

МИНИСТЕРСТВО НА НАРОДНАТА ПРОСВЕТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ПРОВЕЖДАНЕ
НА ОЛИМПИАДАТА ПО Ф И З И К А

РЕПУБЛИКАНСКИ КРЪГ, 19 април 1987 година

ЗАДАЧА 1. На фиг. 1 е показано окачването на математично махало с дължина ℓ и маса m : точката на окачването на махалото е прикрепена към единия край A на пружината, другият край B на която е закрепен неподвижно за стената. Пружината е нанизана върху хоризонталната пръчка C , като движението на пружината при деформацията ѝ се извършва без триене. Коефициентът на еластичност на пружината е K . Известно е, че когато махалото се люлее и минава през равновесното си положение, пружината не е деформирана, а когато махалото е в крайно положение, пружината е максимално деформирана.

1) Намерете с колко време ΔT ще се промени периодът на люлеене на махалото при това окачване, спрямо периода $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ на махалото, когато точката на окачването A е неподвижна.

Получете ΔT по два начина: чрез закона за изменение на енергията и със законите на динамиката.

2) Изчислете коефициента на еластичност на пружината, ако $\ell = 1\text{ m}$, $m = 0.5\text{ kg}$, $|\Delta T| = 10^{-5}\text{ s}$, $g = 9.8\text{ m/s}^2$.

Люлеенето на махалото се извършва с много малка амплитуда $A \ll \ell$ деформацията на пружината $x \ll A_0$, а масата m - пренебрежима.

ЗАДАЧА 2. В циклотрона заредените частици се въртят (фиг. 2) в магнитно поле и се ускоряват от електричното поле в процепите между електродите A и B . За резонансно ускорение на частиците от електричното поле честотата на въртене на частиците и честотата на електричното поле ν_0 трябва да съвпадат. На при големи скорости, съизмерими със скоростта на светлината, масата на частиците нараства и това води до необходимостта менни и магнитното поле така, че честотата на въртене на час-

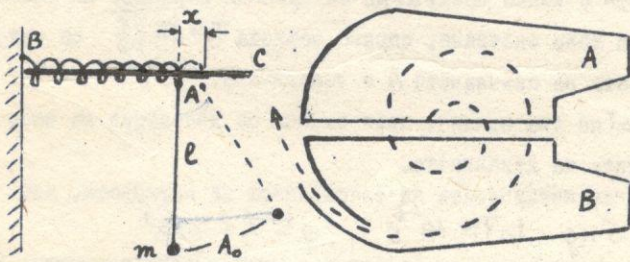
тиците да остава постоянна (синхотрон).

Намерете как трябва да меням индукцията B на магнитното поле в зависимост от кинетичната енергия E_k на частицата, че честотата ν_0 да остава постоянна. Масата на покой m_0 на частиците, зарядът им e и скоростта на светлината c са известни величини.

ЗАДАЧА 3.) Плосък кондензатор с диелектрик вакуум, с площ на пластинките S и разстояние между тях d , е зареден до напрежение U .

С каква сила F се привличат двете пластинки на този кондензатор?

2) Намерете налягането, което действа върху повърхността на наелектризирана сфера с радиус R и заряд q . Намерете и силата F с която двете ѝ половинки се отблъскват.



фиг 1.

фиг 2.

РЕШЕНИЯ

И УКАЗАНИЯ ЗА ОЦЕНКА

НА ЗАДАЧИТЕ ОТ РЕПУБЛИКАНСКИЯ КРЪГ

НА ОЛИМПИАДАТА ПО ФИЗИКА, 19 април 1987 г.

1. РЕШЕНИЯ НА ЗАДАЧИТЕ:

ЗАДАЧА 1. 1) Кинетичната енергия на системата махало, пружина, Земя

при преминаване през равновесно положение е $E_k = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$, където $v_{\max}$ е скоростта на махалото. В крайно положение потенциалнатаенергия на системата е $E_p = mgh + \frac{kx^2}{2}$ (2), където $h = \ell(1 - \cos\alpha) =$ $= \ell \sin^2 \frac{\alpha}{2}$, x - деформация на пружината. ($\sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx \frac{\alpha^2}{4}$, $h \approx \frac{1}{2} \ell \alpha^2$) $\alpha = \frac{A_0}{\ell}$ Последната определяме от закона $kx = T \sin \alpha$ (3), където T е опъването на нишката. При малки амплитуди $T = mg \cos \alpha$ (пренебрег-

ваме опъването вследствие на центробежните сили, тъй като амплитуда-

та на люлеене е много малка) (Фиг. 1); $kx = mg \cos \alpha \sin \alpha = mg \frac{1}{2} \sin 2\alpha$ $\approx mg \alpha$ (4). От тук $x = \frac{mg}{k} \alpha$ (5), $\frac{kx^2}{2} = \frac{m^2 g^2}{2k} \alpha^2$ (6).От закона за запазване на енергията $E_k = E_p$ намираме $\frac{1}{2} m v_{\max}^2 =$ $= \frac{1}{2} mg \ell \alpha^2 + \frac{m^2 g^2}{2k} \alpha^2$ (7). Но $v_{\max} = A_0 \omega$ (8), $\alpha = \frac{A_0}{\ell}$, където $\omega_0 = 2\pi/T_0$ е кръговата честота, а A_0 е линейната амплитуда.От (7), (6) и (8) получаваме: $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell} \left(1 + \frac{mg}{k\ell}\right)}$

$$= \sqrt{\frac{g}{\ell}} \sqrt{1 + \frac{mg}{k\ell}} \quad (10).$$

С приближение: $\omega \approx \omega_0 \left(1 + \frac{mg}{k\ell}\right) = \omega_0 + \omega_0^2 \frac{mg}{k\ell}$

$$-(\omega^2 - \omega_0^2) = \omega_0^2 \frac{mg}{k\ell}; -(\omega + \omega_0)(\omega - \omega_0) = \omega_0^2 \frac{mg}{k\ell}; \omega - \omega_0 = \Delta\omega \ll \omega_0$$

$$\omega + \omega_0 \approx 2\omega_0, -2\omega_0 \Delta\omega = \omega_0^2 \frac{mg}{k\ell}; \Delta\omega = -\frac{\omega_0}{2} \frac{mg}{k\ell}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \frac{\Delta T}{T} = -\frac{\Delta\omega}{\omega}, \Delta T = +\frac{T}{2} \frac{mg}{k\ell}$$

2) Уравнението на движение на махалото е $J \frac{d^2\alpha}{dt^2} = -mg\ell \sin \alpha$

$$\Rightarrow m \frac{d^2\alpha}{dt^2} \cos \alpha \ell, J = m\ell^2$$

(12). Но $kx = T \sin \alpha \approx mg \alpha$ (13),

$$(14) \Rightarrow \text{следов. } \left(\ell + \frac{mg}{k}\right) \frac{d^2\alpha}{dt^2} =$$

$$= -g\alpha \quad (15). \text{ От последното уравнение намираме } \omega = \sqrt{\frac{g}{\ell + \frac{mg}{k}}} \quad (5), \text{ от}$$

$$\text{където } \frac{\partial \omega}{\partial \ell} = -\frac{mg/k}{\ell^2}; \omega \approx \omega_0, \Delta\omega = -\frac{\omega_0}{2} \frac{mg}{k\ell} \quad (6); k = 78 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

ЗАДАЧА 2. Съгласно теорията на относителността $E_k = mc^2 - m_0c^2$ или $E_k = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m_0c^2$ (1). От тук $\sqrt{1-v^2/c^2} = 1/(E_k/m_0c^2 + 1)^2$ (2)

и $v = c \sqrt{(E_k/m_0c^2)^2 + 2E_k/m_0c^2} / (E_k/m_0c^2 + 1)$ (3).

Тъй като $\vec{v} \perp \vec{B}$, то центробежната сила $\frac{mv^2}{r} = Bev$ (4);

$mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ (5).

От (2), (3) и (5) намираме $mv = \frac{1}{c} \sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0c^2}$ (6).

Като решим съвместно (6) и (4), намираме

$B = \frac{\sqrt{E_k^2 + 2E_k m_0c^2}}{cev}$, $r = \frac{\sqrt{E_k(E_k + 2m_0c^2)}}{cev}$

Честотата $\nu_0 = \frac{eB}{2\pi m} = \frac{eB}{2\pi m_0 \sqrt{1-v^2/c^2}}$

Затова, като поставим $\sqrt{1-v^2/c^2} = \frac{E_k/m_0c^2 + 1}{\dots}$ от (2), на-

мираме, че $\nu_0 = \frac{eB}{2\pi m_0 (E_k/m_0c^2 + 1)}$, от където $\frac{E_k}{m_0c^2} + 1 = \frac{eB}{2\pi m_0 \nu_0}$

и $E_k = m_0c^2 \left(\frac{Be}{2\pi m_0 \nu_0} - 1 \right)$ (9). Т.е. индукцията трябва да расте линейно с E_k .

ЗАДАЧА 3. 1) Енергията на кондензатора е $\mathcal{E} = \frac{1}{2} qU$; $q = cU$, $c = \frac{\epsilon_0 S}{d}$

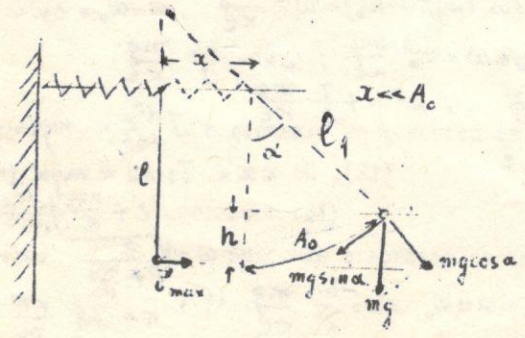
$\mathcal{E} = \frac{q^2}{2C}$ (2). Изменението на енергията му при промяна на d е $\Delta \mathcal{E}$

е $\Delta \mathcal{E} = \frac{q^2(d+\Delta d)}{2\epsilon_0 S} - \frac{q^2 d}{2\epsilon_0 S} = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S} \Delta d$ (3). Но $\Delta \mathcal{E} = F \Delta d$,

където F е силата на привличане и следов. $F = \frac{q^2}{2\epsilon_0 S}$ (4).

2). За сфера $\mathcal{E} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r}$, $C = 4\pi\epsilon_0 r$ (5); $p dv = p 4\pi r^2 dr = -\frac{d}{dr} \left(\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 r} \right)$ (6)

$p = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^4}$ (7), $F = p n r^2 = \frac{q^2}{32\pi^2 \epsilon_0 r^2}$ (8)



II. УКАЗАНИЯ ЗА ОЦЕНЯВАНЕ:

ЗАДАЧА 1. При пълно и вярно решение се дават	10 т.
При решение с един от методите -	5 т.
Ако са написани вярно равенства (2) - (5) или (12) - (15) -	3 т.
ЗАДАЧА 2. При пълно и вярно решение се дават	20 т.
Ако са написани уравнения (1) - (8) -	15 т.
Ако са написани уравнения (1) - (6) -	10 т.
Ако са написани уравнения (1) - (4) -	5 т.
ЗАДАЧА 3. При пълно и вярно решение се дават	20 т.
Ако е получен резултат (1) - (8) -	15 т.
Ако е получен резултат (1) - (4) -	10 т.
Ако е получен резултат (1) - (2) -	5 т.