

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, НАУКАТА И КУЛТУРАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА

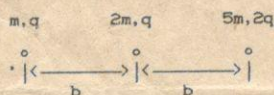
Републикански кръг, 28 март 1993

ТЕМА

Задача 1: Три малки топчета, масите на които са съответно m , $2m$ и $5m$, имат заряди съответно q , q и $2q$ и са разположени на една права на разстояние b едно от друго (фиг. 1.). В даден момент топчетата се освобождават от фиксиращите ги сили.

А. Намерете ускоренията на топчетата в началния момент от време.

В. Определете скоростите им след разлитането им на голями разстояния едно от друго при предположение, че при движението си те остават на първоначалната права.



фигура 1.

Задача 2: А. Използвайки закона на Ом, получите връзката между плътността на тока J , интензитета на електричното поле E и специфичната проводимост σ (реципрочната стойност на специфичното съпротивление ρ).

В. Електрическите свойства на тънък проводящ слой са анизотропни - по дадена ос (нека я означим с X) специфичната проводимост е максимална - σ_x , а перпендикулярно на нея (тази ос означаваме с Y) е минимална - σ_y , като $\sigma_x/\sigma_y = \beta > 1$. От слоя изрязват правоъгълна пластина с дължина L (чиято посока сключва ъгъл α с оста X) и широчина D . По дължината на образца се прилага напрежение от външен източник с големина U_0 . Определете големината на напрежението U , което ще възникне по посока на широчината на образца.

Задача 3: Стилена полусфера с диаметър 50mm и показател на пречупване $n=1.5$ се използва като лупа, когато се постави върху печатен лист откъм плоската си страна. Определете нейното увеличение за букви с размер 2, 3 и 5mm.

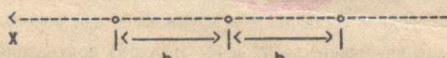
полезно тъждество $\sin^{-2} \varphi = 1 + \tan^{-2} \varphi$

Републикански кръг, 28 март 1993

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

Задача 1:

А: Нека изберем посоката на оста както е показано на фигурата



$q_1, q_2 - \text{издава}$
 $2q - \text{издава}$

Ускоренията на топчетата в началния момент ще се дължат на електростатичното отблъскване между тях и имат стойности:

$$a_1 = \frac{k}{m} \left(\frac{q^2}{b^2} + \frac{2q^2}{4b^2} \right) = \frac{3}{2} \frac{k}{m} \frac{q^2}{b^2} \quad q_1 = \frac{k}{m} (F_{12} + F_{13}) =$$

$$a_2 = \frac{k}{2m} \left(\frac{2q^2}{b^2} - \frac{q^2}{b^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{k}{m} \frac{q^2}{b^2} \quad q_2 = \frac{k}{2m} (F_{23} - F_{21}) =$$

$$a_3 = \frac{k}{5m} \left(\frac{2q^2}{4b^2} + \frac{2q^2}{b^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{k}{m} \frac{q^2}{b^2} \quad q_3 = (F_{31} + F_{32}) =$$

където $k = 1/4 \cdot \pi \cdot \epsilon_0$. /тази част от задачата се оценява максимално с 5 т./

В: От горните равенства се вижда, че $a_1 : a_2 : a_3 = 3 : 1 : 1$, т.е. относителното ускорение на първото спрямо второто топче е равно на това на второто спрямо третото /3т./ Следователно разстоянието между първото и второто топче ще бъде винаги равно на разстоянието между второто и третото топче /2т./ От тук за отношението на скоростите в произволен момент от време получаваме $v_1 : v_2 : v_3 = 3 : 1 : 1$ /3т./ Приравнявайки енергиите в началния момент от време и след време, когато можем да пренебрегнем взаимодействието между топчетата, получаваме:

$$W = k \frac{q^2}{b} + k \frac{2q^2}{2b} + k \frac{2q^2}{b} = k \frac{q^2}{b} + k \frac{2q^2}{b} + k \frac{2q^2}{b} = k \frac{5q^2}{b}$$

откъдето намираме скоростите

$$v_2 = v_3 = \sqrt{k \cdot q^2 / 2 \cdot m \cdot b} = \sqrt{q^2 / 8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot b}$$

$$v_1 = 3 \sqrt{q^2 / 8 \cdot \pi \cdot \epsilon_0 \cdot m \cdot b} \quad /2т./$$

/задачата се оценява максимално с 16т./

Задача 2:

А: От закона на Ом $U = R \cdot I$ за проводник с дължина l и напречно сечение S като отчетем връзките $I = j \cdot S$, $U = E \cdot l$ и $R = \rho \cdot l / S = 1 / \sigma \cdot S$ получаваме $j = \sigma \cdot E$.

/тази част от задачата се оценява максимално с 5 т./

$$E = \frac{U}{l}$$

В: Тъй като проводимостта по посока на оста X не съвпада с проводимостта по оста Y , то от равенствата $J_x = \sigma E_x$ и $J_y = \sigma E_y$ следва, че $J_x/J_y \neq E_x/E_y$, т.е. плътността на тока и интензитетът на електричното поле не съвпадат по посока Z . Токът в образеца ще тече по посока на размера D , а интензитетът на електричното поле ще има надлъжна компонента с големина $E_1 = U_0/L$ и напречна компонента с големина $E_2 = U_0/D \cdot 2\tau$. От уравненията

$$\begin{aligned} E_1 &= E_x \cos(\alpha) + E_y \sin(\alpha) \\ E_2 &= E_x \sin(\alpha) - E_y \cos(\alpha) \end{aligned} \quad /3\tau./$$

и налагайки ограничението напречната компонента на тока да е нула

$$J_2 = J_x \sin(\alpha) - J_y \cos(\alpha) = \sigma E_x \sin(\alpha) - \sigma E_y \cos(\alpha) = 0 \quad /2\tau./$$

можем да определим компонентите E_x и E_y откъдето получаваме

$$U = E_2 D = \frac{U_0 D}{L} \frac{\tan(\alpha) (1-\beta)}{1 + \beta \tan^2(\alpha)} \quad /5\tau./$$

задачата се оценява максимално с 20т.

Задача 3:

Увеличението на лупата можем да получим, използвайки геометрията, показана на чертежа за правилен чертеш - 2т. Връзките между размера l на оригинала, размера на изображението l' , радиуса на сферата r , ъглите на падане θ и пречупване θ' и показателя на пречупване n са:

$$l = r \cdot \tan \theta \quad /1\tau./ \quad l' = r \cdot \tan \theta' \quad /1\tau./ \quad \sin \theta' / \sin \theta = n \quad /1\tau./$$

Оттук за увеличението получаваме

$$\frac{l'}{l} = \frac{\tan \theta'}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta'}{\sin \theta} \cdot \frac{\cos \theta}{\cos \theta'} = \frac{n \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{1 - \sin^2 \theta'}} = \frac{n \sqrt{1 - \sin^2 \theta}}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta}} \quad /3\tau./$$

използвайки обратната трансформация към $\tan \theta = r/l$

$$\frac{l'}{l} = \frac{n}{\sqrt{1 - (n-1)^2 \cdot l^2 / r^2}} \quad /2\tau./$$

за $l=2\text{mm}$ $l'/l=1.502$, за $l=3\text{mm}$

$l'/l=1.503$ и за $l=5\text{mm}$ $l'/l=1.515$ /2т./

задачата се оценява максимално с 12т.

При използване на приближението за малки ъгли $\tan \theta \approx \sin \theta \approx \theta$ и съответно краен резултат $l'/l = n$ максималната оценка е 6т.

