

Задание 9.1. «Серый» ящик

Ящик с тремя выводами содержит источник постоянного напряжения $\mathcal{E}$ и два резистора. Указанные элементы соединены по одной из двух схем, представленных на рис. 1.

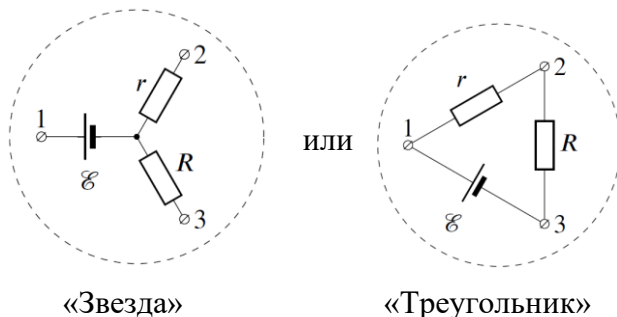


Рис. 1



Фото 1

На крышке ящика выводы в произвольном порядке помечены буквами A , B и C . Внутреннее сопротивление источника, пренебрежимо мало по сравнению с сопротивлениями резисторов r и R .

1. Установите, по какой из схем («звезда» или «треугольник») соединены элементы.
2. Установите соответствие между точками «1», «2», «3» и выводами A , B и C , считая, что $r < R$.
3. Определите значение напряжения $\mathcal{E}$ источника и сопротивления резисторов r и R .
4. Оцените погрешности результатов.

Оборудование. «Серый» ящик, мультиметр со щупами.

Внимание!

- 1) В начале решения обязательно укажите номер «серого» ящика (на фото это № 36).
- 2) Запрещается «закорачивать» выводы ящика (например, с помощью проводов мультиметра, его щупа и т.д.).
- 3) Внутреннее сопротивление мультиметра в режиме измерения напряжения может существенно отличаться от стандартного для данного прибора.

Э-9.1. Возможное решение. Внимание! Все измеренные значения приведены для авторской установки.

1. Измерим напряжение между выводами A и B , A и C , B и C :

$$U_{AB} = 0,00 \text{ В}, U_{AC} = 12,73 \text{ В}, U_{BC} = 6,82 \text{ В}.$$

Пусть в ящике элементы соединены «треугольником». Тогда между выводами A и B должен быть резистор практически нулевого сопротивления. Однако, в таком случае, остальные два напряжения должны совпадать (или быть очень близкими), что не наблюдается. Значит, в ящике элементы соединены «звездой».

2. По тем же измерениям установим соответствие между выводами. Так как напряжение между выводами A и B равно нулю, источник подключён к выводу C (то есть $C \rightarrow 1$). Напряжение между выводами A и C больше, следовательно, резистор, подключённый к выводу A , имеет меньшее сопротивление (то есть $A \rightarrow 2$). Соответственно, $B \rightarrow 3$.
3. Различие между полученными значениями напряжения ($U_{AC} \neq U_{BC}$) показывает, что вольтметр нельзя считать идеальным!

Кроме того, омметр, даже в режиме 2 МОм, подключённый к выводам A и B (2 и 3), «зашкаливает», что говорит о том, что $r + R > 2 \text{ МОм}$.

Вариант 1. У мультиметра минимальный предел измерения силы тока 200 мкА (серия 830).

4. Переведём мультиметр в режим микроамперметра (предел 200 мкА) и измерим силу тока между всеми парами выводов. Получим значения:

$$I_{AB} = 0, I_{AC} = 37,7 \text{ мкА}, I_{BC} = 10,6 \text{ мкА}.$$

5. Пусть R_V – сопротивление прибора в режиме вольтметра. Тогда:

$$U_{AC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + r}, \quad U_{BC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + R}.$$

С другой стороны, $\mathcal{E} = I_{AC}r = I_{BC}R$.

Отсюда получаем, что

$$\begin{aligned} \frac{R}{r} &= \frac{I_{AC}}{I_{BC}} = \frac{37,7}{10,6} = 3,56. \\ \frac{R_V + R}{R_V + r} &= \frac{U_{AC}}{U_{BC}} = \frac{12,73}{6,82} = 1,87 \Rightarrow R_V + 3,56r = 1,87R_V + 1,87r. \\ &\Rightarrow r = 0,514R_V. \end{aligned}$$

Подставим найденное значение:

$$\begin{aligned} U_{AC} &= \frac{\mathcal{E}}{1 + 0,514} \Rightarrow \mathcal{E} = 1,514U_{AC} = 1,514 \cdot 12,73 \text{ В} \approx 19,3 \text{ В}. \\ r &= \frac{\mathcal{E}}{I_{AC}} = \frac{19,3 \text{ В}}{37,7 \text{ мкА}} = 512 \text{ кОм}, \quad R = \frac{\mathcal{E}}{I_{BC}} = \frac{19,3 \text{ В}}{10,6 \text{ мкА}} = 1,82 \text{ МОм}. \end{aligned}$$

Вариант 2. У мультиметра минимальный предел измерения 2000 мкА (серия 832, 838).

4. Переведём мультиметр в режим микроамперметра (предел 2000 мкА) и измерим ток между всеми парами выводов. Получаем значения:

$$I_{AB} = 0, I_{AC} = 38 \text{ мкА}, I_{BC} = 11 \text{ мкА}.$$

5. Пусть R_V – сопротивление прибора в режиме вольтметра. Тогда

$$U_{AC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + r}, \quad U_{BC} = \frac{\mathcal{E}R_V}{R_V + R}.$$

С другой стороны, $\mathcal{E} = I_{AC}r = I_{BC}R$.

Отсюда получаем, что

$$\frac{R}{r} = \frac{I_{AC}}{I_{BC}} = \frac{38}{11} = 3,45.$$

$$\frac{R_V + R}{R_V + r} = \frac{U_{AC}}{U_{BC}} = \frac{12,73}{6,82} = 1,87 \Rightarrow R_V + 3,45r = 1,87R_V + 1,87r$$

$$\Rightarrow r = 0,55R_V.$$

Подставим найденное значение:

$$U_{AC} = \frac{\mathcal{E}}{1 + 0,55} \Rightarrow \mathcal{E} = 1,55U_{AC} = 1,55 \cdot 12,73 \text{ В} = 19,7 \text{ В}.$$

$$r = \frac{\mathcal{E}}{I_{AC}} = \frac{19,7 \text{ В}}{38 \text{ мкА}} = 520 \text{ кОм}, \quad R = \frac{\mathcal{E}}{I_{BC}} = \frac{19,7 \text{ В}}{11 \text{ мкА}} = 1,79 \text{ МОм}.$$

Вычисленные значения равны:

(вариант 1) $\mathcal{E} = 19,3 \text{ В}$; $r = 512 \text{ кОм}$; $R = 1,82 \text{ МОм}$.

(вариант 2) $\mathcal{E} = 19,7 \text{ В}$; $r = 520 \text{ кОм}$; $R = 1,79 \text{ МОм}$.

6. *Примечание:* значения, измеренные напрямую в авторской установке:

$$\mathcal{E} = 19,2 \text{ В}, r = 507 \text{ кОм}, R = 1,80 \text{ МОм}.$$

7. Общие формулы (их вывод от участников олимпиады не требуется):

$$\mathcal{E} = \frac{U_{AC}U_{BC}(I_{AC} - I_{BC})}{I_{AC}U_{BC} - I_{BC}U_{AC}}, \quad r = \frac{U_{AC}U_{BC}(I_{AC} - I_{BC})}{I_{AC} \cdot (I_{AC}U_{BC} - I_{BC}U_{AC})}, \quad R = \frac{U_{AC}U_{BC}(I_{AC} - I_{BC})}{I_{BC} \cdot (I_{AC}U_{BC} - I_{BC}U_{AC})}.$$