

ТЕМА

за третия (републикански) кръг на олимпиадата по физика
 за X и XI клас, 5 април 1997 година

ЗАДАЧА 1. Напрежението между точките А и В (фиг.1) е 300 V. Съпротивлението на всеки един от резисторите е 100 Ω . Какви са показанията на двата уреда М, ако те са:

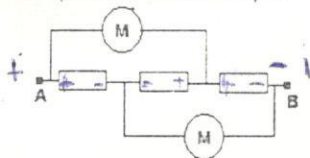
а) идеални волтметри.....2 точки, б) идеални амперметри?....4 точки

ЗАДАЧА 2. В телекомуникационните системи се използват оптични влакна с тънка цилиндрична сърцевина, направена от стъкло с показател на пречупване n_1 , която е покрита с еднороден слой от друго стъкло с показател на пречупване n_2 ($n_1 > n_2$).

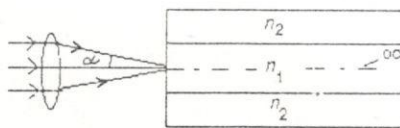
а) Светлинен лъч се разпространява в сърцевината на влакното под ъгъл β спрямо нейната ос. Покажете, че съществува максимален ъгъл β_m , при който светлината не преминава през цилиндричната повърхност на сърцевината.....2 точки

б) Лазерен сноп светлина се фокусира от събирателна леща върху предната основа на влакното, която е плоска и е перпендикулярна на оста (фиг.2). При какъв максимален ъгъл на падане α светлината ще се разпространява само в сърцевината на влакното? Изразете α чрез n_2 и $\Delta = \frac{n_1 - n_2}{n_2}$, като отчетете, че параметърът Δ е много по-малък от единица.

Направете числени пресмятания за $n_2 = 1,5$ и $\Delta = 0,005$4 точки



Фиг.1



Фиг.2

в) При максимален ъгъл α (вж. подточка б) лазерът излъчва импулси с продължителност $\tau_0 = 1 \mu s$. Колко е продължителността на импулсите на изхода на влакното?

Дължината на влакното е $L = 10 \text{ km}$, скоростта на светлината във вакуум е $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$, $n_1 = 1,5$ и $\Delta = 0,005$4 точки

ЗАДАЧА 3. От точка О на хоризонталната земна повърхност е хвърлен камък с начална скорост v_0 под ъгъл α спрямо хоризонта. Съпротивлението на въздуха се пренебрегва. Определете:

а) максималната височина h_m , на която ще се издигне камъкът.....3 т.

б) разстоянието L от точка О до точка А от земната повърхност, в която пада камъкът (далечина на полета).....2 точки

в) при какъв ъгъл α $L = h_m$1 точка

г) при какви стойности на ъгъла α разстоянието l от началното положение О до камъка ще нараства през цялото време на полета.....8 точки

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за третия (републикански) кръг на олимпиадата по физика
за X и XI клас, 5 април 1997 година

ЗАДАЧА 1 (6 точки). а) Съпротивлението на идеалния волтметър е безкрайно голямо. Такива волтметри не оказват влияние върху пада на напрежението в електрическата верига. В случая напрежението върху всеки от резисторите е 100 V , а всеки от волтметрите измерва напрежение $100\text{ V} + 100\text{ V} = 200\text{ V}$2 точки.

б) Съпротивлението на идеалните амперметри е нула. В този случай схемата на веригата може да се начертае както е показано на фиг. 1. Трите резистора са свързани успоредно. През всеки от тях тече ток $I = U/R$. Всеки амперметър измерва ток $I_A = 2I = 2U/R = 6\text{ A}$4 точки.



Фиг. 1

ЗАДАЧА 2 (10 точки). а) Светлината не преминава през цилиндричната повърхност, тъй като няма вътрешно отражение. Граничният ъгъл, при който се наблюдава ъгълно вътрешно отражение, е $n_2 = 90^\circ - \beta_m$ (фиг. 2). $\sin \beta_m = 1/n_2 = n_1$. Следователно: (1) $\cos \beta_m = n_2/n_1$2 точки.

б) От закона на О-е-м, с $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_m} = n_1$, получаваме

$$\sin \alpha = n_1 \sin \beta_m = n_1 \sqrt{1 - \cos^2 \beta_m} = n_1 \sqrt{1 - n_2^2/n_1^2} = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Тъй като $n_1^2 \approx n_2^2$, то $n_1 + n_2 \approx 2n_2$. От друга страна $n_1 - n_2 = n_2$. Следователно: $\sin \alpha = n_2 \sqrt{2}$2 точки. $\sin \alpha = 0.15$; $\alpha = 8.6^\circ$1 точка.

(Тъй като α е малък ъгъл $\sin \alpha \approx \alpha = 0.15\text{ rad} = 8.6^\circ$)
в) Скоростта на светлината в сърцевината на влакното е $u = c/n_1$1 точка.

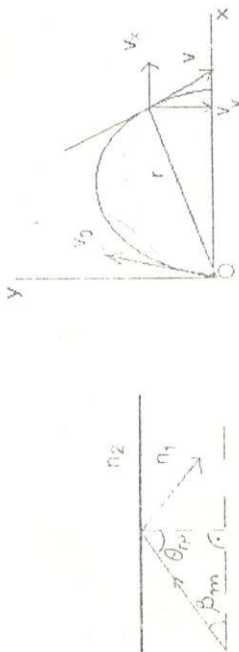
За минимално време t по влакното преминава лъч, който се разпространява успоредно на неговата ос: $t_1 = L/u = n_1 L/c$. Максимално е времето на разпространение t_2 на лъчите, които сключват ъгъл β_m с оста, защото те изминават максимално разстояние $L/\cos \beta_m$.

$$t_2 = \frac{n_1 L}{c \cos \beta_m} = \frac{n_1^2 L}{n_2 c}$$

Разликата във времето е

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{n_1 L}{c} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right) = \frac{n_1 L}{c} \Delta \approx 1.5 \text{ точки. } \Delta t = 0.25 \mu\text{s} \dots\dots\dots 0.5 \text{ точка.}$$

Продължителността на импулсите на изхода на влакното е $\tau = \tau_0 + \Delta t = 1.25 \mu\text{s}$1 точка



Фиг. 2

ЗАДАЧА 3 (14 точки). а) Положението и скоростта на камъка в даден момент от времето се задават с уравненията: (1) $x = v_0 \cos \alpha t$;

(2) $y = v_0 \sin \alpha t$; (3) $y = v_0 \sin \alpha t - gt^2/2$; (4) $v_y = v_0 \sin \alpha - gt$1 точка.

Времето за издигане на камъка определяме от (4) като положим $v_y = 0$.
(5) $t_1 = v_0 \sin \alpha / g$. Заместваме t_1 в (3) и определяме максималната височина
(6) $h_m = y = v_0^2 \sin^2 \alpha / (2g)$2 точки.

б) Продължителността на полета е $2t_1$. Полагаме в (1) $t = 2t_1$ и като заместим в (5) за дадена x на полета получаваме

$$L = x = 2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha / g = v_0^2 \sin(2\alpha) / g$$

в) Присвояваме десните страни на равенства (6) и (7) и получаваме $\tan \alpha = 4$1 точка.

г) Когато ъгълът α е голям, камъкът отначало се отдалечава от точката на хвърляне O , а след това се приближава към нея. (При $\alpha = 90^\circ$ камъкът ще падне в O). Когато камъкът се отдалечава, векторът на неговата моментна скорост $\vec{v}$ сключва остър ъгъл с радиус-вектора $\vec{r}$. При приближаване към O скоростта е насочена под тъп ъгъл спрямо радиус-вектора. Камъкът прелетва да се отдалечава в момента, когато скоростта стане перпендикулярна на радиус-вектора. От чертежа на фиг. 3 се вижда че в този момент е в сила съотношението $x/y = -v_y/v_x$ или

(8) $x/y = -v_y/v_x = 0$.
(Равенство (8) може да се получи и от изискването скаларното произведение на векторите $\vec{r}$ и $\vec{v}$ да е равно на нула: $\vec{r} \cdot \vec{v} = xv_x + yv_y = 0$. Заместваме x, v_x, y и v_y от (1), (2), (3) и (4) в (8) и получаваме

$$(9) \frac{g}{2} t^2 - \frac{3}{2} g v_0 \sin \alpha t - v_0^2 = 0.$$

Когато дискриминантата на това квадратно уравнение е отрицателна, не съществува момент t , в който скоростта да е перпендикулярна на радиус-вектора, т.е. не съществува момент, в който камъкът да е достигнал най-отдалеченото си положение. Следователно в такъв случай през цялото време на полета той ще се отдалечава от точка O . Това става ако: (10) $\sin^2 \alpha < 8/9$ или $\alpha < 70.5^\circ$8 точки.

Забележка. Задачата може да се реши и като се намери условието, при което функцията $f(x) = \vec{r}^2(x) = x^2 + y^2$, където $y = ax - bx^2$, няма максимум ($a = v_0 \sin \alpha$). Намира се първата производна на $f(x)$ и се приравнява на нула. Получава се квадратно уравнение, чийто дискриминанта е отрицателна при $a = v_0 \sin \alpha < \sqrt{8}$, което е еквивалентно на условие (10).

При пълни и верни решения темата се оценява максимално с 30 точки.