

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА
Републикански кръг, 3 май 1992

Задача 1: Пръчка с маса M и дължина a е окачена на двата си края с безтегловни нишки с дължина b (фигура 1). Да се определи честотата на хармоничните трептения, които възникват при малки завъртания на пръчката около вертикална ос, минаваща през центъра ѝ.
/ Указание: инерционният момент на пръчката спрямо ос, перпендикулярна на нея и минаваща през центъра ѝ е $I = Ma^2/12$, а при малки ъгли може да ви е полезна формулата $\cos x \approx 1 - x^2/2$ /.

Задача 2: Цикълът на Стирлинг се състои от последователно изотермично разширение, изохорно нагряване, изотермично разширение и изохорно охлаждане. При изотермичното свиване обемът се променя 4 пъти, а при изохорното нагряване налягането се увеличава 2 пъти. За един мол идеален газ с $C_v = 3R$ и параметри V_0 и T_0 в началния момент изчислете:

а) количеството обменена топлина при всеки един от термодинамичните процеси;

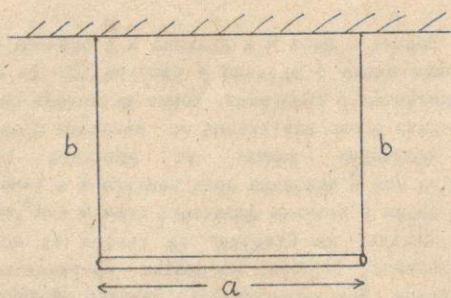
б) КПД на този двигател;

в) сравнете полученния КПД с КПД на цикъл на Карно, който работи между същите крайни температури. Обяснете разликата;

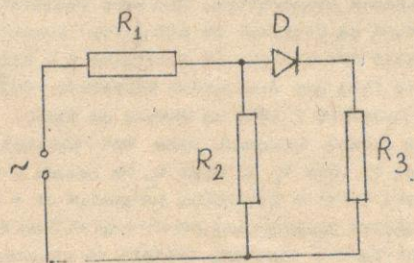
г) нека при цикъла на Стирлинг се използва "колектор", който поглъща изцяло топлината при изохорното охлаждане и я използва без загуби за заграждане на газа при изохорното нагряване. Определете и в този случай КПД и го сравнете с този за цикъла на Карно.

/ Указание: Работата която извършва един мол идеален газ при изотермично разширение от обем V_1 до обем V_2 се задава с формулата $A = RT \cdot \ln(V_2/V_1)$, където $\ln(x)$ е натурален логаритъм от x и е свързан с десетичния логаритъм посредством $\ln(x) = \log(x) / \log(2,7183)$ /

Задача 3: На фигура 2 е показана схемата на свързване на три съпротивления и идеален диод към източник на променливо напрежение с амплитуда $U_0 = 10V$. Стойностите на съпротивленията са $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$ и $R_3 = 15\Omega$. Да се определи средната мощност, която се отделя върху съпротивленията R_1 и R_2 .



Фигура 1



Фигура 2

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА
РЕШЕНИЯ
от републиканския кръг, 3 май 1992

Задача 1: Нека означим с φ ъгъла на завъртане на пръчката, а с θ - ъгъла на отклонение на нишката от съответните ил равновесни положения (фигура 1). При малки ъгли на отклонение от прости геометрични съображения се получава връзката

$$(1.1) \quad \varphi = \frac{2b}{a} \theta \quad 3 \text{ т.}$$

От тук нататък задачата може да бъде решена по два начина:

I начин

Използвайки уравнението за въртливо движение на твърдо тяло

$$(1.12) \quad I \cdot \ddot{\varphi} = M$$

където I е инерциония момент на пръчката спрямо съответната ос на въртене, $\ddot{\varphi}$ - ъгловото и ускорение и M - момента на силите, които действуват на пръчката, ако се покаже, че M е пропорционален на взетия със знак минус ъгъл φ . / 5т. /

При завъртане на пръчката на малък ъгъл φ възникват двойка сили, всяка една с големина

$$(1.13) \quad F = -M \cdot g \cdot \sin \theta / 2 \approx -M \cdot g \cdot \theta / 2 \quad 3 \text{ т.}$$

които се стремят да върнат системата в равновесие. Знакът минус показва, че те са насочени обратно на ъгъла на завъртане. Моментът на силите спрямо оста на въртене ще бъде

$$(1.14) \quad M = 2 \cdot F \cdot a / 2 = -M \cdot g \cdot a \cdot \theta / 2 \quad 2 \text{ т.}$$

и като вземем предвид връзката между ъглите (1.1)

$$(1.15) \quad M = -M \cdot g \cdot a^2 \varphi / 4 \cdot b$$

Използвайки явния вид за инерциония момент на пръчката и уравнение (1.12) получаваме

$$(1.16) \quad \ddot{\varphi} = - (3g/b) \cdot \varphi \quad 3 \text{ т.}$$

от където определяме честотата на хармоничните трептения

$$(1.17) \quad \omega = (3g/b)^{1/2} \quad 2 \text{ т.}$$

Общо заедно с (1.1) 18 точки

II начин

Представяйки кинетичната енергия T като квадратична функция на ъгловата скорост $\dot{\varphi}$, т.е. $T = \alpha \cdot \dot{\varphi}^2$, а потенциалната енергия U като

квадратична функция на ъгъла φ , т.е. $U = \frac{1}{2} \varphi^2$. Тогава честотата на хармоничните трептения се определя от израза $\omega = (\frac{1}{2} \varphi^2)^{1/2} / 5 \text{ т.}$

Кинетичната енергия при въртене на пръчката е

$$(1.22) \quad T = \frac{1}{2} I \dot{\varphi}^2 \quad 2 \text{ т.}$$

а потенциалната енергия можем да намерим, свързвайки ъгъла на завъртане φ с височината h , на която се повдига пръчката при това завъртане. От прости геометрични съображения се получава връзката между височината h и ъгъла φ

$$(1.23) \quad h = b \cdot (1 - \cos \varphi) \quad 3 \text{ т.}$$

Използвайки разложението на $\cos \varphi$ при малки ъгли получаваме

$$(1.24) \quad h \approx b \cdot \frac{\varphi^2}{2} \quad 2 \text{ т.}$$

или използвайки (1.1)

$$(1.25) \quad h = \frac{a^2 \varphi^2}{2b}$$

Следователно за изменението на потенциалната енергия при завъртане на ъгъл φ на пръчката получаваме

$$(1.26) \quad U = M \cdot g \cdot h = (M \cdot g \cdot a^2 / 2b) \varphi^2 \quad 1 \text{ т.}$$

откъдето получаваме честотата на хармоничните трептения

$$(1.27) \quad \omega = (3g/b)^{1/2} \quad 2 \text{ т.}$$

Общо заедно с (1.1) 18 точки

Задача 2:

а) Тъй като при изотермичен процес не ^{се} променя вътрешната енергия на идеален газ, то

$$(2.1) \quad Q_{12} = A_{12} = R \cdot T_0 \ln V_0 / V_1 = -R \cdot T_0 \ln 4 \quad 2 \text{ т.}$$

При изохорния процес не се извършва работа и погълнатата (отпадената) топлина е равна на промяната на вътрешната енергия на газа

$$(2.2) \quad Q_{23} = \Delta U = C_V (2T_0 - T_0) = C_V T_0 = 3 \cdot R \cdot T_0 \quad 2 \text{ т.}$$

Съответно при изотермичното разширение ще имаме

$$(2.3) \quad Q_{34} = 2 \cdot R \cdot T_0 \ln 4 \quad 1 \text{ т.}$$

а при изохорното охлаждане

$$(2.4) \quad Q_{41} = -3 \cdot R \cdot T_0 \quad 1 \text{ т.}$$

б) По дефиниция КПД на топлинен двигател се дава от

$$(2.5) \quad \eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \quad 2 \text{ т.}$$

където Q_1 е погълнатото, а Q_2 - отдаденото от газа количество топлина за един цикъл, т.е.

$$(2.6) \quad Q_1 = Q_{23} + Q_{34} \quad \text{и} \quad Q_2 = -Q_{12} - Q_{41} \quad 1 \text{ т.}$$

следователно за КПД получаваме

$$(2.7) \quad \eta = \frac{Q_{34} + Q_{12}}{Q_{23} + Q_{34}} = \frac{R \cdot T_0 \ln 4}{2RT_0 \ln 4 + 3RT_0} = \frac{\ln 4}{2 \ln 4 + 3} \quad 3 \text{ т.}$$

или

$$(2.8) \quad \eta = 24\% \quad 1 \text{ т.}$$

в) За цикъл на Карно имаме

$$(2.9) \quad \eta = 1 - T_{\text{охл}} / T_{\text{наг}} = 1 - T_0 / 2T_0 \quad 2 \text{ т.}$$

или

$$(2.10) \quad \eta = 50\% \quad 1 \text{ т.}$$

по-малкия КПД при цикъла на Стирлинг се дължи на необратимите загуби при изохорните процеси. / 2 т. /

г) При използването на "колектор" топлина ще се получава и отдава съответно само при изотермичното разширение и свиване (тъй като $Q_{23} = -Q_{41}$) при което

$$(2.11) \quad \eta = 1 + \frac{Q_{12}}{Q_{23}} = 1/2 \quad 2 \text{ т.}$$

или $\eta = 50\%$, т.е. при наличието на "колектор" КПД на машината на Стирлинг съвпада с тази на Карно.

Общо 20 точки

Задача 3:

През едната половина от периода T на променливото напрежение диода D е запушен и върху съпротивления R_2 ще има пад на напрежение с моментна стойност

$$(3.1) \quad U_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} R_2 \quad 1 \text{ т.}$$

където U е моментната стойност на външното напрежение. За време $T/2$ върху съпротивлението R_2 ще се отдели енергия

$$(3.2) \quad E_2 = \frac{U_2^2 T}{R_2} \quad 1 \text{ т.}$$

където $U_{\text{eff}} = U_{\text{eff}}(R_1 + R_2)$ е ефективната стойност на напрежението върху съпротивлението R_2 , а $U_{\text{eff}} = U_0 / \sqrt{2} / 1 \text{ т.}$, откъдето получаваме

(3.3)

$$E_2' = \frac{U_0^2 R_2 T}{4 \cdot (R_1 + R_2)^2} \quad 1 \text{ т.}$$

През другата половина на периода диодът е напълно отпушен. Общото съпротивление на свързаните паралелно съпротивления R_1 и R_2 е

(3.4)

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad 1 \text{ т.}$$

а моментната стойност на пада върху тях

(3.5)

$$u_{23} = \frac{u}{R_1 + R_{23}} R_{23} \quad 1 \text{ т.}$$

За тази половина от периода върху съпротивления R_2 и R_3 ще се отдели съответно енергия

(3.6)

$$E_2'' = \frac{U_{23eff}^2}{R_2} \frac{T}{2} = \frac{U_0^2 R_{23}^2 T}{4 R_2 (R_1 + R_{23})^2} \quad 1 \text{ т.}$$

и

(3.7)

$$E_3 = \frac{U_{23eff}^2}{R_3} \frac{T}{2} = \frac{U_0^2 R_{23}^2 T}{4 R_3 (R_1 + R_{23})^2} \quad 1 \text{ т.}$$

Средната мощност ще получим, като отделената енергия за един период разделим на неговата продължителност

(3.8)

$$P_2 = \frac{E_2' + E_2''}{T} = \frac{U_0^2 R_2}{4 \cdot (R_1 + R_2)^2} + \frac{U_0^2 R_{23}^2}{4 R_2 (R_1 + R_{23})^2}$$

и

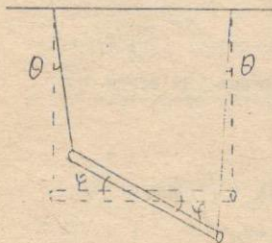
(3.9)

$$P_3 = \frac{E_3}{T} = \frac{U_0^2 R_{23}^2}{4 R_3 (R_1 + R_{23})^2} \quad 3 \text{ т.}$$

Замествайки с числените стойности получаваме

$$(3.10) \quad P_2 \approx 0.668 \text{ W} \quad \text{и} \quad P_3 \approx 0.355 \text{ W} \quad 1 \text{ т.}$$

Общо 12 точки



Фигура 1

ЗАБЕЛЕЖКА: Молим организаторите на Републиканския кръг максимално бързо да прегледат, оценят и изпратят в МОН /на Н.Велчев/ протокол и работите на учениците, които са получили 30 и повече точки. Заедно с тях изпратете справка за броя на участниците в училищния/ако имате/, регионалния и републиканския кръг. Посочете и телефони, на които на 15.V. да Ви съобщим имената на допуснатите ученици за подборния кръг, който ще се проведе на 21 и 22.V. в ИПКУ - Ст. Загора. От Централната комисия