

Условия задач
Открытой межрегиональной олимпиады
по астрономии имени Ф.А. Бредихина
7-9 класс

№ 1. «Сосна у обрыва и Луна (для 7-9 классов)»

Определите расстояние, на котором находилась сосна (спроецировавшаяся на диск Луны в момент суперлуния) от фотографа, автора снимка (см. рис. 1), в момент съемки, если известно, что позже фотографу удалось на месте положения сосны определить ее возраст, который составил 135 лет. График зависимости высоты сосны от ее возраста представлен на рис. 2.



Рис. 1: Луна вблизи горизонта и сосна на обрыве (автор не известен, источник — <https://vk.com/club71074290>).

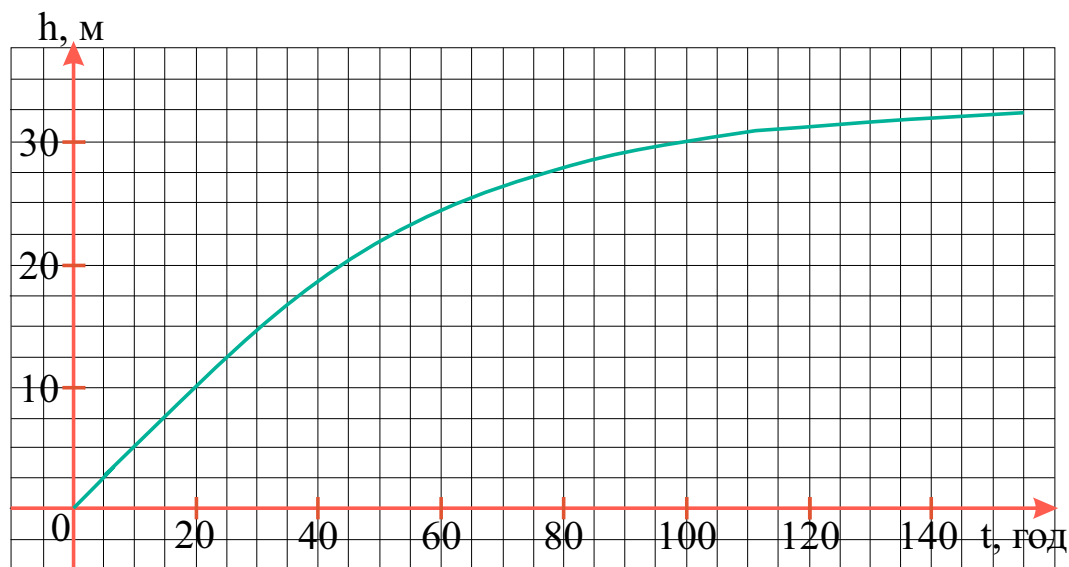


Рис. 2: зависимость высоты сосны от ее возраста.

№ 2. «Свет Полярной звезды и прошлое России (для 7-9 классов)»

Как известно, параллакс Полярной звезды составляет $\pi'' = 0.007292''$. Во времена правления какого царя (князя, императора) Российского государства (см. табл. 1) был излучен свет поверхностью этой звезды, который сегодня мы воспринимаем нашими глазами?

Правитель	Годы правления	Правитель	Годы правления
Олег Вещий	882 ÷ 912	Игорь Рюрикович	912 ÷ 945
Ольга	945 ÷ 959	Святослав Игоревич	959 ÷ 972
Ярополк Святославич	972 ÷ 978	Владимир Святославич	978 ÷ 1015
Ярослав Владимирович Мудрый	1016 ÷ 1054	Изяслав Ярославич	1054 ÷ 1073
Всеволод Ярославич	1078 ÷ 1093	Святополк Изяславич	1093 ÷ 1113
Владимир Всеволодович Мономах	1113 ÷ 1125	Мстислав Владимирович Великий	1125 ÷ 1132
Ярополк Владимирович	1132 ÷ 1139	Юрий Владимирович Долгорукий	1149 ÷ 1157
Рюрик Ростиславич	1173 ÷ 1210	Александр Ярославич Невский	1249 ÷ 1263
Иван IV Васильевич Грозный	1547 ÷ 1584	Федор I Иванович	1584 ÷ 1598
Михаил Федорович	1613 ÷ 1645	Алексей Михайлович	1645 ÷ 1676
Петр I Великий	1682 ÷ 1725	Елизавета Петровна	1741 ÷ 1761
Екатерина II Великая	1762 ÷ 1796	Александр I	1801 ÷ 1825
Николай I	1825 ÷ 1855	Александр II	1855 ÷ 1881
Александр III	1881 ÷ 1894	Николай II	1894 ÷ 1917

Таблица 1: правители Российского государства.

№ 3. «Исчезновение Солнца и орбитальное движение Земли (для 7-9 классов)»

Предположим, что в некоторый момент времени Солнце внезапно исчезло. Через какой минимальный промежуток времени после исчезновения земляне смогут узнать об этом? Определите расстояние, которое пройдет Земля по орбите, от момента исчезновения Солнца до момента ее схода со своей орбиты. Какую долю оно будет составлять от длины земного меридиана (полуокружности)? По какой траектории будет двигаться Земля после схода со своей настоящей орбиты? Настоящую орбиту Земли считать круговой, гравитационными возмущениями классических планет и прочих тел Солнечной системы на орбитальное движение Земли пренебречь.

№ 4. «Свет далекого фонарика (для 7-9 классов)»

Чему равно расстояние, с которого звездная величина фонаря смартфона, мощностью 1 Вт в оптическом диапазоне, равна проникающей способности среднестатистического глаза человека? Сможет ли увидеть свет фонаря такой человек с ростом, равным 180 см, будучи от него на расстоянии, равном дальности прямой видимости на поверхности Земли?

№ 5. «Полярная звезда и незаходящая часть небосвода (только для 9 классов)»

Какую часть звездных суток проводит под горизонтом Полярная звезда ($2^{\text{h}}32^{\text{m}}$, $89^{\circ}16'$), для наблюдателя, находящегося на геоэкваторе? Какая часть небесной сферы является незаходящей для этого наблюдателя? Угол рефракции света у горизонта принять равным $\delta z = 35'$.

№ 6. «Истинная аномалия астероида (только для 9 классов)»

Астероид движется по эллиптической орбите с эксцентриситетом $\varepsilon = 0.5$.

1. С использованием законов сохранения и свойств эллипса, получите аналитическое выражение для гелиоцентрической скорости астероида как функции ее гелиоцентрического расстояния.
2. С использованием канонического уравнения эллипса в декартовых координатах и его свойств, получите аналитическое выражение для гелиоцентрического радиуса-вектора астероида как функции *истинной аномалии* – угла между направлением на перигелий и текущим положением тела, если смотреть из основного фокуса эллипса (точки, где расположено Солнце).
3. Чему равна истинная аномалия астероида для точки его орбиты, в которой его скорость равна первой космической скорости для круговой орбиты, радиус которой равен большой полуоси орбиты астероида?

На решение задач данного этапа Олимпиады участникам отводится 4 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Световой год – $1 \text{ св. г.} = 9.461 \cdot 10^{15} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая визуальная звездная величина – -26.74^m
- Видимая болометрическая звездная величина – -26.80^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 363300 км
- Максимальное расстояние от Земли – 405500 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$

- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – 12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1+x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.