

Решения задач
Открытой межрегиональной олимпиады
по астрономии имени Ф.А. Бредихина
7-9 класс

№ 1. «Сосна у обрыва и Луна (для 7-9 классов)»

Условие. Определите расстояние, на котором находилась сосна (спроецировавшаяся на диск Луны в момент суперлуния) от фотографа, автора снимка (см. рис. 1), в момент съемки, если известно, что позже фотографу удалось на месте положения сосны определить ее возраст, который составил 135 лет. График зависимости высоты сосны от ее возраста представлен на рис. 2.



Рис. 1: Луна вблизи горизонта и сосна на обрыве (автор не известен, источник — <https://vk.com/club71074290>).

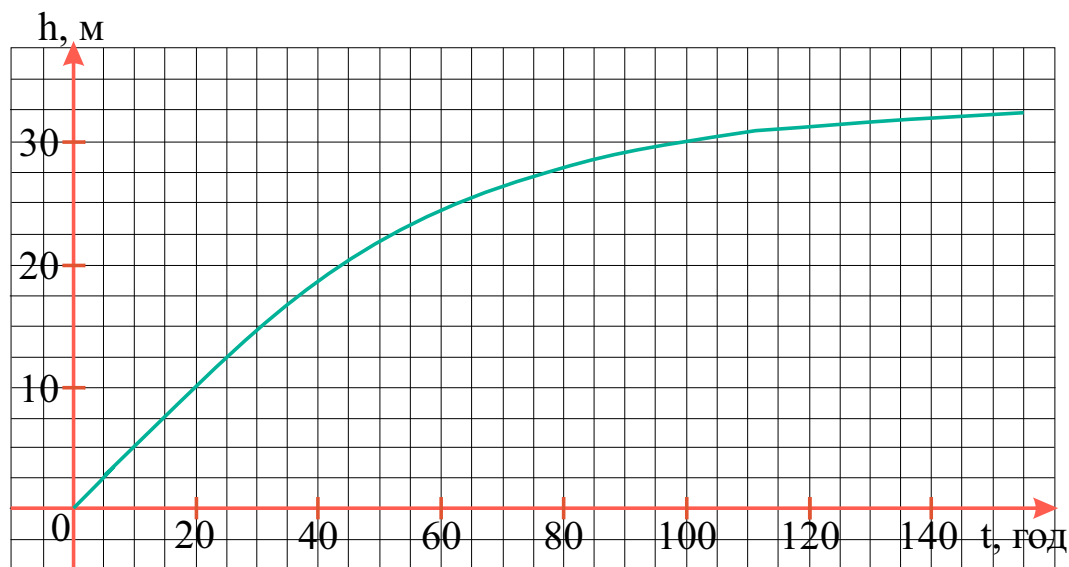


Рис. 2: зависимость высоты сосны от ее возраста.

Решение.

1. Определим угловые размеры сосны с позиции фотографа, в момент съемки. Для этого будем использовать образ Луны. В условии задачи сказано, что на фотографии Луна запечатлена в **фазе суперлуния**, т.е. в фазе полнолуния, при этом она располагалась в своем перигее (2 балла). Определим угловой диаметр Луны:

$$D''_{\zeta} = \frac{2\mathfrak{A}_{\zeta}}{a_{\zeta}(1 - \varepsilon_{\zeta})} \times 3438' = 32.90', \quad (2 \text{ балла}) \quad (1)$$

здесь a_{ζ} , ε_{ζ} – большая полуось и эксцентриситет орбиты Луны.

2. Далее определим линейный диаметр Луны по фотографии. Трудность в его определении заключается в том, что не ясно, где точно находится геометрический центр видимого диска Луны. Определим его положение. Для этого построим две широкие хорды AB и DE , существенно удаленные друг от друга (см. рис. 3). С помощью линейки определим середины этих хорд – точки C и F . Проведем через эти точки перпендикуляры и найдем их точку пересечения – точку O . Проведем через данную точку диаметр MN . Измерим радиусы Луны $OM = 92$ мм, $ON = 93$ мм, (3 балла). Следовательно линейный диаметр Луны, определенный по фотографии, будет

$$R_{\zeta} = \frac{1}{2}(OM + ON) = 92.5 \text{ мм.} \quad (2 \text{ балла}) \quad (2)$$

3. Тогда угловой масштаб фотографии есть

$$\mu_a = \frac{D''_{\zeta}}{2R_{\zeta}} = 0.178' / \text{мм.} \quad (2 \text{ балла}) \quad (3)$$

Далее, измерив линейкой высоту сосны на фотографии $h = 98$ мм (2 балла), определим угловой размер сосны:

$$\xi = \mu_a h = 13.34'. \quad (2 \text{ балла}) \quad (4)$$

4. По графику рис. 2 определим линейно высоту сосны – $H = 32$ м (2 балла). Тогда искомое расстояние до сосны было

$$r = \frac{h}{\xi} \times 3438' = 8250 \text{ м.} \quad (3 \text{ балла}) \quad (5)$$

Ответ: $r = 8250$ м.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Корректно определен угловой диаметр Луны на момент съемки	4
Правильно определен линейный диаметр Луны по фотографии	5
Корректно определен угловой размер сосны	6
Правильно вычислено расстояние (в пределах окна 8.25 ± 1.00 км) от фотографа до сосны	5



Рис. 3: к определению радиуса Луны на фотографии.

№ 2. «Свет Полярной звезды и прошлое России (для 7-9 классов)»

Условие. Как известно, параллакс Полярной звезды составляет $\pi''_* = 0.007292''$. Во времена правления какого царя (князя, императора) Российского государства (см. табл. 1) был излучен свет поверхностью этой звезды, который сегодня мы воспринимаем нашими глазами?

Решение.

1-2. Определим расстояние до Полярной звезды с использованием годичного параллакса $\pi''_* = 7.292 \cdot 10^{-3}''$.

$$r_* = \frac{1}{\pi''_*} = 137.137 \text{ пк} \text{ (5 баллов)} = 447.1 \text{ св. лет. (3 балла)} \quad (6)$$

При записи последнего учтено, что $1 \text{ пк} = 3.26 \text{ св. года}$ (2 балла).

3-4. Из (6) следует, что свет, который мы сегодня воспринимаем глазами, оторвался от поверхности звезды 447 лет тому назад (2 балла), т.е. в 1574 году (3 балла).

5. Из таблицы 1 видно, данный год приходится на правление Ивана Грозного (5 баллов).

Правитель	Годы правления	Правитель	Годы правления
Олег Вещий	882 ÷ 912	Игорь Рюрикович	912 ÷ 945
Ольга	945 ÷ 959	Святослав Игоревич	959 ÷ 972
Ярополк Святославич	972 ÷ 978	Владимир Святославич	978 ÷ 1015
Ярослав Владимирович Мудрый	1016 ÷ 1054	Изяслав Ярославич	1054 ÷ 1073
Всеволод Ярославич	1078 ÷ 1093	Святополк Изяславич	1093 ÷ 1113
Владимир Всеволодович Мономах	1113 ÷ 1125	Мстислав Владимирович Великий	1125 ÷ 1132
Ярополк Владимирович	1132 ÷ 1139	Юрий Владимирович Долгорукий	1149 ÷ 1157
Рюрик Ростиславич	1173 ÷ 1210	Александр Ярославич Невский	1249 ÷ 1263
Иван IV Васильевич Грозный	1547 ÷ 1584	Федор I Иванович	1584 ÷ 1598
Михаил Федорович	1613 ÷ 1645	Алексей Михайлович	1645 ÷ 1676
Петр I Великий	1682 ÷ 1725	Елизавета Петровна	1741 ÷ 1761
Екатерина II Великая	1762 ÷ 1796	Александр I	1801 ÷ 1825
Николай I	1825 ÷ 1855	Александр II	1855 ÷ 1881
Александр III	1881 ÷ 1894	Николай II	1894 ÷ 1917

Таблица 1: правители Российского государства.

Ответ: Иван Грозный.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Корректный расчет расстояния до Полярной звезды в парсеках	5
Учет связи светового года и парсека + перевод расстояния в св.г.	2+3
Правильный вывод о количестве пройденных лет с момента рассматриваемого события	2
Определение искомого года в земном летоисчислении	3
Определение правителя Российского государства по таблице	5

№ 3. «Исчезновение Солнца и орбитальное движение Земли (для 7-9 классов)»

Условие. Предположим, что в некоторый момент времени Солнце внезапно исчезло. Через какой минимальный промежуток времени после исчезновения земляне смогут узнать об этом? Определите расстояние, которое пройдет Земля по орбите, от момента исчезновения Солнца до момента ее схода со своей орбиты. Какую долю оно будет составлять от длины земного меридиана (полуокружности)? По какой траектории будет двигаться Земля после схода со своей настоящей орбиты? Настоящую орбиту Земли считать круговой, гравитационными возмущениями классических планет и прочих тел Солнечной системы на орбитальное движение Земли пренебречь.

Решение.

1. Если Солнце исчезло в момент времени $t_0 = 0$, то свет, оторвавшийся от его поверхности в последний момент перед исчезновением, дойдет до поверхности Земли за время:

$$\tau_0 = \frac{a_{\oplus}}{c} = 499 \text{ с, (3 балла)} \quad (7)$$

здесь $a_{\oplus}$ – радиус (большая полуось) земной орбиты, c – скорость света. Спустя указанное время после исчезновения, солнечный свет перестанет приходить к поверхности Земли и земляне узнают об исчезновении Солнца (2 балла).

2. После исчезновения Солнца исчезнет и сила притяжения, действующая на Землю со стороны Солнца. Согласно *первому закону Ньютона*, Земля в момент исчезновения гравитационного поля Солнца начнет двигаться по прямой, со скоростью, равной орбитальной скорости движения Земли и, таким образом сойдет со своей орбиты (3 балла).

3-4. Поскольку гравитационное взаимодействие распространяется в пространстве со скоростью света, то на орбите Земли гравитационное поле Солнца исчезнет спустя время τ_0 . Следова-

тельно за время τ_0 Земля пройдет по орбите путь

$$S = V_{\oplus} \tau_0, \text{ (3 балла)} \quad (8)$$

здесь $V_{\oplus}$ – средняя орбитальная скорость Земли, которую можно представить в виде:

$$V_{\oplus} = \frac{2\pi a_{\oplus}}{T_{\oplus}} = 29.78 \text{ км/с. (3 балла)} \quad (9)$$

Из (8) и (9) следует, что $S=14860$ км (2 балла).

5. Длина земного меридиана (полуокружности) радиуса $\mathfrak{R}_{\oplus}$ составляет

$$L = \pi \mathfrak{R}_{\oplus} = 20015 \text{ км. (2 балла)} \quad (10)$$

Искомая доля тогда $\eta = \frac{S}{L} = 0.74$ или 74% (2 балла).

Ответ: $\tau_0 = 499$ с; $\eta = 0.74$ или 74%.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Расчет времени распространения света от Солнца до Земли + отождествление его с искомым минимальным промежутком времени	3+2
Корректное определение типа орбиты Земли (с упоминанием первого закона Ньютона) после исчезновения гравитационного поля Солнца	3
Правильное определение формулы для пройденного пути+ его численный расчет	3+2
Правильный расчет орбитальной скорости Земли	3
Корректный расчет длины меридиана + искомого отношения η	2+2

№ 4. «Свет далекого фонарика (для 7-9 классов)»

Условие. Чему равно расстояние, с которого звездная величина фонаря смартфона, мощностью 1 Вт в оптическом диапазоне, равна проникающей способности среднестатистического глаза человека? Сможет ли увидеть свет фонаря такой человек с ростом, равным 180 см, будучи от него на расстоянии, равном дальности прямой видимости на поверхности Земли?

Решение.

1. Определим освещенность, создаваемую фонариком смартфона на расстоянии r от последнего:

$$E = \frac{P}{2\pi r^2}, \text{ (3 балла)} \quad (11)$$

здесь учтено, что фонарик излучает свет в полусферу площадью $2\pi r^2$ (2 балла).

2-а. Возможное решение для 7-9 классов. Освещенность, создаваемая звездой с видимой визуальной звездной величиной $m_y = 6^m$, есть

$$E_y = f_{\odot} : (2.512)^{(m_y - m_{\odot})} \approx 4.80 \cdot 10^{-11} \text{ (Вт/м)}^2, \text{ (4 балла)} \quad (12)$$

здесь $f_{\odot} = 600 \text{ Вт/м}^2$ – освещенность, создаваемая Солнцем в видимом диапазоне на орбите Земли; $m_{\odot} = -26.74^m$ – соответствующая видимая визуальная звездная величина Солнца.

2-б. Возможное решение для 9 классов. Воспользуемся формулой Пóгсона для определения освещенности E_y :

$$\frac{E_y}{f_{\odot}} = 10^{-0.4(m_y - m_{\odot})}, \Rightarrow E_y = f_{\odot} \cdot 10^{-0.4(m_y - m_{\odot})} = 4.80 \cdot 10^{-11} \text{ (Вт/м)}^2. \text{ (4 балла)} \quad (13)$$

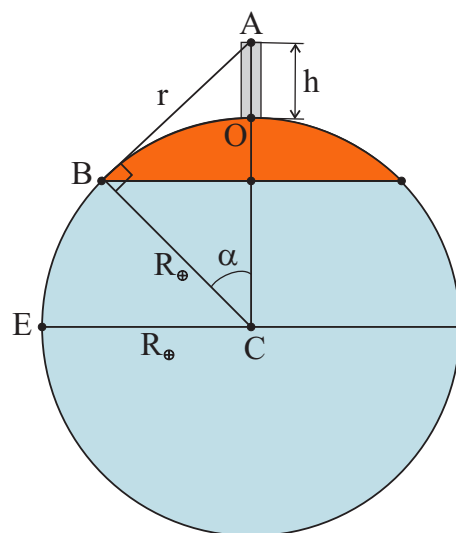


Рис. 4: к определению дальности

3. Определим искомое расстояние при условии равенства $E = E_y$:

$$\frac{P}{2\pi r_6^2} = E_y, \Rightarrow r_6 = \sqrt{\frac{P}{2\pi E_y}} = 5.75 \cdot 10^4 \text{ м} = 57.5 \text{ км. (4 балла)} \quad (14)$$

4. **Дальность прямой видимости** – это максимальное расстояние между наблюдателем и точкой видимого горизонта (см. рис. 4). Если рост наблюдателя равен $h=1.8$ м, то искомая дальность будет равна отрезку AB . Учитывая, что треугольник $\triangle ABC$ является прямоугольным, получаем

$$r_{\max} = AB = \sqrt{(\mathfrak{R}_{\oplus} + h)^2 - \mathfrak{R}_{\oplus}^2} = \sqrt{2\mathfrak{R}_{\oplus}h} \approx 4.8 \cdot 10^3 \text{ м} = 4.8 \text{ км. (5 баллов)}$$

Поскольку $r_{\max}$ существенно меньше r_6 , то с расстояния $r_{\max}$ можно будет увидеть свет такого фонарика невооруженным глазом (2 балла).

Ответ: к задаче представляется выражением (14); можно.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Расчет освещенности, создаваемой фонариком на расстоянии r + корректное определение площади, покрываемой светом фонаря, – площади полусферы	3+2
Расчет освещенности, соответствующей видимой визуальной звездной величине $m_y = 6^m$ одним из 2-х способов	4
Вычисление расстояния r_6	4
Определение дальности прямой видимости	5
Корректный вывод о возможности наблюдения фонаря на расстоянии дальности прямой видимости	2

№ 5. «Полярная звезда и незаходящая часть небосвода (только для 9 классов)»

Условие. Какую часть звездных суток проводит под горизонтом Полярная звезда ($2^h 32^m$, $89^\circ 16'$), для наблюдателя, находящегося на геоэкваторе? Какая часть небесной сферы является незаходящей для этого наблюдателя? Угол рефракции света у горизонта принять равным $\delta z = 35'$.

Решение.

1. Согласно условию задачи, Полярная звезда отстоит от полюса мира (P_N) на угловом расстоянии $p_* = 44'$ (см. рис. 5) (2 балла). Следовательно, эта звезда движется по суточной параллели радиуса p_* (2 балла). Если бы не было явления рефракции света, то горизонт располагался бы на уровне прямой AB . Но благодаря явлению рефракции его положение понижается на величину δz и занимает положение прямой A_1B_1 (см. рис. 5, (2 балла).

Следовательно, Полярная звезда находится под горизонтом на дуге $A_1\check{C}B_1$. Определим величину этой дуги. Рассмотрим прямоугольный треугольник $\triangle A_1P_NC_1$:

$$\cos \alpha = \frac{\delta z}{p_*}, \Rightarrow \alpha = \arccos \left(\frac{\delta z}{p_*} \right), \Rightarrow A_1\check{C}B_1 = 2\alpha = 2 \arccos \left(\frac{\delta z}{p_*} \right) = 74.6^\circ. \quad (4 \text{ балла}) \quad (15)$$

Искомая доля суток будет

$$\eta = \frac{t}{T_{\oplus}} = \frac{A_1\check{C}B_1}{360^\circ} = 0.21. \quad (2 \text{ балла}) \quad (16)$$

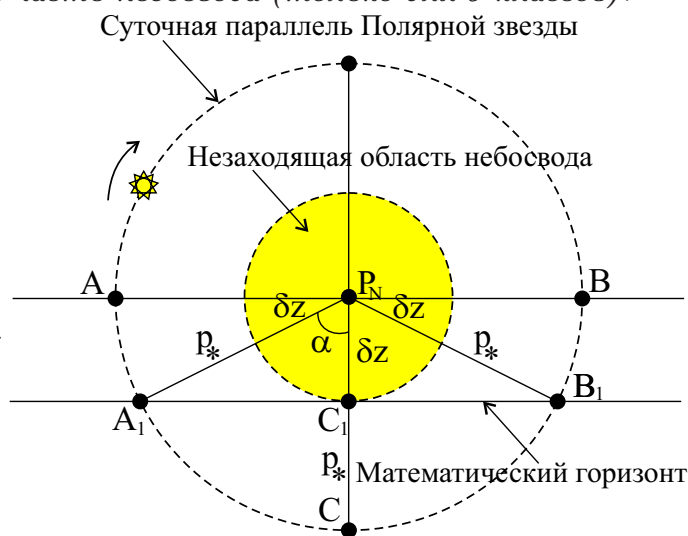


Рис. 5: к определению суточной параллели Полярной звезды и положения по отношению к горизонту.

2. Очевидно, областью незаходящей за горизонт на геоэкваторе, будут два малых круга с угловым радиусом δz и центрами в северном и южном полюсах мира (2 балла). Определим телесный угол для одного из таких кругов:

$$\Omega_k = \pi \left(\frac{\delta z}{3438'} \right)^2 = 3.26 \cdot 10^{-4} \text{ срад. (4 балла)} \quad (17)$$

Тогда искомая часть небесной сферы есть

$$\chi = \frac{2\Omega_k}{4\pi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\delta z}{3438'} \right)^2 = 5.18 \cdot 10^{-5}. \text{ (2 балла)} \quad (18)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (16) и (18).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Определение полярного расстояния + радиуса суточной параллели Полярной звезды	2+2
Обоснование понижения видимого горизонта за счет явления рефракции	2
Определение дуги суточной параллели звезды, утопленной под горизонт, + искомой доли звездных суток	4+2
Определение границ и формы незаходящей части небосвода	2
Расчет телесного угла для малого круга + соответствующей искомой доли χ	4+2

№ 6. «Истинная аномалия астероида (только для 9 классов)»

Условие. Астероид движется по эллиптической орбите с эксцентриситетом $\varepsilon = 0.5$.

1. С использованием законов сохранения и свойств эллипса, получите аналитическое выражение для гелиоцентрической скорости астероида как функции ее гелиоцентрического расстояния.

2. С использованием канонического уравнения эллипса в декартовых координатах и его свойств, получите аналитическое выражение для гелиоцентрического радиуса-вектора астероида как функции **истинной аномалии** – угла между направлением на перигелий и текущим положением тела, если смотреть из основного фокуса эллипса (точки, где расположено Солнце).

3. Чему равна истинная аномалия астероида для точки его орбиты, в которой его скорость равна первой космической скорости для круговой орбиты, радиус которой равен большой полуоси орбиты астероида?

Решение. 1. Получим аналитическое выражение для гелиоцентрической скорости астероида как функции гелиоцентрического расстояния до небесного тела. Запишем закон сохранения энергии для тела в двух точках: на расстоянии, равном большой полуоси эллипса (a) и в произвольной точке, на расстоянии r от Солнца:

$$\frac{m V^2}{2} - \frac{G m \mathcal{M}_\odot}{r} = \frac{m V_a^2}{2} - \frac{G m \mathcal{M}_\odot}{a}, \Rightarrow V^2 = V_a^2 + 2 G \mathcal{M}_\odot \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{a} \right). \text{ (1 балл)} \quad (19)$$

Запишем такое же уравнение в случае, когда тело находится на расстоянии a и в перигелии

$$V_a^2 = V_q^2 + 2 G \mathcal{M}_\odot \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{q} \right), \text{ где } q = a(1 - \varepsilon), \text{ (1 балл)} \quad (20)$$

здесь q – расстояние от Солнца до перигелия орбиты тела.

Запишем тоже выражение для тела, расположенного в перигелии, а затем в афелии своей орбиты,

$$V_q^2 = V_Q^2 + 2 G \mathcal{M}_\odot \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{Q} \right), \text{ где } Q = a(1 + \varepsilon)$$

или

$$V_q^2 = V_Q^2 + \frac{2 G \mathcal{M}_\odot}{a} \left(\frac{1}{1 - \varepsilon} - \frac{1}{1 + \varepsilon} \right) = V_Q^2 + \frac{2 G \mathcal{M}_\odot}{a} \frac{2\varepsilon}{1 - \varepsilon^2}. \text{ (1 балл)} \quad (21)$$

С другой стороны, скорости в данных точках можно связать через закон сохранения момента импульса:

$$m V_q q = m V_Q Q, \Rightarrow V_Q = V_q \left(\frac{q}{Q} \right) = V_q \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right). \quad (22) \quad (2 \text{ балла})$$

Подставим V_Q из (22) в (21), в результате получаем:

$$V_q^2 \left(1 - \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon} \right)^2 \right) = \frac{2 G \mathfrak{M}_\odot}{a} \frac{2\varepsilon}{1-\varepsilon^2}, \Rightarrow V_q^2 \left(\frac{4\varepsilon}{(1+\varepsilon)^2} \right) = \frac{4 G \mathfrak{M}_\odot \varepsilon}{a(1-\varepsilon^2)}, \Rightarrow$$

$$V_q^2 = \frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a} \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right). \quad (23) \quad (1 \text{ балл})$$

Подставим (23) в (20), в итоге имеем

$$V_a^2 = \frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a} \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) - \frac{2 G \mathfrak{M}_\odot}{a} \left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \right) = \frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a}. \quad (24) \quad (1 \text{ балл})$$

Подставляя (24) в (19), в итоге имеем

$$V = \sqrt{G \mathfrak{M}_\odot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}. \quad (25) \quad (2 \text{ балла})$$

Согласно условию задачи, $V = V_I$, где

$$V_I = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a}}, \quad (26)$$

где V_I – первая космическая скорость, тогда

$$\frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a} = G \mathfrak{M}_\odot \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right), \Rightarrow r = a, \quad (27) \quad (1 \text{ балл})$$

т.о., гелиоцентрическое расстояние астероида равно большой полуоси его эллипса.

2. Получим аналитическое выражение для гелиоцентрического радиуса-вектора астероида как функции истинной аномалии (т.е. уравнение эллипса в полярных координатах). Для этого воспользуемся каноническим уравнением эллипса в декартовых координатах OXY (см. рис. 6):

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad (28) \quad (1 \text{ балл})$$

Перейдем в систему координат $F_2 X_1 Y_1$ посредством замены.

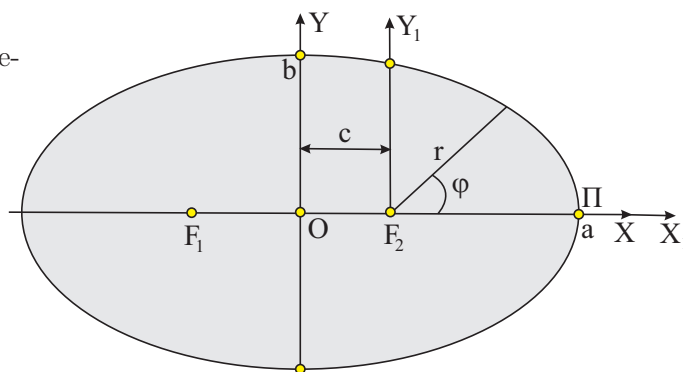


Рис. 6: к определению истинной аномалии.

$$\{y_1 = y, \quad x_1 = x - c\}, \Rightarrow \frac{(x_1 + c)^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1. \quad (1 \text{ балл})$$

Перейдем в полярную систему координат посредством замены

$$x_1 = r \cos \varphi, \quad y_1 = r \sin \varphi, \quad (29)$$

в итоге уравнение эллипса представляется в виде:

$$\frac{(r \cos \varphi + c)^2}{a^2} + \frac{(r \sin \varphi)^2}{b^2} = 1, \Rightarrow \frac{r^2 \cos^2 \varphi + 2cr \cos \varphi + c^2}{a^2} + \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{b^2} = 1, \quad (1 \text{ балл})$$

учитывая, что фокальное расстояние и малая полуось эллипса представляются в виде:

$$\begin{aligned}
 c &= \varepsilon a, \quad b^2 = a^2(1 - \varepsilon^2), \Rightarrow \text{(2 балла)} \\
 \frac{r^2 \cos^2 \varphi + 2\varepsilon ar \cos \varphi + a^2 \varepsilon^2}{a^2} + \frac{r^2 \sin^2 \varphi}{a^2(1 - \varepsilon^2)} &= 1, \Rightarrow \\
 (r^2 \cos^2 \varphi + 2\varepsilon ar \cos \varphi + a^2 \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) + r^2 \sin^2 \varphi &= a^2(1 - \varepsilon^2), \Rightarrow \\
 r^2(1 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi) + 2\varepsilon ar(1 - \varepsilon^2) \cos \varphi - a^2(1 - \varepsilon^2)^2 &= 0, \Rightarrow \text{(1 балл)} \\
 D = 4\varepsilon^2 a^2(1 - \varepsilon^2)^2 \cos^2 \varphi + 4a^2(1 - \varepsilon^2)^2(1 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi) &= 4(1 - \varepsilon^2)^2 a^2, \Rightarrow \\
 r_{1,2} = \frac{-2\varepsilon a(1 - \varepsilon^2) \cos \varphi \pm 2(1 - \varepsilon^2)a}{2(1 - \varepsilon^2 \cos^2 \varphi)}, \Rightarrow \\
 r = \frac{(1 - \varepsilon^2)a}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \text{ или } r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}, \text{ (2 балла)} & \quad (31)
 \end{aligned}$$

где $p = a(1 - \varepsilon^2)$ – фокальный параметр эллипса. Очевидно, φ и есть истинная аномалия, поскольку данный угол откладывается от перигелия (П) орбиты астероида¹.

3. Из (27) и (30) следует, что

$$a = \frac{a(1 - \varepsilon^2)}{1 + \varepsilon \cos \varphi}, \Rightarrow \cos \varphi = -\varepsilon, \Rightarrow \varphi = \arccos(-\varepsilon) = 120^\circ. \text{ (2 балла)} \quad (32)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (25), (31), (32).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Получено явное аналитическое выражение для гелиоцентрической скорости астероида в виде (25)	10
Получено уравнение эллипса в полярных координатах в виде (31)	8
Получено выражение и численное значение для искомой аномалии астероида в виде (32)	2

На решение задач данного этапа Олимпиады участникам отводится 4 часа.

¹Заметим, что второй корень полученного квадратного уравнения дает нефизическое уравнение эллипса, в котором гелиоцентрическое расстояние всегда меньше нуля, и поэтому он нас не интересует.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Световой год – $1 \text{ св. г.} = 9.461 \cdot 10^{15} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая визуальная звездная величина – -26.74^m
- Видимая болометрическая звездная величина – -26.80^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – $\text{N}_2 (78\%), \text{O}_2 (21\%), \text{Ar} (\sim 1\%)$

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 363300 км
- Максимальное расстояние от Земли – 405500 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$

- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.