

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО, НАУКАТА И КУЛТУРАТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата по физика

ТЕМА

за Втория кръг на олимпиадата по физика за 8. клас със
засилено изучаване на западен език и 9. клас без засилено
изучаване на западен език - паралелки профил физика на ПМГ

28 февруари 1993 година

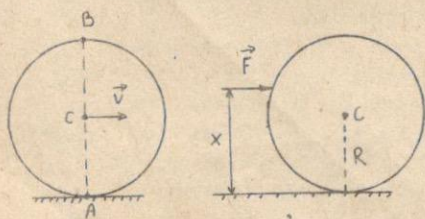
ЗАДАЧА 1. Любопитна атракция в някои градове по света са
скоковете от висок мост. Скачачът е вързан за моста с еластично
гумено въже, чиято дължина се подбира така, че при скока човекът
почти да се докосне до водната повърхност под моста. Човек с маса
 $m = 60 \text{ kg}$ прави такъв скок от мост с височина $h = 50 \text{ m}$ при
дължина на въжето $L_0 = 30 \text{ m}$.

а. На каква височина h_1 над водната повърхност се намира
човекът, когато скоростта му е максимална?

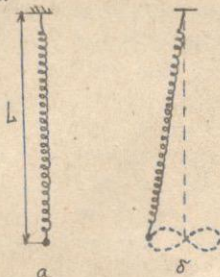
б. Пресметнете максималната скорост $v_{\max}$.

Указание. Приемете, че при произволна деформация x
големината на еластичната сила е $F = kx$, а еластичната енергия е
 $W = kx^2/2$ (k - коефициент на еластичност). Съпротивлението на
въздуха не се отчита. Земното ускорение е $g \approx 10 \text{ m/s}^2$.

ЗАДАЧА 2а. Билиардна топка с радиус R , маса m и инерчен
момент $I = \frac{2}{5}mR^2$ (спрямо ос, минаваща през центъра на масите C) се
търкаля без хлъзгане по хоризонтална равнина. Скоростта на
центъра C на топката е v . Определете скоростите на точките A и B
(фиг.1а) и кинетичната енергия на топката.



фиг.1



фиг.2

б. На каква височина x трябва да се удари билиардна топка

(фиг.16), за да започне да се търкаля без хлъзгане? Силата $\vec{F}$ е хоризонтална. Разгледайте два случая: $F \gg f_{\max}$ и $F = 3f_{\max}$, където $f_{\max}$ е максималната сила на триене при покой между топката и хоризонталната равнина.

Указание. Запишете уравненията за въртеливото и за постъпателното движение на топката. Топката и хоризонталната равнина да се разглеждат като идеално твърди тела. Разгледайте отделно двата случая, като за случая $F \gg f_{\max}$ пренебрегнете триенето.

ЗАДАЧА 3а. Напишете формулите за периодите на пружинно и математично махало. При какви условия двете махала извършват хармонично трептене?

б. Малко топче с маса m е закачено на лека пружина, чиято дължина е L , когато системата е в равновесие (фиг.2а). Отклоняват и засилват топчето така, че да извършва едновременно трептене надолу-нагоре и люлеене наляво-надясно. Амплитудата на двете трептения е много по-малка от L .

Представете коефициента на еластичност k чрез m , L и земното ускорение g , ако траекторията на топчето има форма на осморка, лежаща във вертикалната равнина (фиг.2б).

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО НАУКАТА И КУЛТУРАТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата по физика

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за Втория кръг на олимпиадата по физика за 8. клас със
засилено изучаване на западен език и 9. клас без засилено
изучаване на западен език - паралелки профил физика на ЛМГ
28 февруари 1993 година

ЗАДАЧА 1а. Когато достигне водната повърхност, човекът е в
покой. От закона за запазване на енергията $mgh = k\Delta L - \frac{1}{2}L_0\omega^2$
определяме коефициента на еластичност $k = \frac{2mgh}{\Delta L - L_0\omega^2} = 150 \text{ N/m}$

Когато въхето се разтяга, то действа на човека със сила на
опъване kx , която е насочена в обратна на силата на тежестта mg
посока. При $kx = mg$ движението от ускорително преминава в
закъснително. Следователно в този момент скоростта е максимална.
Търсената височина е $h_1 = h - \Delta L_0 + x = h - (L_0 + mg/k) = 16 \text{ m}$
..... 3 точки.

б. Максималната скорост определяме от закона за запазване
на енергията: $mgh = mgh_1 + kx^2/2 + mv_{\max}^2/2$.

$$v = \sqrt{2g(h - h_1) - kx^2/m} = 25.3 \text{ m/s} \dots\dots 3 \text{ точки.}$$

Задачата се оценява максимално с 6 точки.

ЗАДАЧА 2. а $v_A = 0$ 1 точка; $v_B = 2v$ 1 точка.

$E = mv^2/2 + I\omega^2/2$. При търкаляне без хлъзгане ъгловата
скорост ω и скоростта v на центъра на масите са свързани с
кинематичната връзка $\omega = v/r$. След заместване за пълната
кинетична енергия на билиардната топка се получава

$$E = \frac{7}{10}mv^2 \dots\dots\dots 2 \text{ точки.}$$

б. Топката извършва постъпателно движение с ускорение a и
въртене около ос, минаваща през центъра ѝ, с ъглова скорост α .
Условието за търкаляне без хлъзгане е: (1) $\alpha = a/R$.

При $F \gg f_{\max}$ ще пренебрегнем триенето.

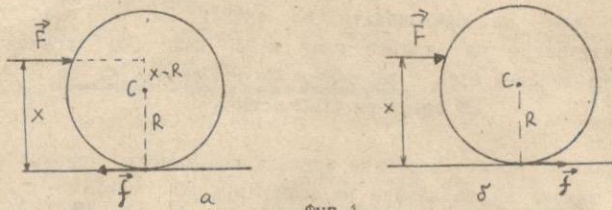
Записваме уравнението за въртене: (2) $F(x - R) = I\alpha$,

и уравнението за постъпателно движение: (3) $F = ma$ на топката.

След заместване на инерционния момент от условието на
задачата, от равенства 1, 2 и 3 се получава: $x = \frac{7}{5}R \dots 2 \text{ т.}$

Сега да отчетем триенето. Ако стойностите на F и x са
такива, че пресметнатите по формули (2) и (3) стойности на a и α
удовлетворяват неравенството $\alpha < a/R$, тогава търкаляне без
хлъзгане е възможно, ако силата на триене при покой се

противопоставя на постъпателното движение и подпомага въртенето, така, че да е в сила равенство (1). В този случай силата на трение е насочена обратно на посоката на движение (Фиг. 1а).



Фиг. 1.

Ако без трение е в сила неравенството $\alpha > a/R$, за да се извършва търкаляне без хлъзгане трябва силата на трение при покой f да се противопоставя на въртенето и да подпомага постъпателното движение, т.е. да е насочена по посока на движението (Фиг. 1б).

Уравненията за въртеливо и постъпателно движение на топката добиват вида

$$(2') \quad F(x-R) \pm fR = I\alpha; \quad (3') \quad F \mp f = ma,$$

където горният знак се отнася за случая, показан на Фиг. 1а, а долният – за Фиг. 1б. След заместване се получава $x = \frac{7R}{5} \left(1 \mp \frac{f}{F} \right)$.

Тъй като f се изменя от 0 до $f_{\max} = F/3$, за x получаваме $\frac{14R}{15} \leq x \leq \frac{28R}{15}$ 1 точка.

Забележка. На практика времето на удара е много малко. За да получи топката достатъчно голям импулс, трябва $F \gg f_{\max}$.

Задачата се оценява максимално със 7 точки.

ЗАДАЧА За. За пружинно махало (1) $T_p = 2\pi\sqrt{m/k}$ 1 точка.

За математично махало (2) $T_M = 2\pi\sqrt{L/g}$ 1 точка.

Математичното махало извършва хармонично трептене само при малки ъгли на отклонение от равновесното положение. 1 точка.

Трептенето на физично махало е хармонично, ако деформацията x на пружината не излиза извън областта, където $F = kx$ (линейна зависимост) 1 точка.

6. Малките изменения на L практически не влияят на люлеенето на топчето като математично махало. Така топчето извършва едновременно две хармонични трептения в приблизително взаимно перпендикулярни направления, чиито периоди се дават с формули (1) и (2). От вида на траекторията правим извод, че

$$(3) \quad 2T_p = T_M. \text{ Следователно } k = \frac{4mg}{L} \text{ 3 точки.}$$

Задачата се оценява максимално със 7 точки.