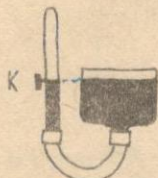


МИНИСТЕРСТВО НА НАРОДНАТА ПРОСВЕТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА
РЕПУБЛИКАНСКИ КРЪГ, 25 март 1990 г.

Задача 1. Получете формула, приближено изразяваща зависимостта на теглото на тяло от географската ширина. Определете отклонението на местната вертикала от направлението, зададено с радиуса на Земята, т.е. ъгълът между правата, по която действа теглото на тялото и радиуса. Пресметнете най-голямото отклонение в градуси, като приемете, че Земята е кълбо с радиус $R = 6350 \text{ km}$, а големината на земното ускорение на екватора е $g_0 = 9,7803 \text{ m.s}^{-2}$.

Полезна формула: $(1 + x)^a \approx 1 + ax$ при $x \ll 1$.



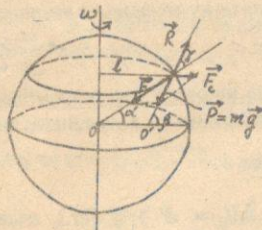
Задача 2. Тръбичка, несъдържаща въздух, е съединена с широк съд, пълен с живак. При отварянето на кранчето K в тръбичката навлиза стълб живак с височина h и маса m . Намерете обмененото количество топлина между живака и околната среда.

Задача 3. Монохроматичен светлинен лъч с прицелен параметър $\xi = \rho/R$ пада върху сферична водна капка с радиус R и относителен показател на пречупване $n = 4/3$. Тук ρ е разстоянието от лъча до успоредна на него права, която минава през центъра на капката. Правата, по която се насочва излизаният от капката лъч сключва ъгъл γ с направлението на падащия.

- Изведете израз, който свързва γ , ξ , n .
- При какви стойности на прицелния параметър ξ светлинният лъч ще излезе от капката точно назад.
- Намерете максималната стойност на γ в градуси. При каква стойност на прицелния параметър се реализира този ъгъл?
- Представете графично зависимостта $\gamma(\xi)$.

МИНИСТЕРСТВО НА НАРОДНАТА ПРОСВЕТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА
РЕШЕНИЯ на задачите от Републиканския кръг на олимпиадата по физика
25 март, 1990 г.

Задача 1. Нека тяло с маса m лежи на повърхността на Земята.



Фиг. 1

Основната причина за зависимостта на тялото $\vec{F}$ на тялото от географската ширина α (фиг. 1) е въртенето на Земята около оста и. Ето защо силата $\vec{F}$, с която Земята прилича тялото и реакцията на опората $\vec{R}$ не действат по една права. Тогава $\vec{P} = \vec{F} + \vec{F}_c$, тъй като $\vec{P} = -\vec{R}$. Тук $\vec{F}_c$ е центробежната сила. 3т.

От фиг. 1 следва, че

$$\begin{aligned} g \cos \beta &= f \cos \alpha - \omega^2 l, \\ g \sin \beta &= f \sin \alpha, \end{aligned} \quad 1\text{т.}$$

където е използвано $F_c = m\omega^2 l = m\omega^2 R \cos \alpha$ (1т.) и е положено $f = F/m$. При $\alpha = \beta = 0$, ускорението $g = g_0$ и следователно $f = g_0 + \omega^2 R = g_0(1 + \epsilon)$ (2т.). Тук е положено $\epsilon = \omega^2 R/g_0$. Тогава

$$g \cos \beta = g_0 \cos \alpha, \quad g \sin \beta = g_0(1 + \epsilon) \sin \alpha, \quad 1\text{т.}$$

откъдето

$$g = g_0 \sqrt{1 + 2\epsilon(1 + \frac{\epsilon}{2}) \sin^2 \alpha}. \quad 1\text{т.}$$

Като се отчете, че $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(24.60.60) = 7,27.10^{-5} \text{ s}^{-1}$, се получава $\epsilon = 0,00343 \ll 1$ (1т.) и следователно

$$g \approx g_0 \sqrt{1 + 2\epsilon \sin^2 \alpha} \approx g_0(1 + \epsilon \sin^2 \alpha). \quad 1\text{т.}$$

Отклонението на местната вертикала се определя от ъгъла $\gamma = \beta - \alpha$ (1т.). Тогава от равенствата, свързващи g , g_0 , α , β следва $\sin \beta \cos \alpha = (1 + \epsilon) \sin \alpha \cos \beta$ (1т.), откъдето

$$\sin \gamma = \epsilon \sin \alpha \cos \beta \approx \frac{\epsilon}{2} \sin 2\alpha. \quad 1\text{т.}$$

Като се отчете, че $\sin \gamma \sim \epsilon \ll 1$, може да се положи $\sin \gamma \approx \gamma$ (1т.). Тогава окончателно се получава

$$\gamma \approx \frac{\epsilon}{2} \sin 2\alpha. \quad 1\text{т.}$$

От приведената формула следва, че $\gamma_{\max} = \epsilon/2 \approx 6'$ и се реализира при $\alpha = 45^\circ$ (1т.).

Общо 17 точки

Задача 2. При отваряне на крана K атмосферното налягане p_a извършва работа

$$A = p_a \Delta V \Rightarrow A = p_a S \delta, \quad 17.$$

където S е площта на сечението на широкия съд, а δ — понижението на нивото на живака в него. Тъй като $p_a = p_{\text{вн}}$ (1т.) и $S \delta = \Delta V$ (1т.), където v е земното ускорение, ρ — плътността на живака, а δ — вътрешното сечение на тръбичката, тази работа може да се представи във вида

$$A = \rho v h \delta S = m g h, \quad 17.$$

При изпипане на живака в тръбичката потенциалната му енергия се увеличава с

$$\Delta W_p = \frac{m g h}{2}, \quad 27.$$

Същевременно изменението на нивото на живака в широкия съд е пренебрежимо (1т.). Тогава извършената работа, която отива за изменение на вътрешната енергия на живака е

$$A' = A - \Delta W_p = \frac{m g h}{2}, \quad 27.$$

Съгласно първия принцип на термодинамиката $\Delta U = A' + Q$ (1т.), където Q е обменното количество топлина между живака и околната среда. Тъй като $T = \text{const}$, $p_a = \text{const}$, то $\Delta U = 0$ (1т.). Тогава

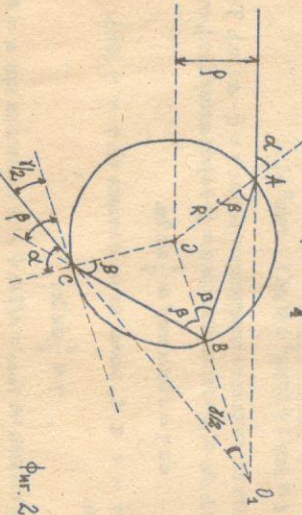
$$Q = -A' = -\frac{m g h}{2}, \quad 17.$$

Знакът „-“ показва, че количество топлина $Q' = m g h / 2$ се отделя в околната среда (1т.).

Общо 13 точки

Задача 3. Отчитането на сферичната симетрия на капката и законите за пречупване и отражение води до това, че траекторията на всеки лъч лежи в равнина, минаваща през центъра на капката (1т.). От фиг. 2 следва, че

$$\beta = \frac{1 + 2\alpha}{4}, \quad 27.$$



Фиг. 2

От закона за пречупване в точка A $\sin \alpha = n \sin \beta$ (1т.) и $\xi = \sin \alpha$ (1т.) следва

основното равенство

$$\sin \frac{1 + 2\alpha}{4} = \frac{\xi}{n}, \quad 17.$$

Тогава

$$\sqrt{1 + \sqrt{1 - \xi^2}} \sin \frac{1}{4} + \sqrt{1 - \sqrt{1 - \xi^2}} \cos \frac{1}{4} = \frac{2\xi}{n}, \quad 27.$$

Случаят $\xi = 0$ е възможен при произволни параметри

$$\xi_1 = 0, \quad \xi_2 = \frac{n}{2} \sqrt{4 - n^2} = 0,994, \quad 27.$$

За определяне на ξ_{max} трябва да се диференцира основното равенство по ξ и η и а да се разглеждат като функции на ξ . Тогава

$$\cos \left(\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{2} \right) \left(\frac{1}{2} \eta'(\xi) + \alpha'(\xi) \right) = \frac{2}{n}.$$

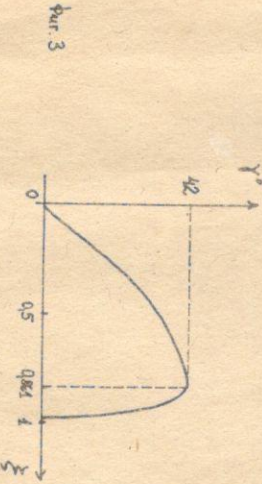
Като се отчете, че $\alpha' = 1/\sqrt{1 - \xi^2}$ се достига до израза

$$\eta'(\xi) = \frac{4}{n\sqrt{1 - (\xi/n)^2}} - \frac{2}{\sqrt{1 - \xi^2}} = 0, \quad 47.$$

От тук се определя

$$\xi = \sqrt{\frac{4 - n^2}{2}} = 0,861, \quad 27.$$

Тази стойност на ξ съответства на $\alpha = 59^\circ 20'$ (1т.) и следователно $\eta_{\text{max}} = 42^\circ 02'$ (1т.). На фиг. 3 е представена графически зависимостта $\eta(\xi)$ (1т.).



Фиг. 3

Общо 20 точки