

МИНИСТЕРСТВО НА НАУКАТА И ОБРАЗОВАНИЕТО

централна комисия за провеждане на олимпиадата по физика

Т Е М А

за Втория кръг на олимпиадата по физика за 10. и 11. клас на СОУ
19 март 1994 година

Зад.1.а. Докажете, че при пряк (челен) абсолютно еластичен удар между две частици голяемината на тяхната относителна скорост не се променя.

б. Поток от неутрони попада върху мишена, съдържаща въглерод. Ударите между неутроните и неподвижните атоми на въглерода са прехи и абсолютно еластични. Определете отношението E_1/E_0 на кинетичната енергия E_1 на неутроните след удара към тяхната начална кинетична енергия E_0 . Масата на въглерода е 12 пъти по-голяма от масата на неутрона.

в. След колко таква удара енергията на един неутрон ще се намали 10^6 пъти?

Неутроните се движат с нерелативистки скорости. Всички други взаимодействия, освен ударите, се пренебрегват.

Зад.2. С цилиндричен сифон, показан на фиг.1, се прелива вода от голям открит резервоар А в съд Б. Атмосферното налягане е $P_0 = 1.10^5$ Pa. При $h_2 = 3$ m и $h_3 = 4$ m пресметнете:

а. налягането P_1 в точка 1; б. налягането P_2 в точка 2;

в. скоростта v , с която изтича водата от сифона.

г. Ако се променя дължината h_3 при постоянна дължина $h_2 = 3$ m, каква максимална скорост v_{max} на водата може да се достигне?

Движението на водата през сифона да се разглежда като ламинарно течение на невискозен флуид. Изменението на нивото на водата в резервоара А не се отчита.

Указание. Струята се прекъсва, ако в някоя точка налягането стане нула.

Зад.3. Във влакнестата оптика се използва явленияето пълно вътрешно отражение. Когато светлинен лъч, разпространяващ се в оптично влакно, достигне границата стъкло-въздух, той се отразява и пречупва.

а. При какъв минимален ъгъл на падане α_r (фиг.2а) лъчът излязо ще се отрази (пълно отражение) и няма да напусне влакното? Показателят на пречупване на стъклото е n , а на въздуха е единича.

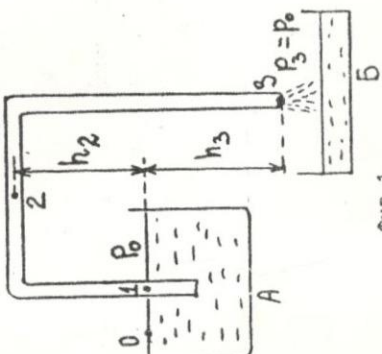
б. Оптично влакно с показател на пречупване $n = 1.5$ има

форма на прав цилиндър с дължина $L = 1$ 000 m. По оста 0 на влакното е насочен тесен, слабо разходящ лазерен сноп с ъгъл на разходимост $\alpha = 5^\circ$ (0.087 рад). Това означава, че светлинните лъчи сключват с оста на влакното ъгли от нула до 5° (фиг.2б). Пресметнете разликата Δt между максималното и минимално време, за което светлината преминава през влакното.

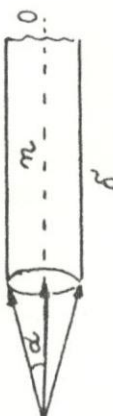
въздух

СТЪКЛО

α



Фиг.1



Фиг.2.

Указание. Определете пътищата на два лъча: 1. лъч, който се разпространява по оста на цилиндъра; 2. лъч, който пада под ъгъл α спрямо оста, пречупва се при влизане във влакното и след това многократно претърпява пълно вътрешно отражение от околната му повърхност.

в. Ако лазерът излъчва импулси с продължителност $\tau_0 = 11.5$ ns (при същата разходимост на снопа), каква ще е продължителността на импулсите, след като преминат през влакното?

Влакното се намира във въздух.

ПОЛЕЗНИ КОНСТАНТИ:

земно ускорение $g = 10$ m/s²;

скорост на светлината във вакуум $c = 3.10^8$ m/s;

плътност на водата $\rho = 1000$ kg/m³.

Десетични логаритми от някои цели числа

число, n	11	12	13	14	15
lg n	1.041	1.079	1.114	1.146	1.178

МИНИСТЕРСТВО НА НАУКАТА И ОБРАЗОВАНИЕТО

ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА
РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за Втория кръг на олимпиадата по физика за 10. и 11. клас на СОУ
19 март 1994 година

Зад.1.а При пряк удар движението на частиците както преди, така и след удара се извършва по една линия. Избираме това направление за ос x на координатната система и записваме законите за запазване на енергията и импулса.

$$(1) m_1 v_1^2/2 + m_2 v_2^2/2 = m_1 u_1^2/2 + m_2 u_2^2/2;$$

$$(2) m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2;$$

където m_1 и m_2 са масите на двете частици, v_1 , v_2 и u_1 , u_2 са проекциите върху оста x на техните скорости съответно преди и след удара. Представяме (1) и (2) във вида

$$(3) m_1(v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2(u_2 - v_2)(u_2 + v_2);$$

$$(4) m_1(v_1 - u_1) = m_2(u_2 - v_2).$$

Делим почленно горните две равенства и получаваме

$$v_1 + u_1 = v_2 + u_2 \text{ откъдето } v_1 - v_2 = - (u_1 - u_2).$$

Следователно $|v_1 - v_2| = |u_1 - u_2|$, т.е. големината на относителната скорост на двете частици не се променя.

б. Преди удара $v_2 = 0$. В уравнение (2) заместваме $u_2 = v_1$

$$u_1 \text{ и } m_2 = 12m_1 \text{ и получаваме } u_1 = - (11/13)v_1. \text{ Следователно}$$

$$E_1/E_0 = (u_1/v_1)^2 = (11/13)^2$$

в. $E_0/E_n = (13/11)^2 n = 10^5$, откъдето след логаритмуване

$$n = 3/19 \log(11) = 3(1913 - 1911) \approx 41 \text{ удара.} \dots 2 \text{ точки.}$$

Задачата се оценява максимално със 7 точки.

Зад.2. Нека точките 0, 1, 2 и 3 лежат върху една токова линия. Тъй като сифонът има постоянно сечение, от уравнението за непрекъснатост следва, че скоростта на водата във всички точки от сифона е еднаква (v). Скоростта на водата на повърхността на резервоара е нула. Разглеждаме токова тръба, включваща избраната токова линия. Записваме уравнението на Бернули за сечения на токовата тръба, прекарани през:

$$а. \text{ точки 1 и 3: } P_1 + \rho g h_3 + \rho v^2/2 = P_0 + \rho v^2/2, \text{ откъдето:}$$

$$P_1 = P_0 - \rho g h_3 = 0.6 \cdot 10^5 \text{ Pa.} \dots 1 \text{ точка}$$

$$б. \text{ точки 2 и 3: } P_2 + \rho g (h_2 + h_3) + \rho v^2/2 = P_0 + \rho v^2/2 \text{ или}$$

$$\begin{aligned} T.0 &= P_0 + \rho g h_3 \quad (v=0) \\ T.1 &= P_1 + \rho g h_3 + \rho v^2/2 \\ T.2 &= P_2 + \rho g (h_2 + h_3) + \rho v^2/2 \\ T.3 &= P_3 + \rho g h_3 \end{aligned}$$

$$P_2 = P_0 - \rho g h_2 + h_3 = 0.3 \cdot 10^5 \text{ Pa.} \dots 1 \text{ точка}$$

$$в. \text{ точки 0 и 3: } P_0 + \rho g h_3 = P_0 + \rho v^2/2, \text{ откъдето}$$

$$v = \sqrt{2gh_3} = 0.9 \text{ m/s.} \dots 2 \text{ точки.}$$

г. Налягането е минимално в най-високата (хоризонтална) част от сифона. То може да има само положителни стойности. При P_2

≤ 0 струята ще се прекъсне. От условието $P_2 = P_0 - \rho g h_2 + h_3 = 0$ определяме максималната дължина h_3 , при която може да работи сифонът: $h_3(\text{max}) = P_0/\rho g - h_2 = 7 \text{ m}$. Максималната скорост на струята е $v = \sqrt{2gh_3(\text{max})} = 11.8 \text{ m/s.} \dots 2 \text{ точки}$

Задачата се оценява максимално с 6 точки.

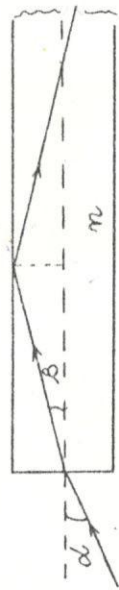
$$\text{Зад.3. а. } \sin \alpha = 1/n = \frac{1}{1.5} \dots 1 \text{ точка}$$

б. Най-малко разстояние ($L = 1000 \text{ m}$) ще измине светлината, която се разпространява по оста на влакното. Тя ще премине през влакното за минимално време

$$t_{\min} = \frac{L}{(c/n)} = \frac{1000}{2 \cdot 10^8}$$

където c/n е скоростта на светлината в стъклото.

Всички останали лъчи ще претърпят многократно пълно вътрешно отражение от околната повърхност на влакното и ще изминат по-голям път. Максимален път изминава лъчът, който пада върху основата на влакното под максималния ъгъл $\alpha = 5^\circ$ (фиг.3)



Фиг.3.

За него $L_{\max} = L/\cos \beta$. Ъгълът на пречупване β определяме от закона на Снелиус $\sin \alpha/\sin \beta = n$:

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha/n^2}$$

Максималното време за преминаване на светлината през влакното е $t_{\max} = L_{\max}/(c/n) = \frac{L}{(c/n)\sqrt{1 - \sin^2 \alpha/n^2}}$

$$\Delta t = t_{\max} - t_{\min} = \frac{L}{(c/n)} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha/n^2}} - 1 \right).$$

$$\Delta t = 8.5 \text{ ns.} \dots 4 \text{ точки.}$$

в. Продължителността на импулсите на изхода на влакното ще бъде $\tau = \tau_0 + \Delta t = 20 \text{ ns.} \dots 2 \text{ точки.}$

Задачата се оценява максимално със 7 точки.