

Национално състезание по ФИЗИКА
Шумен 1999 година

ТЕМА

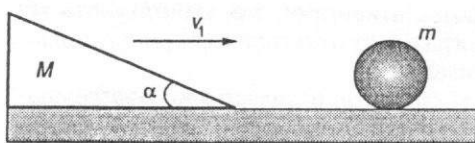
Задача 1. Еластичен удар между клин и топче

По гладка хоризонтална равнина се движи със скорост v_1 клин с маса M и ъгъл α (фиг.1). Клинт се удря в неподвижно топче с маса m . Ударът е челен и абсолютно еластичен. Приемете, че при удара клинтът не получава импулс във вертикално направление. Всички сили на триене се пренебрегват.

а) Определете големините на скоростите на клина u_1 и на топчето u_2 непосредствено след удара.....6 точки.

б) За случая, когато $M = m$ и $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$,

пресметнете интервала от време t , след който топчето отново ще се удари в клина.....4 точки.



Фиг.1.

Задача 2. Интерференция от оптична и от електронна бипризма

1. На фиг.2 е показан един от класическите опити за наблюдаване интерференция на светлината (бипризма на Френел). Точков източник S на монохроматична светлина с дължина на вълната $\lambda = 550 \text{ nm}$ е разположен върху оста на симетрия на тънка бипризма (две еднакви призми с обща основа и малък пречупващ ъгъл $\beta = 0,25^\circ$) на разстояние $a = 0,25 \text{ m}$ от бипризмата. Пречупените от двете части на бипризмата светлинни вълни интерферират и върху екран, разположен на разстояние $b = 2,0 \text{ m}$ зад бипризмата, се наблюдава интерференчна картина.

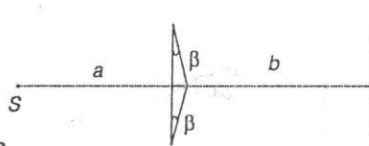
а) Постройте недействителните образи S_1 и S_2 на източника от двете части на бипризмата и определете разстоянието d между тях.....2 точки

б) Разгледайте образите S_1 и S_2 като кохерентни източници на светлина и определете широчината Δx на интерференчните ивици, които се наблюдават върху екрана (разстоянието между два съседни интерференчни максимума).....3 точки

Указание. Всяка половинка от бипризмата отклонява лъчите на малък ъгъл

$$\alpha = (n-1)\beta, \text{ рад},$$

където $n = 1,5$ е показателят на пречупване на стъклото.

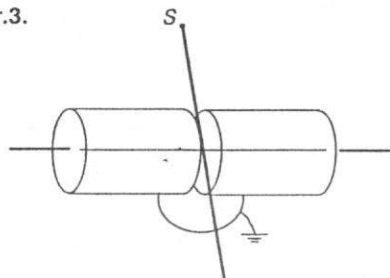


Фиг.2

2. На фиг.3. е показан електронен аналог на бипризмата на Френел. Тънка проводяща жица с радиус $r_1 = 0,40 \text{ }\mu\text{m}$ е опъната по оста на кух метален цилиндър с вътрешен радиус $r_2 = 1,00 \text{ mm}$ и дължина много по-голяма от r_2 . Цилиндърът е разделен на две части от равнина, перпендикулярна на неговата ос. Двете части са свързани с проводник и са заземени, докато вътрешната жица се поддържа при постоянен положителен потенциал $\varphi = 10,0 \text{ V}$ спрямо земята.

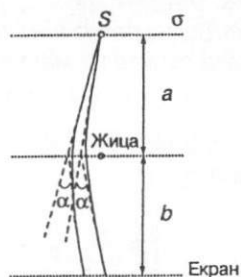
Тънък сноп от електрони, всички с еднаква скорост v_0 , получена след ускоряване от напрежение $U = 100 \text{ kV}$ (всички релативистки ефекти в тази задача се пренебрегват), е насочен перпендикулярно на жицата, така че средата на снопа пресича оста на симетрия на системата и пре-

Фиг.3.



минава през средата на процепа между цилиндриите. Снопът може да се разглежда като излизащ от точков източник S , разположен върху равнина σ на разстояние $a = 100 \text{ mm}$ от централната жица. След това електроните попадат върху екран, разположен на разстояние $b = a = 100 \text{ mm}$ от другата страна на жицата.

Всички електрони, които преминават



Фиг.4.

близо до централната жица, се отклоняват от електричното поле на един и същ ъгъл α , който с приближение се изразява с формулата (в радиани)

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \frac{\Phi}{U} \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Напречното сечение на апаратурата е показано схематично на фиг.4.

а) Пресметнете стойността на ъгъла на отклонение α1 точка

б) С подходяща схема покажете, че описаната система е електронен аналог на оптичната бипризма. Постройте действителните образи S_1 и S_2 на източника S и определете разстоянието d между тях1 точки.

в) Определете широчината Δx на интерференчните ивици, които се наблюдават върху екрана.3 точки.

Задача 3. Електрон, захванат от тежко ядро

а) Радиусът на атомното ядро може да се оцени с помощта на емпиричната форму-

ла $r = r_0 A^{\frac{1}{3}}$, където $r_0 = 1,2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$, A е масовото число. Ако кулоновите сили, с които протоните от ядрото действат на елек-

трон, бяха в състояние да задържат електрона в ядрото, електронът би имал много голяма кинетична енергия. Като използвате съотношението за неопределеност $pr \approx \hbar$, където $\hbar = h/2\pi$ е константата на Планк, а p е импулсът на електрона, оценете колко пъти кинетичната енергия на електрон, захванат от ядро с масово число $A = 300$, е по-голяма от енергията на покой на електрона.4 точки

б) Като приемете, че електричното поле вътре в атомното ядро е кулоново, изразете пълната енергия на електрон $E(r)$, който се намира в ядро с пореден номер Z (r е разстоянието от електрона до силовия център на кулоновото поле, т.е. до центъра на ядрото). За целта използвайте т.нар. константа на фината структура

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137},$$

където e е елементарния заряд, ϵ_0 е електричната константа, а c е скоростта на светлината.4 точки

Указание. Отчетете, че електронът е ултарелативистки, т.е. кинетичната му енергия е много по-голяма от енергията му на покой.

в) Оценете, в рамките на разглеждания опростен модел, при какъв пореден номер Z ядрото на трансуранов елемент би могло да задържи в себе си за продължително време електрон. (Ако разбира се подобно ядро можеше да съществува достатъчно дълго време без да се разпадне).2 точки.

Полезни константи

Заряд на електрона	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$,
Маса на електрона	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$,
Константа на Планк	$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$.

$$\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$$

Скорост на светлината $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Национално състезание по физика ШУМЕН 1999 година

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

Зад.1. а) Тъй като няма трене, по време на удара клинът действа на топчето само със сила на нормална реакция и топчето получава импулс, насочен перпендикулярно на клина, т.е. скоростта му u_2 е насочена под ъгъл α спрямо вертикалата1 точка

По хоризонталната ос x на системата клин-топче не действат външни сили и x -компонентата на импулса се запазва. Запазва се и кинетичната енергия

$$Mv_1 = Mu_1 + mu_2 \sin \alpha ; \quad \frac{Mv_1^2}{2} = \frac{Mu_1^2}{2} + \frac{mu_2^2}{2} \dots\dots\dots 2 \text{ точки}$$

От горните две уравнения определяме скоростите на клина и на топчето след удара

$$u_1 = v_1 \left(\frac{1 - \frac{m}{M} \sin^2 \alpha}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha} \right); \quad u_2 = \frac{2v_1 \sin \alpha}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha} \dots\dots\dots 3 \text{ точки}$$

б) Ще определим компонентите на относителната скорост w_2 на топчето спрямо клина

$$w_{2x} = u_{2x} - u_1 = v_1 \frac{\left(2 + \frac{m}{M}\right) \sin^2 \alpha - 1}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha}; \quad w_{2y} = u_{2y} = u_2 \cos \alpha = \frac{2v_1 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \frac{m}{M} \sin^2 \alpha}$$

При $m = M$ и $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ се получава: $w_{2y} = v_1 \frac{\sqrt{2}}{2}$ и $w_{2x} = 0$, т.е. спрямо клина

топчето се движи вертикално нагоре. Търсеното време между първия и втория удар е

$$t = \frac{2w_{2y}}{g} = \frac{v_1 \sqrt{2}}{g} \dots\dots\dots 4 \text{ точки}$$

Зад.2. 1а) Образът на източника във всяка от двете половинки на бипризмата може да се построи с помощта на два лъча: единият минава през центъра на бипризмата, а другият - близо до върха на пречупващия ъгъл (фиг.1). Тъй като след пречупването двата лъча се отклоняват на еднакъв ъгъл α , техните продължения сключват същия ъгъл γ , както лъчите, излизачи от източника. Следователно образите също се намират на разстояние a зад бипризмата, но са отместени на разстояние αa от оста на симетрия на опитната постановка

$$d = 2\alpha a = 2(n - 1)\beta a = 1,1 \text{ mm} \dots\dots\dots 2 \text{ точки}$$

1б) Кохерентните източници се намират на разстояние $L = a + b$ от екрана. Широчината на интерференчните ивици е

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda = 1,1 \text{ mm} \dots\dots\dots 3 \text{ точки}$$

$$2a) \alpha = 2,01 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

2б) Схемата е показана на фиг.2

$$d = 2\alpha a = 4,0 \text{ } \mu\text{m} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

2в) От закона за запазване на енергията $eU = p^2/2m_e$ определяме импулса на електрона $p = \sqrt{2em_e U}$. Дължината на вълната на Дьо Бройл на електроните е

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2em_e U}} = 3,88 \cdot 10^{-12} \text{ m} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda = 0,193 \text{ } \mu\text{m} \dots\dots\dots 2 \text{ точки}$$

Зад 3. а) Радиусът на ядро с масово число $A = 300$ е $r = r_0 A^{\frac{1}{3}} = 8 \cdot 10^{-15} \text{ m}$...1 точка
Кинетичната енергия на релативистки електрон е

$$E_k = \sqrt{p^2 c^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2 \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

Импулсът на електрона определяме от съотношението за неопределеност $p = \frac{h}{r}$ и го заместваме във формулата за E_k . Търсеното отношение е

$$\frac{E_k}{m_e c^2} = \frac{\sqrt{\frac{h^2}{r^2} c^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2}{m_e c^2} \approx 50 \text{ пъти} \dots\dots\dots 2 \text{ точки}$$

б) Кинетичната енергия на ултарелативистки електрон е

$$E_k = \sqrt{p^2 c^2 + (m_e c^2)^2} - m_e c^2 \approx pc \approx \frac{hc}{r} \dots\dots\dots 2 \text{ точка}$$

Пълната енергия на електрона е

$$E(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} + \frac{hc}{r} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

$$E(r) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} (137 - Z) \frac{1}{r} \dots\dots\dots 1 \text{ точка}$$

в) За да съществува свързано състояние, пълната енергия на системата трябва да е отрицателна: $E(r) < 0$1 точка

Следователно в рамките на разглеждания модел свързано състояние на електрона вътре в атомното ядро би било възможно при $Z > 137$1 точка

Забележка. По-точните пресмятания показват, че електрон може да има свързано състояние в ядро с атомен номер $Z > 150$, ако разбира се трансураново ядро с толкова голям номер изобщо може да съществува.