

МИНИСТЕРСТВО НА КУЛТУРАТА, НАУКАТА И ПРОСВЕТАТА

Централна комисия за провеждане на олимпиадата по физика

Републикански кръг, 27 март 1988 г.

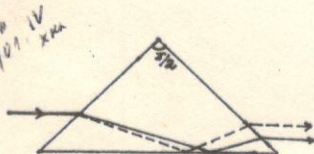
ЗАДАЧА 1: Вѝже с дължина l и маса m е окачено с двата си края А и В в една и съща точка. В момента $t = 0$ краят В се освобождава. Определете опъването T на вѝжето в точката на окачване А, когато краят В е паднал на разстояние $x < l$ от точката А. На колко е равно максималното опъване в точката А?

ЗАДАЧА 2: Ако в блюдо се капнат няколко малки капки живак те, при случайното си допиране, се сливат в една по-голяма капка. Големите капки не проявяват тенденция към сливане. При наличие на голям брой малки капки сливането им в една се оказва невъзможно. Дайте количествено описание на това явление! За простота считайте капките (както малките, така и големите) за сферични. Оценете радиуса R на n на брой малки капки, които лесно се сливат в една по-голяма. Числената оценка направете за $n = 2$, ако коефициентът на повърхностно напрежение на живака е $\sigma = 0,46 \text{ J/m}^2$, и плътността му е $\rho = 13,6 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

ЗАДАЧА 3: Върху правоъгълна призма с ръб $a = 4 \text{ cm}$ пада светлинен сноп лѝчи от червената и виолетовата област на спектъра. Показателят на пречупване на призмата за червената светлина е $n = 1,33$, а за виолетовата $n + \Delta n = 1,34$. Да се намери максималната допустима широчина d на падащия светлинен сноп, при която на изхода на призмата наблюдател ще може да раздели червения и виолетовия лѝч.

ПОЛЕЗНА ФОРМУЛА: $(1 + x)^p \approx 1 + px$, при $x \ll 1$ и произволно $p \neq 0$.

В условието на задачата са указани относителните показатели на пречупване.



Каргачев

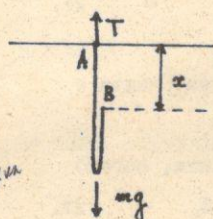
МИНИСТЕРСТВО НА КУЛТУРАТА, НАУКАТА И ПРОСВЕТАТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата по физика

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за оценяване на задачите от Републиканския кръг на олимпиадата

27 март 1988 г.

ЗАДАЧА 1: Движението на въжето става под действие на силата



$$F = mg - T, \quad 2\text{т.}$$

където g е земното ускорение, а T опъването в точката А. В движението участва само дясната част на въжето и масата ѝ се изменя. 2т.

Силата F променя импулса на движещата се част

$$F = mg - T = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \dot{p}, \quad 3\text{т.}$$

където с $\dot{p}$ е означена производната на импулса по времето. Краят В на въжето пада свободно

$$x = \frac{gt^2}{2}. \quad 2\text{т.}$$

Масата на движещата се част (въжето разглеждаме като хомогенно) е

$$\mu = \frac{m}{2l} (l - x). \quad 2\text{т.}$$

Тогава $p = \mu v = \frac{m}{2l} (l - x) \dot{x}$. 1т.

Тъй като $\dot{p} = \frac{mg}{2} (1 - \frac{3x}{l})$, 1т.

получаваме $T = \frac{mg}{2} (1 + \frac{3x}{l})$, 2т.

откъдето следва $T_{\max} = 2mg$. 1т.

За правилно направен чертеж 1т.

ОБЩО 17 точки

ЗАДАЧА 2: Нека с R означим радиуса на една малка капка. Тя ще притежава потенциална енергия в полето на силата на тежестта (спрямо дъното на блюдото) $E_{1, \text{пот}} = \rho V g R = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g$ 2т.

и повърхностна енергия $E_{1, \text{пов}} = 4\pi R^2 \alpha$. 2т.

При наличие на n капки те ще имат енергия

$$E_n = n(E_{\text{пот}} + E_{\text{кап}}) = 4\pi R^2 n \left(\alpha + \frac{1}{3} \rho g R \right). \quad 1\text{т.}$$

При сливането на капките се образува голяма сферична капка с радиус $R_0 = R n^{1/3}$ и енергия

$$E_0 = 4\pi R^2 n^{2/3} \left(\alpha + \frac{1}{3} \rho g R n^{1/3} \right). \quad 1\text{т.}$$

Сравняваме енергиите преди и след сливането на капките

$$\alpha = \frac{E_0}{E_n} = \frac{1}{n^{1/3}} \frac{\alpha + \beta n^{1/3}}{\alpha + \beta}, \quad 2\text{т.}$$

където $\beta = \frac{1}{3} \rho g R$.

Системата ще се намира в това състояние, в което енергията е минимална.

а) при малък брой n и малък размер на капките, когато $\alpha \gg \beta n^{1/3}$, 2т.

$$\alpha \approx \frac{1}{n^{1/3}} \frac{\alpha}{\alpha + \beta} < 1. \quad 2\text{т.}$$

и сливането на капките е енергетически изгодно!

б) при голям брой n

$$\alpha \ll \beta n^{1/3}, \quad \alpha \approx \frac{\beta}{\alpha + \beta} \cdot n^{1/3} \approx n^{1/3} > 1. \quad 2\text{т.}$$

Сливането на капките в една води до повишаване на енергията и следователно е енергетически неизгодно. От пункт а) следва, че при лесно сливане на капките

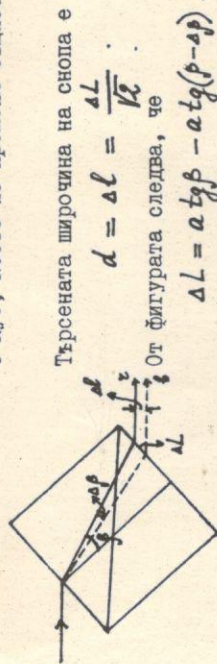
$$R \ll \left(\frac{3\alpha}{n^{1/3} \rho g} \right)^{1/2} \quad 2\text{т.}$$

$$\text{При } n = 2, \quad R \ll 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

1т.

ОБЩО 20 точки

ЗАДАЧА 3: Задачата се решава особено просто, ако призмата се замени с куб, което не променя същността на нещата.
 3т.



Търсената ширина на снопа е

$$d = \Delta L = \frac{\Delta L}{\sqrt{2}}. \quad 2\text{т.}$$

От фигурата следва, че

$$\Delta L = a \tan \beta - a \tan(\beta - \Delta \varphi). \quad 2\text{т.}$$

Тъй като

$$\sin \beta = \frac{1}{n\sqrt{2}}, \quad \sin(\beta - \Delta \varphi) = \frac{1}{(n + \Delta n)\sqrt{2}}, \quad 2\text{т.}$$

за ΔL получаваме

$$\Delta L = \frac{a}{\sqrt{2n^2 - 1}} \left[1 - \sqrt{\frac{2n^2 - 1}{2(n + \Delta n)^2 - 1}} \right] \quad 2\text{т.}$$

При $\Delta n \ll n$ изразът може да се опрости

$$\sqrt{\frac{2n^2 - 1}{2(n + \Delta n)^2 - 1}} \approx \sqrt{\frac{2n^2 - 1}{(2n^2 - 1) + 4n\Delta n}} = \left(1 + \frac{4n\Delta n}{2n^2 - 1} \right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{2n\Delta n}{2n^2 - 1}. \quad 1\text{т.}$$

$$d = \sqrt{2} a n \Delta n (2n^2 - 1)^{-3/2}$$

$$d = 0.02 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

1т.

ОБЩО 13 т.