключа K (фиг. 3) и пръчката започва да се движи надясно.

- (1 точка) Как е насочена магнитната индукция на полето (вертикално нагоре или надолу)?
- (2 точки) Определете ускорението на пръчката непосредствено след затварянето на ключа K .
- (2 точки) Изразете връзката между тока в контура и скоростта на пръчката.
- (2 точки) Определете максималната скорост V_{max} , която ще достигне пръчката. Как ще се движи пръчката, след като достигне максималната си скорост?
- (3 точки) Заменят източника с кондензатор с капацитет C , който първоначално има заряд q_0 . Пръчката е неподвижна, а ключът е отворен. Определете максималната скорост V_{max} , която ще достигне пръчката след затварянето на ключа K .