

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, НАУКАТА И ТЕХНОЛОГИИТЕ
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

Т Е М А

за IX, X и XI клас на републикански кръг на олимпиадата по физика
15 април 1995

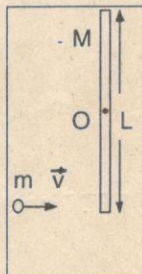
мк 8/11.01.X

Задача 1: На плоска хоризонтална маса лежи еднородна пръчка с дължина L и маса M . Пръчката може свободно да се върти около неподвижна ос, перпендикулярна на масата. Оста минава през центъра O на пръчката. Перпендикулярно на пръчката се движи материална точка (м.т.) със скорост v и маса m , която се удря в края на пръчката. Изследвайте движението на пръчката и м.т. когато:

а) ударът между материалната точка и пръчката е абсолютно еластичен. Дискутирайте това движение при $3m < M$, $3m > M$ и $3m = M$.

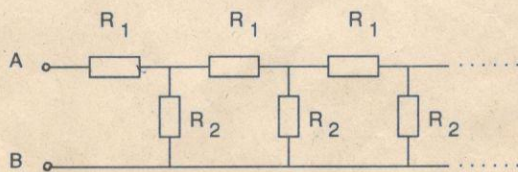
б) ударът между м.т. и пръчката е напълно пластичен, т.е. материалната точка се залепва в края на пръчката. Определете енергията Q , която се отделя във вид на топлина. Кога е възможен пластичният удар?

Силите на триене се пренебрегват. Инерчният момент на пръчка спрямо ос, минаваща през средата ѝ е $I = ML^2/12$.



Задача 2: Две сапунени мехурчета с радиуси r_1 и r_2 се сливат в едно мехурче с радиус r_3 . Да се определи повърхностното напрежение на сапунената ципа σ , ако атмосферното налягане е p_0 . Въздухът да се разглежда като идеален газ.

Задача 3: Определете съпротивлението между точките A и B на полубезкрайна верига от съпротивления R_1 и R_2 , както е показано на фигурата.



МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, НАУКАТА И ТЕХНОЛОГИИТЕ
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

РЕШЕНИЯ

за IX, X и XI клас на републикански кръг на олимпиадата по физика

Задача 1: Тъй като центърът на масите на пръчката е неподвижен, законът за запазване на импулса няма да бъде в сила /2m./, но в сила ще бъдат законите за запазване на момента на импулса и енергията /2m./.

17г. а) При еластичен удар законите за запазване са

33M4:
$$m \cdot v \cdot \frac{L}{2} = m \cdot v_1 \cdot \frac{L}{2} + I \cdot \omega \quad /2m./ \quad (1)$$

33E:
$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{m \cdot v_1^2}{2} + \frac{I \cdot \omega^2}{2} \quad /2m./ \quad (2)$$

откъдето определяме ъгловата скорост на въртене на пръчката ω и скоростта v_1 на м.м. след удара.

$$\omega = \frac{12 \cdot m}{(3m + M)L} v \quad /2m./ \quad (3)$$

$$v_1 = \frac{3m - M}{3m + M} v \quad /2m./ \quad (4)$$

Ако $3m < M$, м.м. ще се отрази след удара, т.е. ще се движи в обратна на първоначалната посока /1m./, а при $3m > M$ м.м. ще продължи да се движи във първоначалната посока /1m./, При $3m = M$ м.м. ще спре след удара /1m./, но след един полуоборот на пръчката ще претърпи отново удар с пръчката, ще си обменят енергиите, пръчката ще спре, а м.м. ще продължи движението си със скорост v /2m./.

8г. б) при пластичен удар законите за запазване на момента на импулса и енергията придобиват вида:

$$m \cdot v \cdot \frac{L}{2} = I_1 \cdot \omega \quad /1m./ \quad (5)$$

$$\frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{I_1 \cdot \omega^2}{2} + Q \quad /1m./ \quad (6)$$

където $I_1 = I + m(L/2)^2$ е инерционият момент на пръчката плюс залепената за края и материална точка /2m./, От уравнения (5) и (6) за отделената топлина Q получаваме

$$Q = \frac{m \cdot v^2}{2} \frac{M - 3m}{M + 3m} \quad /2m./ \quad (7)$$

за да се отдели топлина е необходимо $Q > 0$, т.е. $M > 3m$ /1m./, При $M = 3m$ пластичният удар не се съпровожда с отделяне на топлина /1m./.

Задачата се оценява максимално с 25 точки.

Задача 2. При сливане на мехурчетата масата на въздуха в тях не се променя

$$m_3 = m_1 + m_2 \quad /3\text{m./} \quad (1)$$

Масата на отделно мехурче изразяваме чрез закона за идеален газ

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \Rightarrow m_i = \frac{p_i V_i \mu}{R T} \quad /2\text{m./} \quad (2)$$

където $V_i = 4\pi r_i^3 / 3$ /1m./ е обемът на съответното мехурче, μ е моларната маса на въздуха, T - неговата температура. Налягането в мехурчето е

$$p_i = p_0 + \frac{2\sigma}{r_i} \quad /2\text{m./} \quad (3)$$

като вторият член отчита допълнителното налягане под сферичната повърхност на сапунена ципа с радиус r_i /1m./ . От (2) и (3) получаваме

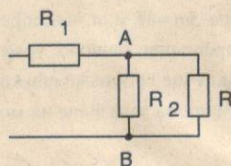
$$m_i = \left(p_0 + \frac{2\sigma}{r_i}\right) \cdot \frac{4}{3} \pi r_i^3 \cdot \frac{\mu}{R T} \quad /3\text{m./} \quad (4)$$

От равенства (1) и (4) получаваме.

$$\sigma = \frac{p_0(r_1^3 + r_2^3 - r_3^3)}{2(r_3^2 - r_1^2 - r_2^2)} \quad /3\text{m./} \quad (5)$$

Задачата се оценява максимално с 15 точки.

Задача 3. Нека означим с R търсеното съпротивление. Тъй като веригата съдържа безкраен брой елементи от съпротивленията R_1 и R_2 , добавянето на още един елемент (както е показано на фигурата) няма да измени общото съпротивление /3m./.



Следователно

$$R = R_1 + \frac{R_2 \cdot R}{R_2 + R} \quad /2\text{m./} \quad (1)$$

или

$$R^2 - R_1 \cdot R - R_1 \cdot R_2 = 0 \quad /1\text{m./} \quad (2)$$

Физически смисъл има само положителното решение на квадратното уравнение (2) /1m./

$$R = \frac{R_1}{2} \left(1 + \sqrt{1 + 4 \cdot R_2 / R_1}\right) \quad /3\text{m./}$$

Задачата се оценява максимално с 10 точки.