

Кара аюва

МИНИСТЕРСТВО НА НАРОДНАТА ПРОСВЕТА
Централна комисия за провеждане на олимпиадата

Т Е М А

за Републиканския кръг на олимпиадата по ФИЗИКА
13 април 1986 г.

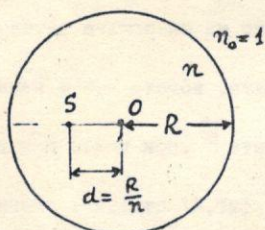
ЗАДАЧА 1: Язовирна стена има форма на правоъгълник с височина H и ширина L . Стената е вертикална. Намерете:

1. Натиска на водата в язовира върху стената, като приемете, че водата достига до горния край на стената. Плътността на водата е ρ .

2. Местото на приложната точка на този натиск.

ЗАБЕЛЕЖКА: Известно е, че $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

ЗАДАЧА 2: В сферична по форма капка течност с радиус R и с абсолютен показател на пречупване n е поставен точков източник на светлина S на разстояние $d = \frac{R}{n}$ от центъра O на капката /фиг.1/. Капката се намира във въздух с абсолютен показател на пречупване $n_0 = 1$.



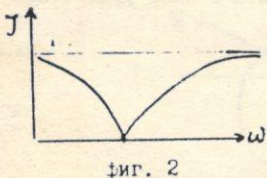
фиг. 1

1. Направете чертеж, от който да ^{вижда} как намирате образа S' на S .

2. Докажете, че при даденото положение на източника S отсъства един от дефектите на сферичните лещи, наречен сферична аберация /сферичната аберация се състои в това, че ако използвате различно отдалечени от оптичната ос лъчи за построяването на образ, получавате различни места на образ, получаване на различни места

3. Където според Вас може да се използва отсъствието на сферичната аберация в оптичната практика? /двуполюсник/

ЗАДАЧА 3: В една "черна" кутия са свързани резистор R , кондензатор с капацитет C и бобина с индуктивност L . Известно е, че два от посочените три елемента са свързани успоредно, и последователно на тях е свързан третият елемент. Към двата извода на "черната" кутия е било приложено променливо напрежение $U = U_0 \sin \omega t$ и е била регистрирана зависимостта на тока I от честотата ω при постоянна стойност на $U_0 / U_0 = \text{const}$. Получената зависимост $I = f(\omega)$ е показана на фиг. 2



фиг. 2

Омовото съпротивление на бобината се пренебрегва.

1. Разгледайте всички възможни комбинации на свързване и за всяка от тях начертайте примерна графика на импеданса Z в зависимост от честотата ω . Поне за един от разгледаните от Вас случаи изведете формулата за импеданса.

2. Начертайте примерната графика и на $J=f(\omega)$ за всички разгледани от Вас случаи.

3. Посочете какво е свързването на елементите в кутията.

ЗАДАЧА 4: Макара с тегло G и радиус R се привежда в движение от състояние на покой с помощта на нишка, която се размотава от макарата /фиг.3/. Единият край на нишката е закрепен за макарата, а на другият ѝ край А действа постоянна сила F така, че по време на движението на макарата ъгълът α , който сключва нишката с хоризонталната равнина е постоянен. Макаратата се търкаля без да се хлъзга, при коефициент на триене при търкаляне f . Радиусът на макарата, върху която е намотана нишката е r . Инерционният момент на макарата спрямо оста ѝ е J .

1. Начертайте прегледен чертеж за всички сили, които действуват върху макарата.

2. Като използване закона за изменението на енергията на една система от тела намерете:

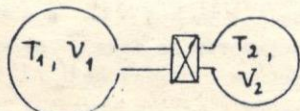
а/. Скоростта v_c на центъра C на макарата, когато той е изминал път S .

б/. Опази стойност на големината на силата $\vec{F}$, при която макарата няма да може да се търкаля.

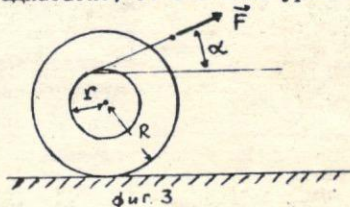
ЗАДАЧА 5: Два балона с обем V_1 и V_2 /фиг.4/ съдържат всеки по един киломол от един и същи газ. В тръбичката, която съединява двата балона, се намира газова турбинка. Първоначално газовете имат различни температури T_1 и T_2 и са разделени с преграда. В един момент преградата се премахва и турбината почва да се върти. Цялата система е адиабатно изолирана.

1. Каква максимална работа A може да се извърши след премахването на преградата?

2. Намерете крайната температура след настъпване на термодинамично равновесие. **ЗАБЕЛЕЖКА:** Процесите да се приемат обратими. Когато идеален газ изменя състоянието си адиабатно, то е в сила уравнението $p v^{5/3} = \text{const}$.



фиг. 4



фиг. 3

Варшава

МИНИСТЕРСТВО НА НАРОДНАТА ПРОСВЕТА

Централна комисия за провеждане на олимпиадата

РЕШЕНИЯ И УКАЗАНИЯ

за оценяване на задачите от Републиканския кръг на олимпиадата
по ФИЗИКА - 13 април 1986 година

ЗАДАЧА 1: На фиг. 1 е представена стената в профил. На дълбочина X от повърхността хидростатичното налягане е $p = \rho g x$ /1/. На една тясна ивичка с височина Δx на тази дълбочина натискат ще бъде $\Delta F = p \Delta S$ /2/ $\Delta S = L \Delta x$ и сл. $\Delta F = L \rho g x \Delta x$ /3/. Очевидно, поради симетрията приложната точка на силата F е в средата на тази ивичка. Сумирането на израза /3/ по X в граници от $X = 0$ до $X = H$ дава $F = \frac{1}{2} \rho g H \cdot L H$, $LH = S$ /4/. Този израз може да се получи и директно: налягането е линейна функция на дълбочината и сл. можем да въведем средно налягане, равно на средноаритметичното на най-малкото и най-голямото:

$$p_{\text{ср}} = \frac{0 + \rho g H}{2} = \frac{\rho g H}{2}. \text{ Тогава } F = p_{\text{ср}} L S = \frac{\rho g H}{2} L H$$

2. Да изчислим момента ΔM на силата ΔF спрямо точка А, намираща се в средата на горния ръб на стената: $\Delta M = \Delta F x$ /5/ $\Delta M = \rho g L x^2 \Delta x$ /6/. Сумарният момент е $M = \sum \Delta M$, като сумирането трябва да се извърши за стойности на X от 0 до H ;

Пресмятането на сумата $\sum x^2 \Delta x$ ще извършим така: да приемем, че $\Delta x = \text{const}$ и да разделим цялата височина H на n на брой такива ивички. Тогава $\sum x^2 \Delta x = \Delta x \sum x^2$, където X взема стойности $\frac{H}{n}, \frac{2H}{n}, \frac{3H}{n}$ и т.н. /7/. Тогава $\Delta x \sum x^2 =$

$$= \Delta x \left[\left(\frac{H}{n}\right)^2 + \left(\frac{2H}{n}\right)^2 + \left(\frac{3H}{n}\right)^2 + \dots \right] = \Delta x \frac{H^2}{n^2} [1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots] \quad /8/$$

Като вземем под внимание, че $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ за големи стойности на n получаваме $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 \approx \frac{n^3}{3}$ /9/ и сл.

$$\Delta x \frac{H^2}{n^2} (1^2 + 2^2 + \dots) = \frac{H}{n} \frac{H^2}{n^2} \cdot \frac{n^3}{3} = \frac{1}{3} H^3 \quad /10/$$

/Сумирането може да се извърши и чрез интегриране: $\int_0^H x^2 dx = \left(\frac{x^3}{3}\right)_0^H = \frac{H^3}{3}$ /9/. От тук получаваме $M = \rho g L H^3$ /9/

От друга страна стойността на този момент може да бъде получена и като произведението $F \ell$, където ℓ е разстоянието от т.А до приложната точка на F : $\frac{\rho g H}{2} L H \cdot \ell = \frac{1}{3} \rho g L H^3$ /11/, откъдето получаваме $\ell = \frac{2}{3} H$ /12/.

ЗАДАЧА 2: На фиг.2 е показан начинът за построяване на S' с

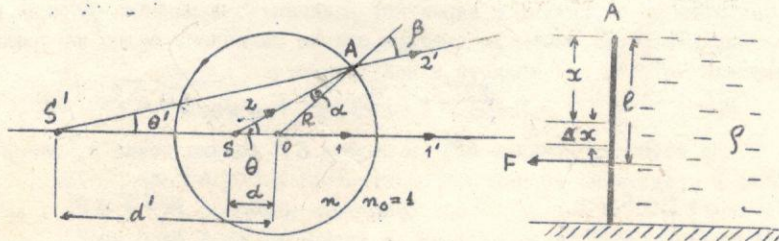
използване на двата лъча SO и SA /1 и 2/

2. От $\triangle SAO$ $\frac{d}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin \theta}$ /1/ $d = \frac{R}{\sin \theta} \sin \alpha$ според /2/.

но $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = n$ /3/ и сл. $\sin \beta = n \sin \alpha = \sin \theta$ според /2/.

От тук следва, че $\beta = \theta$ /4/ $\frac{d'}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \theta}$ /5/. Но $\theta' + \beta = \theta + \alpha$ и понеже $\beta = \theta$ според /4/, то следва, че $\theta' = \alpha$. Това дава за /5/ $d' = \sin \beta \frac{R}{\sin \alpha} = nR$ т.е. d' се получава независимо от α , което показва, че сферична аберация няма.

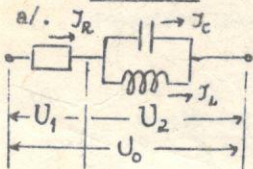
3. Отсъствието на сферична аберация в разглеждания случай се използва в т.н. имерсионни обективи. Ако обективът на един микроскоп се потопи частично в течност със същия показател на пречупване, както е и на лещата на обектива, полученият образ /който по-нататък се разглежда с окуляра/ ще бъде с контрастни граници. Разбира се, това се отнася за предмет /източника S /, чиито размери са малки.



фиг. 2

фиг. 1

ЗАДАЧА 3: 1. Възможни са три случая: а/, б/ и в/.



$$I_C = \frac{U_2}{X_C}, \quad I_L = \frac{U_2}{X_L}, \quad I_R = |I_C - I_L| = U_2 \left| \frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right|$$

$$U_1 = I_R X_R \quad (X_R = R, \quad X_C = \frac{1}{C\omega}, \quad X_L = L\omega)$$

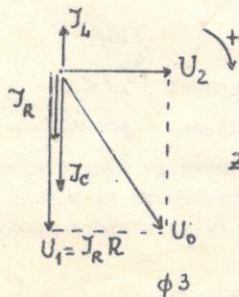
От векторната диаграма следва:

$$U_0^2 = U_1^2 + U_2^2 = I_R^2 \left[X_R^2 + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2 \right] = I_R^2 Z^2, \quad \text{при } \omega = 0 \quad Z = R$$

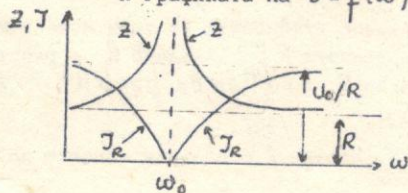
$$\text{при } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Z = \infty$$

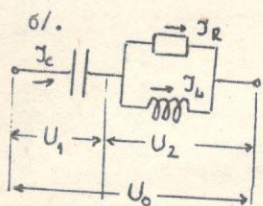
$$\text{при } \omega \rightarrow \infty \quad Z = R$$

което илюстрира фиг. 3. На същата е и графиката на $I = f(\omega)$



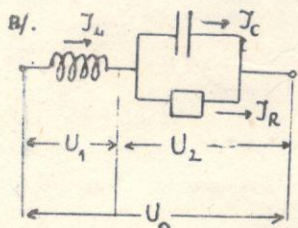
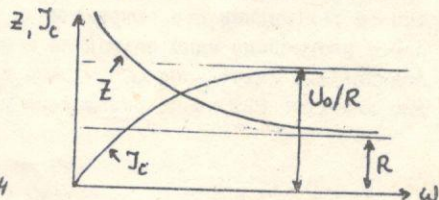
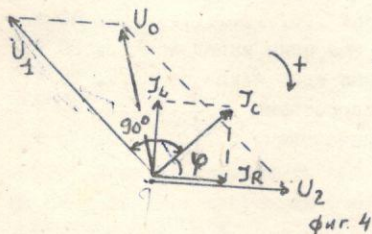
фиг. 3



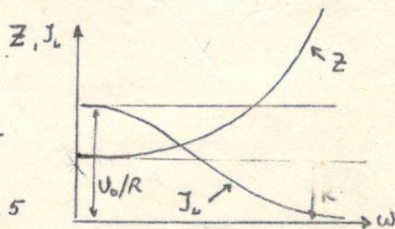
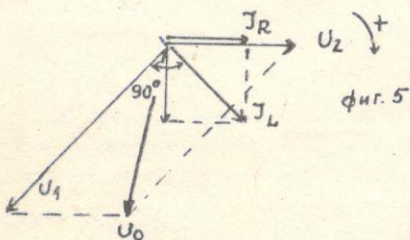


В този случай при $\omega = 0$ /на постоянен ток/ кондензаторът оказва безкрайно голямо съпротивление. При $\omega \rightarrow \infty$, $Z = R$ тъй като $X_C \rightarrow 0$ а $X_L \rightarrow \infty$ /фиг. 4/

От векторната диаграма личи, че е възможно J_C да бъде във фаза с U_0 , тогава $Z = R$.



В този случай при $\omega = 0$, $Z = R$, при $\omega \rightarrow \infty$, $Z = \infty$ /тъй като $X_L = \infty$ /фиг. 5/



От разгледаните случаи личи, че свързването е по а/.

УКАЗАНИЯ

ЗАДАЧА 1:

1. При пълно и вярно решение да се дадат 35 т.
2. Ако е достигнат резултатът $/5/$ 25 т.
3. Ако е достигнат резултатът $/4/$ 15 т.
4. За формула $/1/$ 5 т.

ЗАДАЧА 2:

1. При пълно и вярно решение да се дадат 25 т.
2. При наличие на формулите $/1/ - /4/$ 15 т.
3. Ако графически е показано построението на образа 10 т.

ЗАДАЧА 3.

1. При пълно и вярно решение да се дадат 40 т.
2. Ако са разгледани две свързвания и има един извод за Z ... 30 т.
3. Ако е разгледано едно свързване и има един извод за Z ... 20 т.
4. Ако има две свързвания разгледани качествено 10 т.
5. Ако има едно свързване разгледано качествено 5 т.