

INSTITUT DES HAUTES ETUDES

POUR LE DEVELOPPEMENT DE LA CULTURE, DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE EN BULGARIE

[http ://balkanski-foundation.org/](http://balkanski-foundation.org/)

Concours Général de Physique «Minko Balkanski»

Задочен кръг
Май-юни 2022

Инструкции за участие. Моля, изпращайте решения си до 30-ти юни на Любен Личев на адрес lubem@abv.bg. Решенията могат да са сканирани или снимани с **добро качество на изображението**. В случай, че изображенията са твърде големи, за да бъдат прикачени към писмо, можете да ги качите в избрана от вас платформа (Dropbox, Google Drive, One Drive, . . .), така че да са достъпни за сваляне през публичен линк, който ще изпратите в писмото си до Любен Личев. Във всички случаи, не пропускайте да отбележите в писмото си следните данни: **трите имена, клас** (най-много 11-ти за 2021/2022), **град, училище, електронен адрес, телефон за връзка, тема** (математика или физика). Не се разрешава повторно изпращане на решения, добавки, корекции и т.н. В задочния кръг се разрешава едновременно участие в конкурсите по математика и физика, като в този случай изпращайте решенията на двете теми отделно. С първенците ще се свържем през юли. Конкурсът е индивидуален.

Въпросите, отбелязани с *, са с повишена трудност. Можете да използвате резултатите от предишни въпроси без доказателство. Частични решения също се оценяват.

Успех!

Електричеството се е превърнало в необходимост и често е приемано за даденост. Ще разгледаме няколко метода за генериране на електричество и ще се опитаме да ги анализираме - да изразим ключови параметри, както и да представим ограниченията на технологиите.

В рамките на проекти и планове за устойчиво развитие се дискутира идеята за генериране на електричество базирано на възобновяеми източници, които да имат ниски мощности и да захранват изолирани обекти. В същото време конвенционалният подход е да се използват електроцентрали, които да захранват дори милиони домакинства.

1 Ветрогенератори

Моделизиране на въздушния поток

Първият метод, който ще разгледаме, е генериране на електричество чрез ветрогенератор.

Ветрогенераторът е устройство, което преобразува кинетичната енергия на вятъра в механична енергия (посредством турбина с хоризонтална ос на въртене, насочена срещу вятъра), която след това, най-често, бива трансформирана в електроенергия. Обикновено биват инсталирани на места, където климата предразполага към постоянен вятър (напр. морски бриз), могат да бъдат част от по-голям ветрогенераторен парк (множество ветрогенератори инсталирани в една местност) или да бъдат инсталирани самостоятелно. Често биват споменавани като тип зелена енергия, главно защото работят благодарение на вятъра, който е неизчерпаем източник на енергия.

За допълнително увеличаване на ефективността им, в някои случаи ветрогенераторите имат възможност да се завъртат по посоката, от която идва вятъра. Всеки ветрогенератор има нужда от минимална скорост на вятъра v_{min} , за да се задвижи, както и максимална скорост на вятъра v_{max} , при която може да се използва.

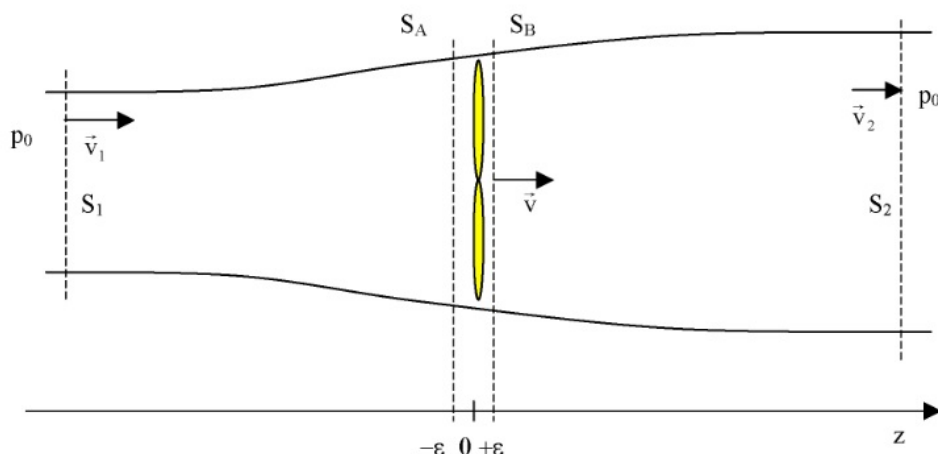
Нека започнем анализа си, като направим следните хипотези:

- Считаме въздуха за идеален флуид, който е хомогенен, несвиваем и има плътност $\rho(kg/m^3)$.
- Считаме движението на въздуха за стационарно и за имащо аксиална симетрия около оста на въртене на турбината.
- Отправната система, в която работим, е инерциална.
- Налягането на въздуха на голямо разстояние от ветрогенератора е равно на атмосферното налягане p_0 .
- Въздушният поток през ветрогенератора е изобразен схематично на фигура 1. Напречните сечения S_a и S_b на въздушния поток непосредствено преди и след ветрогенератора са равни помежду си и отбелязваме с p_a и p_b налягането на въздуха респективно непосредствено преди и след ветрогенератора.
- Налягането на въздуха запазва една и съща стойност, когато се видим в равнина перпендикулярна на оста на въртене, докато сме във въздушния поток на ветрогенератора.
- Пренебрегваме теглото на въздуха.
- Приемаме, че скоростта на въздуха непосредствено преди и непосредствено след ветрогенератора е еднаква.

Нека започнем анализа си върху механичната част на ветрогенератора:

1. Дискутирайте всяка от хипотезите (с по 1-2 изречения!) като обърнете внимание на това до колко са правдоподобни.
2. Изразете масовия поток $D_M(kg/s)$ през дадените напречни сечения (S_1, S_2, S_a, S_b) и използвайте това, че тази величина се запазва, достигнете до две зависимости между $S_1, S_2, S(S = S_a = S_b), v_1, v_2, v(v = v_a = v_b)$. Обосновайте защо D_M се запазва.
3. Прилагайки уравнението на Бернули първо между S_1 и S_a , след това между S_b и S_2 , изразете съответно p_a и p_b като функции на p_0, ρ, v и съответно v_1 и v_2 .





Фигура 1 – Схематично представен въздушен поток около ветрогенератор.

4. ДОПЪЛНИТЕЛЕН ВЪПРОС: Защо не можем да приложим уравнението на Бернули директно между S_1 и S_2 ?
5. Представете схематично как скоростта на флуида и налягането му се променят като функция на z . Коментирайте.
6. Търсим каква е силата, която въздуха прилага върху ветрогенератора. За целта разглеждаме тънък цилиндър от въздух, който преминава през ветрогенератора, анализирайки го достига-ме до извода, че на системата действат три сили - сила породена от налягането върху S_a , сила породена от налягането върху S_b и силата, с която ветрогенератора действа върху въздуха. Сумата на тези три сили е равна на нула. Използвайки тази информация, намерете силата, която въздуха прилага върху ветрогенератора.
7. Прилагайки същата техника, но този път за системата съставена от въздуха между S_1 и S_2 , получаваме следното равенство: $F = -D_M(v_2 - v_1)$. Използвайки този резултат покажете че $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$.
8. Изразете мощността получена от ветрогенератора като функция на ρ , S , v_1 и $x = \frac{v_2}{v_1}$.
9. Добре известен факт е, че ветрогенераторите имат максимална теоретична ефективност, която ще се опитаме да намерим. В предишния въпрос изразихме мощността на ветрогенератора като функция на x . Намерете максимума и, използвайки метод по ваш избор (числени методи са приложими).
10. Ефективността на ветрогенератора се дефинира като отношението между мощността, доби-та от ветрогенератора, и потока от кинетична енергия, който попада върху ветрогенератора $r_{eth} = \frac{P}{E_k}$. Изразете потока от кинетична енергия през напречното сечение S_1 , където потока от флуид има скорост v_1 , както е описано в задачата. Изразете теоретичната ефективност r_{eth} като функция на x .
11. Пресметнете числените стойности за мощността P_{Max} и r_{eth} за $\rho = 1.3 \text{ kg.m}^{-3}$, $v_1 = 12 \text{ m.s}^{-1}$, $S = 1.4 \text{ m}^2$ и x е избрано по такъв начин, че добитата мощност да е максимална.
12. Отчитайки допълнителни реални ефекти (като например турбулентно движение на въздуха при преминаването му през ветрогенератора) се оказва, че реалната мощност е по-ниска от теоретичната и може да бъде изразена като $P_{real} = \frac{1}{2} C_p \rho S v_1^3$, където C_p е коефициент на про-изводителност. Каква е максималната възможна стойност на C_p ? Минималната? Използвайки числените стойности от по-рано и коефициента $C_p = 0.25$ даден от производителя, намерете каква мощност би имал един такъв ветрогенератор. Коментирайте.

Как генерираме електроенергия?

За момента сме обяснили как вятъра задвижва турбината и колко е ефективен в изпълняването на тази задача. Въпросът, на който все още не сме отговорили, е как използваме това въртеливо

движение, за да генерираме електричество. Ще се опитаме да анализираме тази част от ветрогенератора в следващите няколко въпроса.

Въртенето на турбината се пренася върху генератор. Генераторът е съставен от правоъгълна рамка, върху която има намотан N пъти проводник. Тази рамка се намира в хомогенно и постоянно магнитно поле $\vec{B} = B\vec{e}_y$ и се върти около ос, която разпознаваме като оста Oz . Рамката се върти с ъглова честота ω , която е зададена от турбината (анализирана в първата част на задачата) и в тази част от задачата считаме за константна.

13. Изразете потока на магнитното поле ϕ_1 през 1 намотка върху рамката като функция на S_c - лицето на рамката, B - интензитета на магнитното поле, и θ - ъгълът, който рамката сключва с посоката на магнитното поле.
14. Проводник е намотан N пъти върху рамката. Какво е електродвижещото напрежение измерено от волтметър включен в двата края на този проводник? Изразете го като функция на S_c , N , B , θ и ω .
15. Ще приемем, че така получената намотка има пренебрежимо съпротивление и индуктивност. Резистор със съпротивление R е включен към намотката и образува електрическа верига. Представете схематично еквивалентна схема на дадената верига като отбележете внимателно посоката на тока и падовете на напрежение върху всеки елемент. Изразете i_1 - токът течащ през резистора.
16. Сравнете мощността на резистора в тази конфигурация с мощността на турбината. Коментирайте.
17. ДОПЪЛНИТЕЛЕН ВЪПРОС: Електричеството, което се ползва за домакински нужди е променливо и с честота 50Hz. Каква би била честотата на електричеството генерирано с нашия ветрогенератор? Как бихме могли да променим тази честота и да я изравним с номиналната честота от 50Hz (по възможност с минимални загуби)?

2 Соларни панели

Друг обичайно заподозрян възобновяем източник на енергия е слънцето. Ще разгледаме и анализираме устройство, което използва слънчевата енергия, за да генерира електричество.

Фотоволтаични системи

Фотоволтаичните системи се състоят от соларни панели, които от своя страна са съставени от соларни клетки, които най-често са полупроводникови елементи, успяващи да създадат електрическа енергия посредством фотоволтаичния ефект.

Ще разгледаме една такава клетка, която може да бъде разгледана като елемент в електрическа схема. Можете да приемете, че токът течащ през нея следва закона:

$$i = I_s(e^{\frac{v}{U_0}} - 1) - \alpha SE \quad (1)$$

като $I_s = 0.1nA$, $U_0 = 26mV$, $S = 12cm^2$ и $\alpha = 0.35A.W^{-1}$, където S е площта на клетката, α е коефициент отразяващ загубите и E е интензитетът на слънчевата светлина.

1. При ясно небе, когато условията са оптимални за фотоволтаичната ни система, интензитетът на слънчевата светлина е $E_1 = 800W.m^{-2}$, при облачно време имаме $E_2 = 300W.m^{-2}$ и при лошо време $E_3 = 100W.m^{-2}$. Пресметнете напрежението генерирано между входа и изхода на клетката, ако тя не е включена във верига ($i = 0$), за всеки от трите предложени интензитета E_1 , E_2 и E_3 . Намерените напрежения означете съответно с U_{c1} , U_{c2} и U_{c3} .
2. Пресметнете какъв ток тече през веригата като входа и изхода на клетката са свързани на късо (свързани са посредством проводник с пренебрежимо съпротивление) за всеки от трите предложени интензитета E_1 , E_2 и E_3 .
3. Изобразете графиките $i(u)$ за всеки от трите интензитета върху една и съща координатна система като нанесете точките пресметнати в предишните въпроси.
4. Изразете мощността добита от клетката като функция на напрежението $P(u)$. Коментирайте кога тази мощност е положителна и кога е отрицателна.

От сега нататък ще работим само с $E = 800W.m^{-2}$

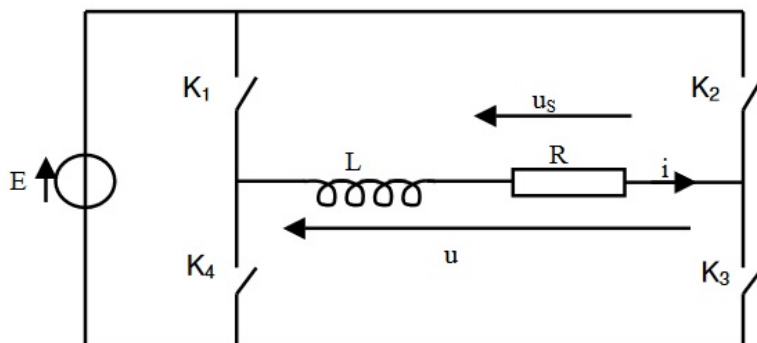
- Намерете за каква стойност на напрежението u , генерираната мощност е максимална. Пресметнете стойността на тока i , която отговаря на това напрежение. Включваме резистор към входа и изхода на клетката, пресметнете какво съпротивление R трябва да има, за да достигнем максимална генерирана мощност. Ще приемем, че $e^{\frac{u}{V_0}} \gg 1$. Напомняме, че се приемат както аналитични така и числени решения.
Ако решите да пропуснете първата част на въпроса (коствайки Ви половината от точките за този въпрос), можете да приемете $u = 0.49V$ и да използвате тази стойност, за да отговорите на останалите въпроси.
- Дефинираме коефициента на полезно действие (КПД) η на клетката като отношението между максималната генерирана мощност към соларната мощност попаднала върху клетката. Изразете η чрез параметрите на проблема, пресметнете числената и стойност. Коментирайте.

Ще опитаме да повишим производителността на системата ни, като свържем множество клетки една с друга.

- Включваме успоредно n_p еднакви системи състоящи се от n_s последователно свързани фотоволтаични клетки. Изразете напрежението U_D между терминалите на системата и тока I_D преминаващ през тези терминали, ако всяка клетка работи при такива условия, че генерираната мощност е максимална.
- Намерете какво съпротивление R_M трябва да включим към системата, за да може условията за работа при максимална мощност на всяка клетка да са удовлетворени. При този режим на работа R_M би бил консуматор на ток, който захранваме директно. Какви са недостатъците на този режим на работа, до колко би бил практичен за домакинства?
- Вместо да включваме съпротивлението R_M към нашата система от соларни клетки, която ще наричаме соларен панел, сега ще включим акумулатор с пренебрежимо вътрешно съпротивление и с напрежение $24V$. Какво е съпротивлението върху всяка клетка? Пресметнете колко ток минава през всяка клетка и през батерията. Пресметнете каква мощност бихме могли да генерираме с този соларен панел. Оценете средно генерираната мощност върху период от една седмица.

Инвертор

Използвайки системата соларен панел и акумулатор, ние генерираме постоянен (прав) ток, докато в домакинствата се ползва променлив ток. Ще се възползваме от устройство наречено инвертор, за да превърнем постоянния ток в променлив. Принципната схема на опростен вариант на инвертор е показана, като L е самоиндукцията на намотка, R е съпротивлението на резистор, E е напрежението на идеален генератор и K_1, K_2, K_3, K_4 са електронно контролирани прекъсвачи. Прекъсвачите работят по следния начин:



За $nT < t < (n + \frac{1}{2})T$, K_1 и K_3 са затворени, K_2 и K_4 са отворени

За $(n + \frac{1}{2})T < t < (n + 1)T$, K_2 и K_4 са затворени, K_1 и K_3 са отворени

T е параметър на проблема, докато $n = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ е естествено число (0 включително)

10. Опишете качествено (НЕ количествено) как инверторът описан по-горе би преобразувал постоянен ток в променлив синусоиден ток.
11. Искаме да захраним сешоар използвайки електричеството генерирано от соларния панел. Както бе описано по-рано, панелът е включен към акумулатор, който е източник на постоянно напрежение от $24V$, към него ще включим инвертор, сходен с описаният по-рано (като сешоарат в някакъв смисъл ще е на мястото на R в принципната схема). На опаковката на сешоара пише: "Захранване: $220-240V$, $50/60Hz$, $1400W$ ". Опишете различните проблеми, които биха могли да възникнат при реализирането на този експеримент и как биха могли да се решат.
12. Основната цел на инвертора е да преобразува правия ток в променлив ток с дадена честота f . Имайки предвид принципната схема, възможно ли е на изхода на инвертора да има паразитни токове с честота $2f, 3f$ или други? Обяснете защо. Как биха се отразили на битовата техника такива паразитни честоти и как бихме могли да ги остраним?

3 Електроцентрала

Нека разгледаме електроцентрала тип ТЕЦ, които произвеждат около 40% от електроенергията на България.

Нека предположим, че използваме типична за редица електроцентрали система, която да превръща топлинната енергия в електроенергия. Тази система се състои от първичен и вторичен кръг за топлообмен. През първичния кръг тече флуид, който е в термичен контакт с камерата, където се извършва горенето, като също преминава през топлообменник, където предава енергия на вторичния кръг. Ние ще изучаваме единствено вторичния кръг.

По вторичния кръг също така тече флуид, за който ще предположим, че е вода и водни пари, и преминава през следните етапи:

- След изхода на топлообменника водата е изцяло в газообразно състояние, температурата и е T_2 и налягането p_2 .
- Водните пари преминават през турбина, която задвижват и където претърпяват обратимо адиабатно свиване. Повреме на това адиабатно свиване 17% от парите кондензират и преминават в течно състояние. След изхода на турбината температурата е T_1 и налягането p_1 . Турбината задвижва електрически генератор, който генерира електроенергия (както името му подсказва).
- Флуидът след това преминава през кондензатор, където парите се кондензират при постоянни температура и налягане. На изходът му флуидът е в изцяло течно състояние.
- Флуидът преминава през компресор, където претърпява обратимо адиабатно свиване, повреме на което считаме температурата за постоянна. След изхода му налягането е p_2 и температурата T_1 .
- Водата преминава през топлообменника, където бива изобарно нагрята до температурата на кипене при налягане p_2 , след което бива нагривана докато не премине изцяло в газообразно състояние и парите не достигнат температурата T_2 .

Числени стойности: $T_1 = 303K$; $T_2 = 773K$; $p_1 = 0.04bar$; $p_2 = 40bar$

специфична енталпия (енталпия на единица маса): за водните пари $h_v(T_2; p_2) = 3.45 MJ.kg^{-1}$, $h_v(T_1; p_1) = 2.55 MJ.kg^{-1}$, и за водата в течно състояние $h_l(T_1; p_1) = 0.209 MJ.kg^{-1}$, $h_v(T_1; p_2) = 0.213 MJ.kg^{-1}$

Прилагайки първия принцип на термодинамиката за подходящо подобрена система, можем да изведем следната формула, която да е приложима за системи в стационарен режим на работа:

$$\Delta h = w_u + q \quad (2)$$

Където h е специфичната енталпия на системата, w_u е специфичната полезна работа (работата, която се върши от подвижни елементи върху системата), q е количеството топлина върху единица маса получено от системата. Можете да използвате така представената формула без доказателство.

1. Представете схематично по-горе описания вторичен кръг, като прецизирате температурата и налягането след всяка трансформация на флуида.

2. Представете описаният цикъл върху диаграма на Клапейрон (или още (p, v) диаграма), като също така начертайте двете изотерми на температури T_1 и T_2 .
3. Опишете качествено стъпките и трансформациите, през които преминава енергията, по пътя си от въглищата до домакинството на потребителите.
4. Пресметнете каква е специфичната полезна работа получена от флуида в компресора w_{u1} .
5. Пресметнете каква е специфичната топлина получена от флуида в топлообменника q_1 .
6. Пресметнете каква е специфичната полезна работа предадена от флуида на електрогенератора w_{u2} .
7. Дефинирайте и пресметнете коефициента на полезно действие (КПД) на вторичния цикъл.
8. Какво би било КПД на двигател на Карно работещ между същите две температури?
9. След като вече имаме оценка за КПД на електроцентраля, нека опитаме да оценим колко килограма въглища биват изгорени за денонощие в България с цел енергодобив. Използвайте данните по-долу.

калоричност на въглища $C = 3500 \text{ kcal/kg}$; комбинирана мощност на ТЕЦ в България $W = 6900 \text{ MW}$

4 Равносметка

След като разгледахме три различни метода за добив на електроенергия, ще се опитаме да ги сравним и да определим техните предимства и недостатъци.

1. Оценете електрическото потребление на едно домакинство.
2. Предположете, че три среднестатистически домакинства се захранват съответно изцяло с ветрогенератори, изцяло със соларни панели и изцяло с електроенергия генерирана в електроцентраля тип ТЕЦ. Колко ветрогенератора са необходими на първото домакинство, колко соларни панела на второто и колко килограма въглища биват изгорени, за да генерират електроенергията на третото?
3. Защо горният анализ е непълен? Какви са плюсовете и минусите на различните методи, които представихме?