

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, НАУКАТА И ТЕХНОЛОГИИТЕ
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

Т Е М А

за IX, X и XI клас на републикански кръг на олимпиадата по физика

1996

K

Задача 1: Във вертикална тръба с радиус R , запълнена с течност с плътност ρ_1 , по оста на тръбата изплува цилиндрична пръчка с радиус r и дължина l , като $l > r$ и $l > 2R$. Плътността на пръчката е $\rho_2 < \rho_1$. Като пренебрегнете ефектите, свързани с краищата на пръчката и триенето, намерете скоростта и ускорението на пръчката в зависимост от изминатото разстояние h , ако в началния момент пръчката е била в покой. По време на движението си, пръчката остава изцяло потопена в течността.

УКАЗАНИЕ: Използвайте уравнението за непрекъснатост.

Задача 2: Топка с маса 200 g и обем 8 l е надута до налягане $0,12\text{ MPa}$. Топката е подхвърлена до височина 10 m и след удара със земята отскача на същата височина. Пресметнете максималната температура в топката в момента на удара. Температурата на околния въздух приемете за 300 K , топлинният капацитет при постоянен обем на въздуха е $0,7\text{ kJ/(kg.K)}$, а един мол въздух тежи $0,03\text{ kg}$. ($R=8,31\text{ J/(mol.K)}$). Енергията на еластична деформация на обвивката на топката по време на удара не се отчита.

Задача 3: Два източника на ЕДН с големина E_1 и E_2 и вътрешни съпротивления r_1 и r_2 съответно са свързани успоредно. Определете еквивалентното им ЕДН и вътрешно съпротивление. Обобщете резултата за n на брой свързани успоредно източници на ЕДН.

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, НАУКАТА И ТЕХНОЛОГИИТЕ
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

ПРИМЕРНИ РЕШЕНИЯ

за IX, X и XI клас на републикански кръг на олимпиадата по физика

1996

Задача 1: Когато пръчката се движи със скорост v спрямо стените на тръбата, тъй като течността е несвиваема, тя трябва да протича в обратна посока със скорост $u/2\pi$, като от равенството на обемите на движещите се части следва:

$$S_1 \cdot v = S_2 \cdot u \quad /1\pi./$$

или

$$\pi \cdot r^2 \cdot v = \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot u \quad /2\pi./$$

откъдето намираме

$$u = v \cdot r^2 / (R^2 - r^2) \quad /1\pi./$$

Скоростта на течността се предполага еднаква навсякъде, освен около началото и края на пръчката, но тъй като $l \gg r$, тези ефекти се пренебрегват.

От закона за запазване на енергията може да запишем

$$E_{k1} + E_{k2} = -\Delta U \quad /2\pi./$$

където E_{k1} и E_{k2} са кинетичните енергии на пръчката и движещата се течност, а ΔU е промяната в потенциалната енергия на системата при изплуването на пръчката

$$E_{k1} = m_1 \cdot v^2 / 2 = \rho_2 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot v^2 / 2 \quad /2\pi./$$

$$E_{k2} = m_2 \cdot u^2 / 2 = \rho_1 \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2) \cdot l \cdot u^2 / 2 = \rho_1 \cdot \pi \cdot l \cdot v^2 \cdot r^4 / (2 \cdot (R^2 - r^2)) \quad /1\pi./$$

$$\Delta U = (\rho_2 - \rho_1) \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l \cdot g \cdot h \quad /1\pi./$$

откъдето получаваме за скоростта на пръчката

$$v = \sqrt{\frac{2gh(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1})}{\frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{r^2}{(R^2 - r^2)}}} \quad /3\pi./$$

а от връзката между скоростта, ускорението и пътя

$$a = v^2 / (2 \cdot h) \quad \text{получаваме и ускорението } /2\pi./$$

$$a = \frac{g(1 - \rho_2/\rho_1)}{\rho_2/\rho_1 + r^2/(R^2 - r^2)} \quad /3\text{т./}$$

Задачата се оценява максимално с 20 точки.

Задача 2: Тъй като след удара топката се издига на същата височина, може да пренебрегнем загубите на енергия при удара и да сметаме, че свиването на въздуха в топката при удара е адиабатно /2т./

От закона за запазване на енергията при адиабатен термодинамичен процес, изменението на вътрешната енергия на газа ΔU е равно на работата при свиването

$$\Delta U = A \quad /2\text{т./} \quad 2$$

Изменението на вътрешната енергия е

$$\Delta U = c_v m (T_{\text{max}} - T) \quad /1\text{т./} \quad 3$$

Където T е началната температура на газа в топката, а m - неговата маса.

Работата при свиване на газа е равна на

$$A = M \cdot g \cdot h \quad /2\text{т./} \quad 4$$

Където M е масата на топката, а h - височината от която пада.

Приравнявайки двата израза получаваме

$$T = T + M \cdot g \cdot h / (c_v \cdot m) \quad /1\text{т./}$$

Масата на въздуха в топката намираме от уравнението за състояние на

$$p \cdot V = m \cdot R \cdot T / \mu \quad /2\text{т./}$$

$$m = \mu \cdot p \cdot V / (R \cdot T) \quad /1\text{т./}$$

откъдето

$$T_{\text{max}} = T (1 + M \cdot g \cdot h / (c_v \cdot p \cdot V \cdot \mu)) \quad /2\text{т./} \quad 8$$

$$T_{\text{max}} = 302.4 \text{ K} \quad /2\text{т./} \quad 9$$

Задачата се оценява максимално с 15 точки.

Задача 3. Напрежението U_{AB}

между точките А и В на фигурата може да бъде получено от законите на Ом и Кирхоф

$$U_{AB} = E_1 - I \cdot r_1 \quad /2\text{т./}$$

$$E_1 - E_2 = r_1 \cdot I + r_2 \cdot I \quad /2\text{т./}$$

От второто уравнение

определяме тока и заместваме в първото

$$I = (E_1 - E_2) / (r_1 + r_2) \quad /1\text{т./}$$

$$U_{AB} = E_1 - r_1 (E_1 - E_2) / (r_1 + r_2) = (E_1 \cdot r_2 + E_2 \cdot r_1) / (r_1 + r_2) \quad /1\text{т./}$$

т.е. така свързаните източници на ЕДН са еквивалентни на източник на ЕДН с напрежение

$$E = (E_1 \cdot r_2 + E_2 \cdot r_1) / (r_1 + r_2) \quad /1\text{т./}$$

а вътрешното съпротивление намираме като сума от две успоредно свързани съпротивления:

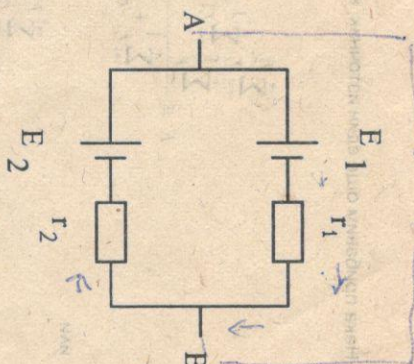
$$r = r_1 \cdot r_2 / (r_1 + r_2) \quad /1\text{т./}$$

За да обобщим формулата за n на брой източници е по-удобен записът

$$E = \frac{\frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}} \quad (1) \quad /2\text{т./}$$

Допускаме, че за n на брой източници е в сила формулата

$$E = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i}} \quad (2) \quad /2\text{т./}$$



1996

Нека прибавим още един източник, като използваме формула (1), получаваме



$$E' = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{E_i}{r_i} + \frac{E_{n+1}}{r_{n+1}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_{n+1}}} \quad /2т./$$

или

$$E = \frac{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{E_i}{r_i}}{\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{r_i}} \quad /1т./$$

с което формула (2) е доказана.

Задачата се оценява максимално с 15 точки.