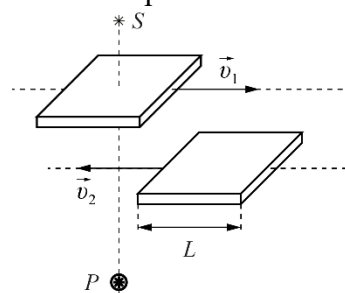


8.1. Подвижные препятствия. Между источником сигнала S и приёмником P перпендикулярно соединяющей их прямой движутся навстречу друг другу с постоянными скоростями две пластины длиной $L = 1$ м. Если сигнал по пути от источника к приёмнику проходит только через одну из пластин, то приёмник зажигает жёлтую лампочку, если через две – то красную. В некоторый момент времени на $t_1 = 3$ с зажглась жёлтая лампочка, затем $t_2 = 3$ с горела красная, а потом в течение $t_3 = 1$ с – опять жёлтая. Определите, за какое время τ одна пластина проезжает мимо другой.



8.1. Возможное решение. Жёлтая лампочка загорается на дисплее в момент, когда одна из пластин (будем называть её первой) начинает перекрывать путь сигналу. В момент, когда загорается красная лампочка, на пути сигнала возникает вторая пластина. Красный цвет меняется на жёлтый, когда одна из пластин перестает мешать прохождению сигнала. Причём, это может быть как первая, так и вторая пластина.

В первом случае скорости пластин можно определить, как:

$$v_1 = \frac{L}{t_1 + t_2} \text{ и } v_2 = \frac{L}{t_2 + t_3}.$$

Во втором случае скорости пластин будут:

$$u_1 = \frac{L}{t_1 + t_2 + t_3} \text{ и } u_2 = \frac{L}{t_2}.$$

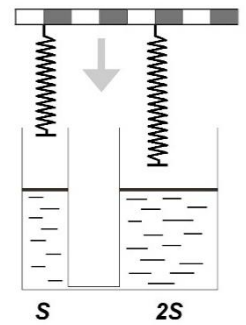
Пластины движутся друг другу навстречу. Значит, любая из пластин проходит мимо другой со скоростью $v_1 + v_2$ или $u_1 + u_2$ преодолевая при этом расстояние $2L$. В первом случае на это потребуется время:

$$\tau_1 = \frac{2L}{\frac{L}{t_1 + t_2} + \frac{L}{t_2 + t_3}} = \frac{2(t_1 + t_2)(t_2 + t_3)}{t_1 + 2t_2 + t_3} = 4,8 \text{ с.}$$

А во втором:

$$\tau_2 = \frac{2L}{\frac{L}{t_1 + t_2 + t_3} + \frac{L}{t_2}} = \frac{2t_2(t_1 + t_2 + t_3)}{t_1 + 2t_2 + t_3} = 4,2 \text{ с.}$$

8.2. Балансир. Две пружины жёсткостью k (длинная) и $2k$ (короткая) отличаются по длине на l . Их прикрепляют к однородной массивной балке длиной $8l$. Затем конструкцию устанавливают на лёгкие тонкие поршни сообщающихся сосудов, заполненных жидкостью плотностью ρ , сечения которых S и $2S$. При этом балка принимает горизонтальное положение. Определите массу балки M .



8.2. Возможное решение. Введем обозначения T_1 , l_1 и Δl_1 – сила упругости, длина и деформация левой пружины, T_2 , l_2 и Δl_2 – сила упругости, длина и деформация правой пружины, Δh – разница высот между поршнями.

Определим силы упругости пружин. Для этого применим правило моментов для балки относительно точек крепления правой и левой пружин:

$$T_1 \cdot 4l = Mg \cdot l.$$

$$T_2 \cdot 4l = Mg \cdot 3l.$$

Откуда следует:

$$T_1 = \frac{1}{4} Mg.$$

$$T_2 = \frac{3}{4} Mg.$$

Таким образом, давление под правым поршнем будет выше, чем под левым (площади отличаются в 2 раза, а силы – в 3). Значит, левый поршень поднимется, а правый опустится.

Из закона Гука:

$$\Delta l_1 = \frac{Mg}{8k}; \quad \Delta l_2 = \frac{3Mg}{4k}. \quad (1)$$

Из условия равенства давлений на дне сообщающихся сосудов:

$$\frac{Mg}{8S} = \rho g \Delta h. \quad (2)$$

$$\frac{3Mg}{4 \cdot 2S} = \frac{Mg}{4 \cdot S} + \rho g \Delta h.$$

Поскольку балка горизонтальна:

$$l_1 - \Delta l_1 + \Delta h = l_2 - \Delta l_2. \quad (3)$$

С учётом разницы длин пружин:

$$\Delta h = l - \Delta l_2 + \Delta l_1 = l - \frac{3Mg}{4k} + \frac{Mg}{8k}. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (2), получим:

$$\frac{Mg}{8S} = \rho g \left(l - \frac{5Mg}{8k} \right).$$

Откуда:

$$M = \frac{8\rho S l k}{(5\rho g S + k)}.$$

8.3. Тёплый пол. Отопление кухни организовано с помощью системы электрического тёплого пола. Сначала он работал в базовом режиме, и на кухне установилась температура $t_1 = 18^\circ\text{C}$. Затем его мощность увеличили в 4 раза, и температура на кухне возросла до $t_2 = 21^\circ\text{C}$.

- Какая температура t_x установится на кухне, если базовую мощность увеличить в 9 раз?
- Определите температуру t_0 воздуха на улице.

8.3. Возможное решение. Мощность тепловых потерь пропорциональна разности температур между улицей и кухней. Пусть P – базовая мощность тёплого пола, а α – коэффициент пропорциональности тепловых потерь. Тогда условия теплового равновесия для каждого из случаев выглядят так:

$$\alpha(t_1 - t_0) = P. \quad (1)$$

$$\alpha(t_2 - t_0) = 4P. \quad (2)$$

$$\alpha(t_x - t_0) = 9P. \quad (3)$$

Разделив (2) на (1) получим:

$$\frac{t_2 - t_0}{t_1 - t_0} = 4,$$

откуда:

$$t_0 = \frac{4t_1 - t_2}{3} = 17^\circ\text{C}.$$

Аналогично, разделив (3) на (1) получим:

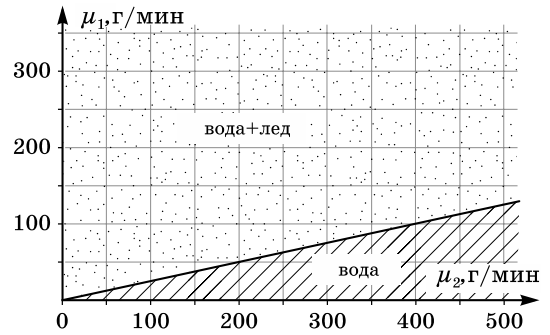
$$\frac{t_x - t_0}{t_1 - t_0} = 9,$$

откуда:

$$t_x = 9t_1 - 8t_0 = 26^\circ\text{C}.$$

8.4. Обледенение. В теплоизолированный сосуд по одной трубе с массовым расходом μ_1 поступает колотый лёд при температуре $t_1 = 0^\circ\text{C}$, а по другой с массовым расходом μ_2 наливается вода при температуре t_2 . На осях $\mu_1(\mu_2)$ представлена диаграмма состояний содержимого сосуда.

- 1) Определите температуру t_2 поступающей воды.
- 2) Постройте на осях $\mu_1(\mu_2)$ диаграмму состояний содержимого сосуда для случая, когда температура поступающей воды остается прежней, а температура льда равна $t_3 = -40^\circ\text{C}$.



Удельная теплоёмкость воды $c_v = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, удельная теплоёмкость льда $c_l = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335 \text{ кДж}/\text{кг}$. Теплоёмкостью сосуда можно пренебречь.

8.4. Возможное решение. Прямая, разделяющая на диаграмме две области, соответствует состоянию, в котором сосуд заполнен только водой при 0°C . Т.е. весь лёд тает, но не нагревается. Тогда можно записать уравнение теплового баланса для поступивших за время τ порций воды и льда:

$$\mu_1 \tau \lambda = \mu_2 \tau c_v (t_2 - t_0), \text{ где } t_0 = 0^\circ\text{C} - \text{температура плавления льда.}$$

По угловому коэффициенту наклона прямой $\mu_1 = \mu_2 c_v t_2 / \lambda$ можно найти температуру воды.

$$c_v t_2 / \lambda = 0,25, \text{ откуда } t_2 = 20^\circ\text{C}.$$

Если по первой трубе будет поступать «холодный» лёд, то содержимое сосуда может находиться в трёх различных равновесных состояниях: 1) только лёд; 2) смесь вода + лёд; 3) только вода.

Найдем границу 1 и 2 состояний. Вся поступающая вода замерзает, но остается при 0°C .

До этой же температуры нагревается поступающий лёд. Запишем уравнение теплового баланса.

$$\mu_1 \tau c_l (t_0 - t_3) = \mu_2 \tau c_v (t_2 - t_0) + \mu_2 \tau \lambda,$$

из которого найдём коэффициент наклона прямой, разделяющей 1 и 2 состояния.

$$\mu_1 / \mu_2 = (c_v (t_2 - t_0) + \lambda) / (c_l (t_0 - t_3)) = 5,0.$$

Граница 2 и 3 состояний находится аналогично.

Только теперь весь поступающий лёд тает и остаётся при 0°C .

Такому процессу соответствует уравнение теплового баланса:

$$\mu_1 \tau c_l (t_0 - t_3) + \mu_1 \tau \lambda = \mu_2 \tau c_v (t_2 - t_0),$$

из которого $\mu_1 / \mu_2 = c_v (t_2 - t_0) / (c_l (t_0 - t_3) + \lambda) = 0,20$.

Строим новую диаграмму состояний.

