

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ  
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

---

---

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ  
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ  
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ  
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА  
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.  
СЕЗОН: 2020-2021, ТУР № 2

---

---



Самара, 2021 г.

## Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 12 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

**При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!**

**Ссылка:** «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 2». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/omoa-solutions>

**Составитель:** – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

**Верстка в системе  $\text{\LaTeX}$**  – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

**Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021**

**1. Официальный сайт Астрошколы:**

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

**2. Официальная группа в VK:**

[vk.com/bredikhinolimp](https://vk.com/bredikhinolimp)

**3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021 тура № 2 на проверку:**

**15.02.2021-30.03.2021!!!**

**4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021:**

[samrasolimp@mail.ru](mailto:samrasolimp@mail.ru)

**5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021:**

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

---

---

# УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

---

---



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021, внимательно ознакомьтесь с «Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2021»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника.**

**Уровень «Новичок» (уровень А)****Задача № 1. «Арктур, его созвездие и условия наблюдений»**

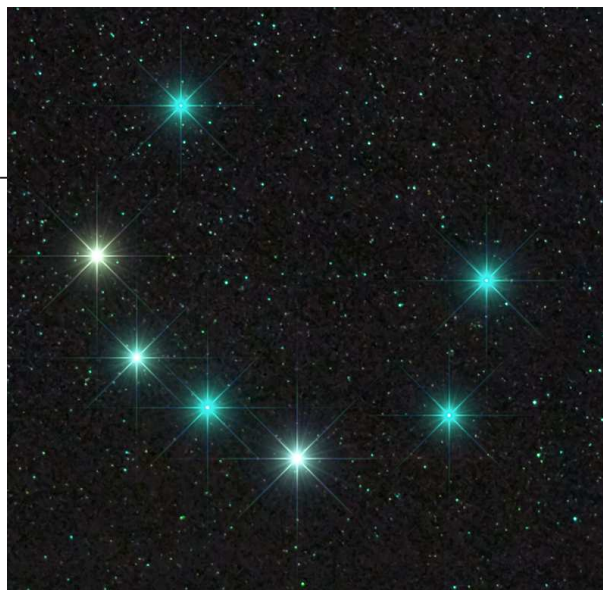
Как известно, Арктур – это самая яркая звезда северной полусферы небосвода ( $\alpha_* = 14^h 16^m$ ,  $\delta_* = +19^\circ 11'$ ).

1. Какому созвездию она принадлежит? (1 балл)
2. В какое время года условия наблюдений этой звезды являются наилучшими? (2 балла)
3. Является ли данная звезда незаходящей в г. Самаре ( $\varphi_S = 53^\circ 12'$ ,  $\lambda_S = 50^\circ 06'$ )? (2 балла)

**Задача № 2. «Созвездие Самарского небосвода»**

На рис. 1 представлена фотография созвездия, видимого с территории Самарской области (яркость звезд усилена, их цвет модифицирован). Определите,

1. О каком созвездии идет речь? (1 балл)
2. В какой полусфере небосвода (северной или южной) оно располагается? (1 балл)
3. Назовите созвездия, являющиеся соседями данного? (1 балл)



4. Как называется самая яркая звезда этого созвездия? (1 балл)
5. Какой звездой (незаходящей, восходящей и заходящей) является она для жителя г. Самары ( $\varphi_S = 53^\circ 12'$ ,  $\lambda_S = 50^\circ 06'$ )? (1 балл)

Рис. 1: к определению созвездия небосвода Самарской области (автор – Филиппов Юрий).

**Задача № 3. «Классические планеты и их спутники»**

Вашему вниманию на рис. 2 представлена мозаика фотографий классических планет и их спутников. Каждой планете (обозначенной одной из букв

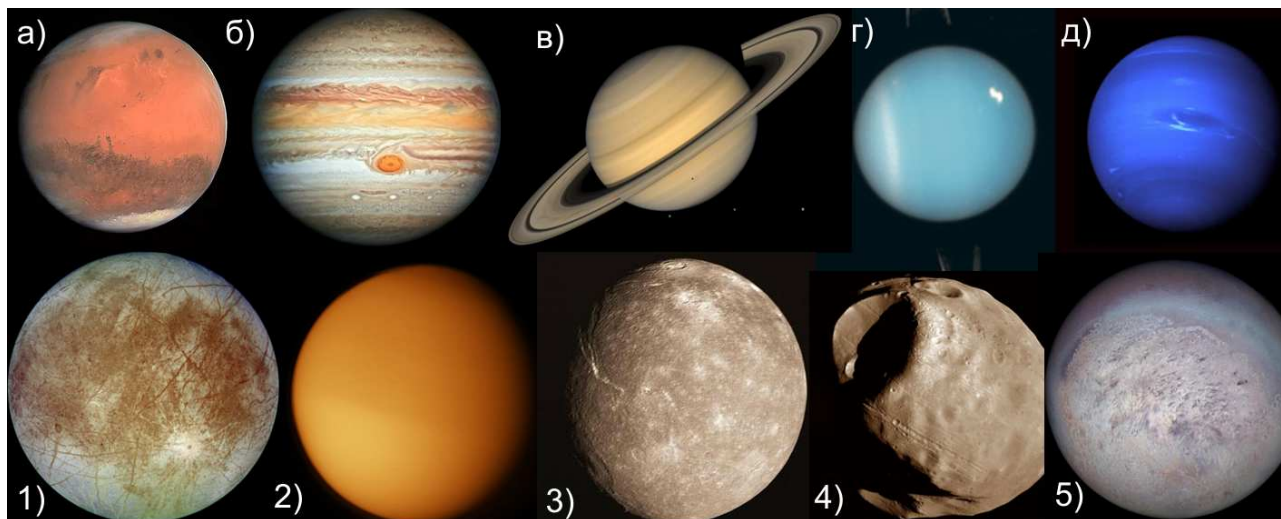


Рис. 2: мозаика космических объектов.

а)-д) сопоставьте спутник (обозначенный одной из цифр 1-5), который этой планете принадлежит. Ответ представьте парой: "буква"+"цифра" и назовите каждый объект этой пары. (1 балл за каждую правильно указанную пару).

#### Задача № 4. «Одна история из жизни лесника»

В конце марта российский лесник выехал на автомобиле на осмотр вверенной ему лесной территории. Он начал свой путь в тот момент, когда Солнце было точно на закате, свет от которого падал ему в левое плечо. Двигаясь равномерно по прямой, с постоянной скоростью  $V_1 = 30$  км/ч, через  $\Delta t_1 = 4$  часа после старта он повернул на  $90^\circ$ , так что Полярная звезда светила ему в правое плечо и вновь продолжил свое движение по прямой, со скоростью  $V_2 = 40$  км/ч. Спустя  $\Delta t_2 = 3$  часа после поворота лесник наткнулся на большую группу браконьеров. Чтобы их задержать он вызвал на помощь вертолет с сотрудниками полиции. Через какое минимально возможное время вертолет мог прилететь в той ситуации, если их точки старта совпадали, а скорость вертолета была  $V_V = 180$  км/ч? Чему был равен азимут движения вертолета? (6 баллов).

#### Задача № 5. «Самые яркие астероиды небосвода»

Как известно, проникающая сила глаз самых зорких людей на планете достигает  $+7^m$  (в исключительно благоприятных условиях).

1. Назовите собственные имена всех астероидов, которые еще могут увидеть эти люди невооруженным глазом в оптимальных условиях. (по 0.5 балла)

Какой из этих астероидов

2. Наиболее близко подходит к Солнцу? (2 балла)

3. Наиболее далеко удаляется от Солнца? (2 балла)

4. Какие из них являются потенциально опасными астероидами для Земли? (1 балл)

**Задача № 6. «Звездный глобус и его характеристики»**

Как известно, *звездный глобус* – это астрономический прибор, отображающий с минимальными искажениями звездное небо и предназначенный для его изучения и движения светил, а также для приближенного решения задач мореходной астрономии. Наиболее популярная модель отечественного звездного глобуса представляет собой полый шар диаметром  $D = 168$  мм, на поверхность которого нанесены экватор, сетка небесных меридианов и параллелей, эклиптика, созвездия и яркие звезды. Определите,

1. Чему равна длина небесного меридиана на таком глобусе? (1 балл)
2. Чему равна длина суточной параллели звезды на этом глобусе, которая наблюдается раз в сутки в зените г. Самары ( $\varphi_S = 53^\circ 12'$ ,  $\lambda_S = 50^\circ 06'$ )? (2 балла)
3. Какой диаметр будет иметь Солнце (Луна), если указывать их положение на этом глобусе? (2 балла)
4. Какую линейную скорость будут иметь точки небесного экватора глобуса, если его вращать с угловой скоростью суточного вращения Земли? (2 балла)
5. Зная общее количество созвездий на небосводе ( $N = 88$ ), вычислите среднее значение ( $\bar{s}$ ) площади поверхности такого глобуса (в  $\text{см}^2$ , округлить до целых), приходящейся на одно созвездие. (2 балла)
6. Оцените среднее количество ( $\bar{\sigma}$ ) звезд, приходящихся на 1 квадратный сантиметр поверхности глобуса, если на нем отмечены все звезды с звездной величиной, не превышающей  $6^m$ . (1 балл)

**Уровень «Знаток» (уровень В)****Задача № 7. «Звезда в точке севера»**

Чему равны горизонтальные (азимут и зенитное расстояние) и экваториальные (склонение и прямое восхождение) координаты звезды, находящейся в верхней кульминации в среднюю декретную полночь 1 апреля 2021 (момент окончания приема отчетов с решениями задач данного тура Олимпиады), для наблюдателя в г. Самаре, ( $\varphi_S = 53^\circ 12'$ ,  $\lambda_S = 50^\circ 06'$ ), если эта звезда в нижней кульминации наблюдалась в точке севера? (11 баллов)

**Задача № 8. «Марс и его пояса-1»**

Планета Марс во многом схожа с Землей. В частности, ее поверхность можно разбить на несколько поясов, подобных земным. Определите, возможные значения планетоцентрической широты Красной планеты (без учета явления рефракции и конечности размеров диска Солнца), на которых

1. Солнце в течение марсианского года не менее одного раза бывает в зените (назовем этот пояс тропическим, по аналогии с земным). (4 балла)

2. Бывают полярный день и полярная ночь (назовем эти пояса холодными северным и южным). (4 балла)
3. Солнце в течение года является восходящим и заходящим и никогда не бывает в зените (назовем эти пояса умеренными северным и южным). (4 балла)

**Задача № 9. «Марс и его пояса-2»**

Полагая, что Марс имеет форму шара и используя результаты решения предыдущей задачи, определите, какую долю от площади всей его поверхности составляет

1. Тропический пояс. (4 балла)
2. Умеренные северный и южный пояса. (5 балла)
3. Холодные северный и южный пояса. (5 балла)

**Задача № 10. «Звезда S2, ее перицентр и Sgr A\*»**

Как известно, одной из самых тесно сближающихся звезд со сверхмассивной черной дырой (СМЧД) Стрелец A\* (Sgr A\*), расположенной в центре нашей Галактики (Млечный Путь), является звезда S2. Согласно самым точным современным оценкам, расстояние до центра Галактики составляет  $7.94 \pm 0.42$  кпк, угловой размер большой полуоси эллиптической орбиты звезды –  $(0.1203 \pm 0.0027)''$ , эксцентриситет орбиты оценивается интервалом  $0.881 \pm 0.007$ , а период ее обращения вокруг СМЧД составляет  $15.56 \pm 0.35$  лет. По этим данным определите среднее значение, абсолютную и относительную погрешность для

1. Большой полуоси орбиты звезды S2. (2 балла)
2. Расстояния до перицентра орбиты звезды. (2 балла)
3. Массы СМЧД. (2 балла)
4. Радиуса горизонта событий СМЧД. (2 балла)
5. Высоты перицентра орбиты звезды над горизонтом событий СМЧД. (1 балл)
6. Доли от скорости света, которую составляет максимальная скорость звезды. (3 балла)
7. Ускорения свободного падения в перицентре орбиты, создаваемое СМЧД. (2 балл)

**Задача № 11. «Предел Роша для S2»**

С использованием данных и результатов решения предыдущей задачи, определите,

1. Среднюю массовую плотность сверхмассивной черной дыры (СМЧД) Sgr A\*. (4 балла)
2. Среднюю массовую плотность звезды S2, если известно, что последняя относится к горячим звездам главной последовательности, спектрального класса B0, с массой  $M_* = 15 M_\odot$  и радиусом  $R_* = 10 R_\odot$ , где  $M_\odot, R_\odot$  – масса и радиус Солнца. (2 балла)

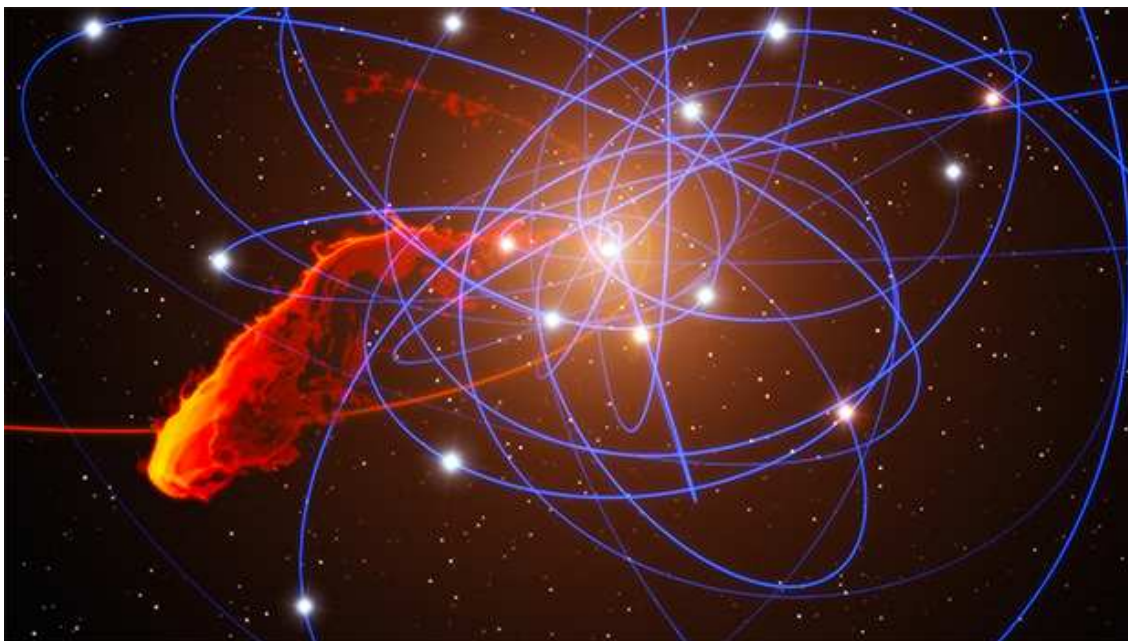


Рис. 3: к иллюстрации движения облака G2 в окрестности СМЧД Sgr A\* (авторы изображения: M. Schartmann and L. Calcada).

Получите

3. Аналитическое выражение для предела Роша, в случае звезды S2. (6 баллов)
4. Минимальные расстояния от предела Роша до орбиты звезды и до горизонта событий СМЧД. (2 балла)

### **Задача № 12. «Газовое облако G2 и Sgr A\*»**

В 2019 году группа астрофизиков из института Калифорнийского университета в Лос-Анджелесе объявили о наблюдении небывалой прежде вспышки в центре нашей Галактики, в окрестности сверхмассивной черной дыры (СМЧД) Стрелец А\* (Sgr A\*). По предположению ученых вспышка могла быть вызвана падением на СМЧД части газового облака G2, движущуюся в окрестности Sgr A\* (см. рис. 3). С использованием условий и результатов решений задач № 10-11 настоящего релиза, оцените

1. Минимальное время вспышки. (6 баллов)
2. Скорость и период обращения потоков газа в момент, когда они пересекали горизонт событий Sgr A\*. Следует полагать, что газ падал на СМЧД по плотно закрученной спирали и совершил большое количество витков до падения. (4 балла)

Вычислите

3. Температуру СМЧД, если ее светимость хокинговского излучения определяется формулой:

$$L_{\text{ВН}} = \frac{\hbar c^6}{15360 \pi G^2 \mathfrak{M}_{\text{ВН}}^2}, \quad (1)$$

здесь  $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34}$  Дж·с – постоянная Планка,  $c$  – скорость света в вакууме,  $G$  – универсальная гравитационная постоянная,  $\mathfrak{M}_{\text{ВН}}$  – масса черной дыры. (5 баллов)

---

---

# РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

---

---



## Уровень «Новичок» (уровень А)

### Задача № 1. «Арктур, его созвездие и условия наблюдений»

**Решение.** 1. Арктур – это ярчайшая звезда созвездия Волопас. (1 балл)

2. В день весеннего равноденствия Солнце находится в точке весеннего равноденствия, прямое восхождение которой  $\alpha_\gamma = 0$ . Следовательно, в эти сутки, в местную полночь кульминируют светила с  $\alpha_c = 12^h$ . Поскольку прямое восхождение Солнца изменяется на  $4^m$ /сутки, то спустя  $N = \left\lceil \frac{(\alpha_* - \alpha_c)}{4^m} \right\rceil = 34$  сут, т.е. 23-24 апреля Арктур будет вблизи верхней кульминации, в полночь, при этом условия его наблюдений будут наилучшими. Следовательно искомый сезон года – весна. (2 балла)

3. Для того чтобы звезда была незаходящей в г. Самаре, ее высота в нижней кульминации должна быть неотрицательной, т.е.

$$h_H = \varphi_S + \delta_* - 90^\circ \geq 0, \quad \delta_* \geq 90^\circ - \varphi_S = 36^\circ 48'. \quad (2)$$

Однако склонение Арктура составляет  $\delta_* = +19^\circ 11'$ , что меньше указанного значения, следовательно данная звезда не является незаходящей. (2 балла)

### Задача № 2. «Созвездие Самарского небосвода»

**Решение.** 1. Речь идет о созвездии Северная корона. (1 балл)

2. Из названия следует, что данное созвездие расположено в северной полусфере небосвода. (1 балл)

3. Соседними созвездиями к данному являются Змея, Волопас, Геркулес. (1 балл)

4. Самая яркая звезда созвездия называется Гемма (Альфекка, Гнозия). (1 балл)

5. Из сторонних источников известно, что склонение звезды  $\delta_* = +26^\circ 43'$ . Как было показано в предыдущей задаче, светило является незаходящим в г. Самаре, если  $\delta_* \geq +36^\circ 48'$ , что в данном случае не выполняется. Чтобы светило в данном месте было невосходящим, его высота в верхней кульминации к югу от зенита должна быть меньше нуля:

$$h_B = 90^\circ - \varphi + \delta_* < 0, \quad \delta_* < \varphi - 90^\circ = -36^\circ 48'. \quad (3)$$

Следовательно для восходящих и заходящих светил г. Самары склонение звезд удовлетворяют неравенству:

$$-36^\circ 48' \leq \delta_* < +36^\circ 48'. \quad (4)$$

Следовательно Гемма является восходящей и заходящей звездой в г. Самаре. (1 балл)

**Задача № 3. «Классические планеты и их спутники»**

**Решение.** На рис. 2 представлены следующие объекты

|                                |                               |                               |                             |                                |
|--------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------|--------------------------------|
| а)                             | б)                            | в)                            | г)                          | д)                             |
| Марс                           | Юпитер                        | Сатурн                        | Уран                        | Нептун                         |
| 1)                             | 2)                            | 3)                            | 4)                          | 5)                             |
| Европа –<br>спутник<br>Юпитера | Титан –<br>спутник<br>Сатурна | Титания –<br>спутник<br>Урана | Фобос –<br>спутник<br>Марса | Тритон –<br>спутник<br>Нептуна |

Из сопоставления данных получаются следующие пары: а)+4) (Марс+Фобос); б)+1) (Юпитер+Европа); в)-2) (Сатурн+Титан); г)+3) (Уран+Титания); д)+5) (Нептун+Тритон). (5 баллов)

**Задача № 4. «Одна история из жизни лесника»**

**Решение.** Рассмотрим рис. 4. Поскольку в момент старта Солнце было точно на закате, а данное событие происходило в конце марта (т.е. вблизи весеннего равноденствия), то Солнце было расположено в окрестности точки запада (W). Поскольку Солнце светило леснику точно в левое плечо на старте, следовательно, он начал движение строго на север.

За время  $\Delta t_1$  он проехал путь  $OA$  (см. рис. 4), равный

$$OA = S_1 = V_1 \Delta t_1 = 120 \text{ км.} \quad (5)$$

После он повернул на  $90^\circ$ , так что Полярная звезда светила ему в правое плечо, следовательно лесник начал двигаться на запад и проехал путь  $AB$  (см. рис. 4).

$$AB = S_2 = V_2 \Delta t_2 = 120 \text{ км.} \quad (6)$$

Очевидно, лесник проехал по двум одинаковым катетам  $OA$  и  $AB$ . Вертолет должен попасть из точки  $O$  в точку  $B$  за минимальный промежуток времени. Следовательно он должен двигаться по гипотенузе  $OB$ :

$$OB = \sqrt{OA^2 + AB^2} = 120\sqrt{2} = 169.7 \text{ км.} \quad (7)$$

Следовательно минимальное время прибытия вертолета составит

$$t_B = \frac{OB}{V_B} = 0.94 \text{ часа} = 56.6 \text{ мин.} \quad (8)$$

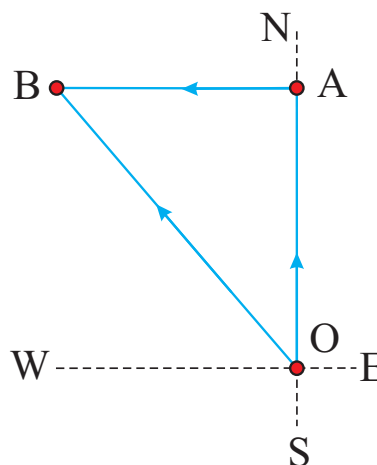


Рис. 4: к определению траекторий движений лесника и вертолета.

| Астероид            | $m_{\min},^m$    | $a$ , а.е. | $\varepsilon$ | $q$ , а.е. | $Q$ , а.е. |
|---------------------|------------------|------------|---------------|------------|------------|
| Апофис              | 3.4 <sup>†</sup> | 0.922      | 0.191         | 0.746      | 1.098      |
| Веста               | 5.20             | 2.361      | 0.0892        | 2.150      | 2.572      |
| Паллада             | 6.49             | 2.773      | 0.2307        | 2.133      | 3.413      |
| Церера <sup>‡</sup> | 6.65             | 2.766      | 0.0799        | 2.128      | 2.987      |
| Ирида               | 6.73             | 2.385      | 0.2314        | 1.833      | 2.937      |
| Эрос                | 6.8              | 1.458      | 0.2227        | 1.133      | 1.783      |

Примечания:  $m_{\min}$  – минимальная звездная величина астероида, достигаемая в момент наибольшего сближения;  $a, \varepsilon$  – большая полуось и эксцентриситет его эллиптической орбиты;  $q, Q$  – расстояния до перигелия и афелия орбиты астероида; значение <sup>†</sup> – будет достигнуто 13 апреля 2029 года; <sup>‡</sup> – с 1801 по 2006 гг являлась астероидом, с 2006 года и по настоящее время является карликовой планетой.

Таблица 1: самые яркие астероиды, видимые невооруженным глазом самыми зоркими людьми, и их некоторые характеристики.

Азимут направления движения вертолета из точки  $O$ , очевидно определяется углом  $\angle SOB$  (поскольку азимут в астрономии откладывается от точки юга):

$$A = \angle SOB = 180^\circ - \angle AOB.$$

Поскольку  $\triangle OAB$  прямоугольный и равнобедренный, то  $\angle AOB = 45^\circ$ . Следовательно,  $A = 135^\circ$ .

**Ответ:**  $t_B = 56.6$  мин;  $A = 135^\circ$ . (6 баллов)

#### Задача № 5. «Самые яркие астероиды небосвода»

**Решение.** 1. Самые зоркие люди могут увидеть невооруженным глазом Апофис, Весту, Палладу, Цереру<sup>1</sup>, Ириду, Эрос. Их основные характеристики представлены в табл. 1. (3 балла)

2. Как известно, самая ближняя и самая далекая точки орбиты тела, движущегося вокруг Солнца, называются *перигелием* и *афелием* соответственно. Расстояния до перигелия ( $q$ ) и афелия ( $Q$ ) представляются в виде:

$$q = a(1 - \varepsilon), \quad Q = a(1 + \varepsilon), \quad (9)$$

здесь  $a, \varepsilon$  – большая полуось и эксцентриситет орбиты этого тела соответственно.

Значения данных параметров вычислены для всех рассматриваемых астероидов и представлены в табл. 1. Очевидно  $q$  будет минимально в случае минимального значения  $a$  и большого значения эксцентриситета  $\varepsilon$ , что достигается для астероида Апофис  $q=0.746$  а.е. (2 балла)

3. Параметр  $Q$  будет достигать своего максимума в случае максимальных значений  $a$  и  $\varepsilon$ , что имеет место быть в случае Паллады –  $Q=3.413$  а.е. (2 балла)

4. **Потенциально опасным** для Земли астероидом называется астероид, который способен сближаться с Землей на расстояние, меньшее чем

<sup>1</sup>Как известно, в настоящее время Церера относится к карликовым планетам, но с 1801 по 2006 год, данное тело носило статус астероида, поэтому оно было включено в общий список интересующих нас астероидов.

0.05 а.е. Из табл. 1 очевидно, что таким астероидом является лишь Апофис. (1 балл)

**Задача № 6. «Звездный глобус и его характеристики»**

Решение. 1. Длина небесного меридиана, очевидно, равна (1 балл)

$$L = \pi D = 528 \text{ мм.} \quad (10)$$

2. Длина суточной параллели звезды со склонением  $\delta_*$  есть

$$\ell = \pi D \cos \delta_*. \quad (11)$$

Как известно, если звезда наблюдается в зените, то ее склонение равно широте места наблюдения, тогда, согласно (11), имеем (2 балла):

$$\ell = \pi D \cos \varphi_S = 316 \text{ мм.} \quad (12)$$

3. Как известно, угловой диаметр Солнца и Луны приблизительно одинаков и составляет  $D''_{\odot} = 32'$ . Следовательно линейный диаметр этих тел на глобусе будет (2 балла)

$$d_{\odot} = \frac{D''}{360^\circ} L = 0.78 \text{ мм.} \quad (13)$$

4. Линейная скорость точек экватора глобуса есть

$$V_q = \omega_{\oplus} \frac{D}{2} = 6.1 \text{ мкм/с,} \quad (14)$$

здесь  $\omega_{\oplus} = 15''/\text{см} = 7.27 \cdot 10^{-5} \text{ рад/с}$  – угловая скорость суточного вращения Земли (2 балла)

5. Среднее значение площади можно определить как отношение всей площади поверхности шара к общему числу созвездий:

$$\bar{s} = \frac{S}{N}.$$

Площадь поверхности шара есть

$$S = 4 \pi R^2 = \pi D^2.$$

В итоге окончательное выражение для  $\bar{s}$  (2 балла):

$$\bar{s} = \frac{\pi D^2}{N} = 10 \text{ см}^2. \quad (15)$$

6. Для оценки среднего количества ( $\bar{\sigma}$ ) звезд, приходящихся на 1 квадратный сантиметр поверхности глобуса, учтем, что на его поверхности изображены лишь звезды, видимые невооруженным глазом, общее количество которых, как известно, составляет  $N_* \approx 6 \cdot 10^3$ , тогда (1 балл)

$$\bar{\sigma} = \frac{N_*}{S} = \frac{N_*}{\pi D^2} \approx 6.8 \text{ звезд/см}^2. \quad (16)$$

## Уровень «Знаток» (уровень В)

### Задача № 7. «Звезда в точке севера»

**Решение.** Если звезда в нижней кульминации находится в точке севера (принадлежащей математическому горизонту), то ее высота над горизонтом равна нулю:

$$\delta_* + \varphi_S - 90^\circ = 0, \Rightarrow \delta_* = 90^\circ - \varphi_S = 36^\circ 48'. \quad (17)$$

Поскольку  $\delta_* < \varphi_S$ , то данная звезда в верхней кульминации будет находится на небесном меридиане, к югу от зенита, тогда азимут должен быть равен нулю –  $A_* = 0^\circ$ , а зенитное расстояние определяется формулой вида:

$$z_* = \varphi_S - \delta_* = 16^\circ 24'. \quad (18)$$

Т.о., горизонтальные координаты звезды в верхней кульминации есть  $A_* = 0^\circ 00'$ ,  $z_* = 16^\circ 24'$ .

Как известно, декретное время  $T_d$  можно связать с поясным временем  $T_N$  посредством формулы вида:

$$T_d = T_N + 1^h. \quad (19)$$

В свою очередь, поясное время можно связать со всемирным временем  $T_0$  и номером часового пояса  $N$  данного места:

$$T_N = T_0 + N^h. \quad (20)$$

Местное среднее солнечное время  $T_m$  можно также связать со всемирным посредством долготы  $\lambda$  места наблюдения:

$$T_m = T_0 + \lambda. \quad (21)$$

Местное среднее солнечное время можно представить через истинное солнечное время и уравнение времени  $\eta$ :

$$T_m = T_\odot + \eta. \quad (22)$$

Истинное солнечное время можно определить посредством часового угла истинного солнца:

$$T_\odot = t_\odot + 12^h. \quad (23)$$

Из выражений (19)-(24) следует явное аналитическое выражение для декретного времени  $T_d$ :

$$T_d = 13^h + t_\odot + \eta + N^h - \lambda. \quad (24)$$

Заметим далее, что в 2021 году весеннее равноденствие наступило 20 марта в 13 часов 37 минут по Самарскому декретному времени (что близко к истинному полудню). Следовательно, прямое восхождение Солнца в этот момент

$\alpha_{\odot} = 0^{\text{h}}00^{\text{m}}$ . Поскольку прямое восхождение Солнца за сутки изменяется на  $4^{\text{m}}$  (а за половину суток на  $2^{\text{m}}$ ), тогда прямое восхождение звезды, кульминирующей 20.03.2021 в истинную полночь по Самарскому времени было  $\alpha_{1*} = 11^{\text{h}}58^{\text{m}}$ .

Нетрудно заметить, что  $t_{\text{м}} = t_{\odot} + \eta$  есть часовой угол среднего экваториального Солнца, который должен меняться строго пропорционально прошедшему времени от момента верхней кульминации среднего экваториального Солнца, поскольку данная фиктивная точка движется равномерно (согласно определению) по небесному экватору. Следовательно, в один и тот же момент декретного времени, в одном и том же месте поверхности Земли часовой угол  $t_{\text{м}}$  должен быть одним и тем же. Но по факту  $\eta$  меняется от значения  $\eta_1 = +8^{\text{m}}$  (на 20.03.2021) и до  $\eta_2 = +4^{\text{m}}$  (на 01.04.2021). И следовательно  $t_{\odot}$  тоже будет меняться. Поэтому является логичным работать далее с усредненными величинами на временном интервале (20.03.2021-01.04.2021), т.е.

$$t_{\text{м}} = \bar{t}_{\odot} + \bar{\eta}, \quad \text{где } \bar{\eta} = \frac{\eta_1 + \eta_2}{2} = +6^{\text{m}}. \quad (25)$$

Следовательно, выражение (24) можно записать так

$$T_{\text{д}} = 13^{\text{h}} + \bar{t}_{\odot} + \bar{\eta} + N^{\text{h}} - \lambda, \Rightarrow \bar{t}_{\odot} = T_{\text{д}} + \lambda - 13^{\text{h}} - \bar{\eta} - N^{\text{h}} = 11^{\text{h}}14^{\text{m}}. \quad (26)$$

Т.о., усредненный часовой угол истинного Солнца на декретную полночь 20 марта составлял  $\bar{t}_{\odot} = 11^{\text{h}}14^{\text{m}}$ , следовательно до истинной полуночи в этот момент оставалось  $46^{\text{m}}$ . Следовательно, в эту декретную полночь кульминировали звезды с  $\alpha_{2*} = \alpha_{1*} - 46^{\text{m}} = 11^{\text{h}}12^{\text{m}}$ . Поскольку звездные сутки короче среднесолнечных на  $4^{\text{m}}$ , то в декретную полночь 01 апреля будут кульминировать звезды:

$$\alpha_* = \alpha_{2*} + 12 \cdot 4^{\text{m}} = 12^{\text{h}}00^{\text{m}}. \quad (27)$$

**Ответ:**  $A_* = 0^{\circ}00'$ ,  $z_* = 16^{\circ}24'$ ;  $\delta_* = 36^{\circ}48'$ ,  $\alpha_* = 12^{\text{h}}00^{\text{m}}$ . (11 баллов)

### Задача № 8. «Марс и его пояса-1»

**Решение.** Согласно справочным данным, угол наклона экватора Красной планеты к плоскости ее орбиты составляет угол  $\varepsilon_{\text{♂}} = 25^{\circ}11'$ . Следовательно в экваториальной системе координат, привязанной к экватору Красной планеты, склонение Солнца в течение марсианского года будет изменяться в пределах:

$$-\varepsilon_{\text{♂}} \leq \delta_{\odot} \leq \varepsilon_{\text{♂}}, \quad \text{или} \quad -25^{\circ}11' \leq \delta_{\odot} \leq 25^{\circ}11'. \quad (28)$$

1. Определим интервал возможных значений планетоцентрической широты Красной планеты (без учета явления рефракции и конечности размеров диска Солнца) тех мест, где можно Солнце наблюдать в зените, хотя бы один раз в год. Для этого воспользуемся формулой для верхней кульминации

Солнца:

$$h_{\max}^{\text{ю}} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\odot} = 90^\circ, \Rightarrow \varphi = \delta_{\odot}. \quad (29)$$

Следовательно, искомая область заключена в околоэкваториальной области, в интервале:

$$-25^\circ 11' \leq \varphi_{\text{I}} \leq 25^\circ 11' \quad (30)$$

и называется **марсианским тропическим поясом**.

2. Определим интервалы широты тех мест, где могут наблюдаться полярные дни и ночи. Если наблюдается полярная ночь, то высота Солнца, в истинный полдень, должна быть меньше  $0^\circ$ . Тогда

$$h_{\max}^{\text{ю}} = 90^\circ - \varphi + \delta_{\odot} < 0^\circ, \Rightarrow \varphi > 90^\circ + \delta_{\odot}.$$

С учетом (28), получаем  $\varphi > 64^\circ 49'$  и  $\varphi \leq 90^\circ$ . С учетом зеркальной симметрии расположения искомым областей относительно экватора планеты, имеем

$$-90^\circ \leq \varphi_{\text{III}} < -64^\circ 49' \cup 64^\circ 49' < \varphi_{\text{III}} \leq 90^\circ. \quad (31)$$

Чтобы можно было наблюдать полярный день, необходимо, чтобы в нижней кульминации Солнце не заходило за горизонт, т.е.  $h_{\min} \geq 0$ , тогда

$$\varphi + \delta - 90^\circ \geq 0, \Rightarrow \varphi \geq 90^\circ - \delta_{\odot} = 64^\circ 49'.$$

С учетом зеркальной симметрии расположения искомым областей относительно экватора планеты, имеем

$$-90^\circ \leq \varphi_{\text{III}} \leq -64^\circ 49' \cup 64^\circ 49' \leq \varphi_{\text{III}} \leq 90^\circ. \quad (32)$$

Очевидно, что интервал (31) является более узким, нежели (32) и именно (31) определяет области, которые традиционно называются **северным** и **южным холодными поясами**.

3. Оставшиеся области с широтами

$$-64^\circ 49' \leq \varphi_{\text{II}} < -25^\circ 11' \cup 25^\circ 11' < \varphi_{\text{II}} \leq 64^\circ 49' \quad (33)$$

называются **южным** и **северным умеренными поясами**. Здесь в течении года нельзя увидеть Солнце в зените и не бывает полярных дней и ночей, а Солнце является восходящим и заходящим светилом.

**Ответ:** к задаче представляется выражениями (30)-(31), (33). (12 баллов)

**Задача № 9. «Марс и его пояса-2»**

**Решение.** Рассмотрим Марс в разрезе (в плоскости одного из меридианов), см. рис. 5. Здесь  $\varphi_1 = \pm 25^\circ 11'$  – широты, определяющие границы северного (южного) тропиков;  $\varphi_2 = \pm 64^\circ 49'$  – широты, определяющие положения северного (южного) полярных кругов (см. решение предыдущей задачи).

Определим площадь шарового сегмента III. Согласно формуле для площади шарового сегмента

$$S_{III} = 2\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2 (1 - \cos(90^\circ - \varphi_2)) = 2\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2 (1 - \sin \varphi_2), \quad (34)$$

здесь и далее  $\mathfrak{R}_{\odot}$  – радиус Красной планеты. Поскольку площадь всей поверхности Марса есть

$$S_0 = 4\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2. \quad (35)$$

Тогда на северный и южный холодные пояса Красной планеты вместе приходится доля:

$$\eta_{III}^{(tot)} = \frac{2S_{III}}{S_0} = (1 - \sin \varphi_2) = 0.095 \text{ или } 9.5\%. \quad (36)$$

Для сравнения, в случае Земли, эта доля составляет лишь 8.2%.

Площадь умеренного северного пояса можно представить в виде разности площадей сегментов III + II и III:

$$S_{II} = 2\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2 (1 - \sin \varphi_1) - 2\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2 (1 - \sin \varphi_2) = 2\pi \mathfrak{R}_{\odot}^2 (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1). \quad (37)$$

Тогда на северный и южный умеренные пояса Марса вместе приходится доля:

$$\eta_{II}^{(tot)} = \frac{2S_{II}}{S_0} = (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = 0.479 \text{ или } 47.9\%. \quad (38)$$

Для сравнения, в случае Земли, эта доля составляет лишь 52.0%.

Доля, приходящаяся на тропический пояс, представляется в виде:

$$\eta_I^{(tot)} = 1 - \eta_{II}^{(tot)} - \eta_{III}^{(tot)} = 0.426 \text{ или } 42.6\%. \quad (39)$$

Итак, самый большой по величине  $\eta$  пояс Марса – умеренный, затем следует тропический и замыкает тройку холодный. Аналогичное распределение по значениям наблюдается в случае Земли.

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (36), (38), (39). (14 баллов)

**Задача № 10. «Звезда S2, ее перицентр и Sgr A\*»**

**Дано:**

$$\begin{aligned} r &= 7.94 \pm 0.42 \text{ кпк}, \\ a'' &= (1.203 \pm 0.027) \cdot 10^{-1''}, \\ \varepsilon &= 0.881 \pm 0.007, \\ T &= 15.56 \pm 0.35 \text{ лет.} \end{aligned}$$

**Найти:**

$$a, q, \mathfrak{M}_{\text{BH}}, \mathfrak{R}_{\text{BH}}, \eta, h, g - ?$$

**Решение:**

1. Определим большую полуось орбиты S2:

$$\bar{a} = r \frac{a''}{206265''} = 955 \text{ а.е.}$$

2. Определим относительные погрешности определения известных параметров:

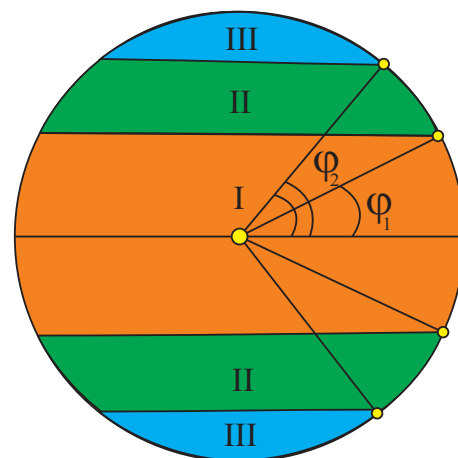


Рис. 5: к определению поясов Марса.

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\Delta r}{\bar{r}} 100\% = 5.29\%, \quad \varepsilon_{a''} = \frac{\Delta a''}{\bar{a}''} 100\% = 2.24\%, \\ \varepsilon_{\varepsilon} &= \frac{\Delta \varepsilon}{\bar{\varepsilon}} 100\% = 0.79\%, \quad \varepsilon_T = \frac{\Delta T}{\bar{T}} = 2.25\% \end{aligned} \right\}. \quad (40)$$

Опираясь на структуру формулы (40) относительная погрешность определения большой полуоси будет

$$\varepsilon_{\bar{a}} = \sqrt{\varepsilon_r^2 + \varepsilon_{a''}^2} = 5.74\%, \Rightarrow \bar{a} \pm \Delta a = 955 \pm 55 \text{ а.е.} \quad (41)$$

Расстояние до перицентра есть

$$\bar{q} = \bar{a}(1 - \bar{\varepsilon}) = 114 \text{ а.е.}$$

Погрешность определения  $q$ :

$$\varepsilon_q = \sqrt{\varepsilon_{\bar{a}}^2 + \left(\frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}\right)^2 \varepsilon_{\varepsilon}^2} = 6.26\%, \Rightarrow \bar{q} \pm \Delta q = (114 \pm 7) \text{ а.е.} \quad (42)$$

3. Для определения массы СМЧД воспользуемся третьим обобщенным законом Кеплера:

$$\frac{(\mathfrak{M}_{\text{BH}} + \mathfrak{M}_*)T^2}{(\mathfrak{M}_{\odot} + \mathfrak{M}_{\oplus})T_{\oplus}^2} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3}, \quad (43)$$

здесь  $\mathfrak{M}_*$ ,  $\mathfrak{M}_{\odot}$ ,  $\mathfrak{M}_{\oplus}$  – массы звезды S2, Солнца и Земли соответственно,  $T_{\oplus}$ ,  $a_{\oplus}$  – сидерический период обращения и большая полуось орбиты Земли соответственно. Учитывая, что  $\mathfrak{M}_{\text{BH}} \gg \mathfrak{M}_*$ ,  $\mathfrak{M}_{\odot} \gg \mathfrak{M}_{\oplus}$  уравнение (43) можно переписать в виде:

$$\bar{\mathfrak{M}}_{\text{BH}} = \left(\frac{\bar{a}}{a_{\oplus}}\right)^3 \left(\frac{T_{\oplus}}{\bar{T}}\right)^2 \mathfrak{M}_{\odot} = 3.60 \cdot 10^6 \mathfrak{M}_{\odot} = 7.16 \cdot 10^{36} \text{ кг.} \quad (44)$$

Относительная погрешность определения  $\mathfrak{M}_{\text{BH}}$  есть

$$\varepsilon_{\mathfrak{M}_{\text{BH}}} = \sqrt{9 \varepsilon_{\bar{a}}^2 + 4 \varepsilon_T^2} = 17.8\%, \Rightarrow \quad (45)$$

$$\bar{\mathfrak{M}}_{\text{BH}} \pm \Delta \mathfrak{M}_{\text{BH}} = (3.60 \pm 0.64) \cdot 10^6 \mathfrak{M}_{\odot} = (7.16 \pm 1.27) \cdot 10^{36} \text{ кг.} \quad (46)$$

4. Радиус горизонта событий СМЧД определяется формулой Шварцшильда:

$$\bar{\mathfrak{R}}_{\text{BH}} = \frac{2 G \bar{\mathfrak{M}}_{\text{BH}}}{c^2} = 1.06 \cdot 10^{10} \text{ м} = 0.071 \text{ а.е.} = 1.06 \cdot 10^7 \text{ км.}$$

Относительная погрешность данной величины:

$$\varepsilon_{\mathfrak{R}_{\text{BH}}} = \varepsilon_{\mathfrak{M}_{\text{BH}}} = 17.8\%, \Rightarrow \mathfrak{R}_{\text{BH}} \pm \Delta \mathfrak{R}_{\text{BH}} = (1.06 \pm 0.19) \cdot 10^7 \text{ км.} \quad (47)$$

5. Как известно, скорость звезды в перицентре есть

$$V_q = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\text{BH}}}{a} \left( \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\text{BH}}(1 + \varepsilon)}{q}}. \quad (48)$$

Тогда искомая доля будет

$$\eta = \frac{V_q}{c} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\text{BH}}}{c^2 q} (1 + \varepsilon)} = 0.0242, \Rightarrow$$

$$\Delta \eta = \sqrt{\varepsilon_{\mathfrak{M}_{\text{BH}}}^2 + \varepsilon_q^2 + \left( \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon} \right)^2 \varepsilon_{\varepsilon}^2} = 18.9\%, \Rightarrow \quad (49)$$

$$\eta \pm \Delta \eta = 0.0242 \pm 0.0046. \quad (50)$$

6. Высота перицентра орбиты

$$\bar{h} = \bar{q} - \bar{\mathfrak{R}}_{\text{BH}} = 114 - 0.071 \approx 114 \text{ a.e.},$$

$$\varepsilon_h = \sqrt{\varepsilon_q^2 + \varepsilon_{\mathfrak{R}_{\text{BH}}}^2} = 18.9\%, \Rightarrow h \pm \Delta h = 114 \pm 22 \text{ a.e.} \quad (51)$$

Ускорение свободного падения есть

$$\bar{g} = \frac{G \bar{\mathfrak{M}}_{\text{BH}}}{\bar{q}^2} = 1.64 \text{ м/с}^2, \Rightarrow$$

$$\varepsilon_g = \sqrt{\varepsilon_{\mathfrak{M}_{\text{BH}}}^2 + 4\varepsilon_q^2} = 21.8\%, \Rightarrow \bar{g} \pm \Delta g = 1.64 \pm 0.36 \text{ м/с}^2. \quad (52)$$

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (41), (42), (45)-(47), (49)-(50), (51)-(52). (14 баллов)

**Задача № 11. «Предел Роша для S2»**

**Решение. 1.** Определим среднюю массовую плотность сверхмассивной черной дыры (СМЧД) Sgr A\*:

$$\rho_{\text{BH}} = \frac{\mathfrak{M}_{\text{BH}}}{\frac{4}{3}\pi \mathfrak{R}_{\text{BH}}^3} = \frac{3 c^6}{32 \pi G^3 \mathfrak{M}_{\text{BH}}^2} = 1.428 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^3, \quad (53)$$

здесь в качестве радиуса СМЧД использовано выражение для радиуса горизонта событий, представленное в предыдущей задаче.

**2.** Вычислим среднюю массовую плотность звезды S2:

$$\rho_* = \frac{\mathfrak{M}_*}{\frac{4}{3}\pi \mathfrak{R}_*^3} = 0.015 \cdot \frac{\mathfrak{M}_{\odot}}{\frac{4}{3}\pi \mathfrak{R}_{\odot}^3} = 0.015 \rho_{\odot} = 21.2 \text{ кг/м}^3, \quad (54)$$

здесь  $\rho_{\odot} = 1411 \text{ кг/м}^3$  – средняя массовая плотность Солнца.

3. Далее получим аналитическое выражение для предела Роша, в случае звезды S2. В случае пребывания звезды на орбите на минимальном расстоянии от СМЧД, последняя должна еще сохранять свою целостность. Следовательно центростремительные ускорения для двух малых элементов тела звезды массы  $\Delta m$  (самого близкого и самого далекого относительно Sgr A\*) должны быть равны (см. рис. 6):

$$\left. \begin{aligned} \Delta m a &= F_A - F'_A \\ \Delta m a &= F_B + F'_B \end{aligned} \right\}, \Rightarrow F_A - F_B = 2 F'. \quad (55)$$

В выражениях (55)  $F_A, F_B$  – силы притяжения, действующие со стороны СМЧД на малые элементы звезды, расположенные в точках A и B ее поверхности;  $F'_A = F'_B = F'$  – силы притяжения, действующие на те же элементы со стороны самой звезды. Запишем (55) в явном виде:

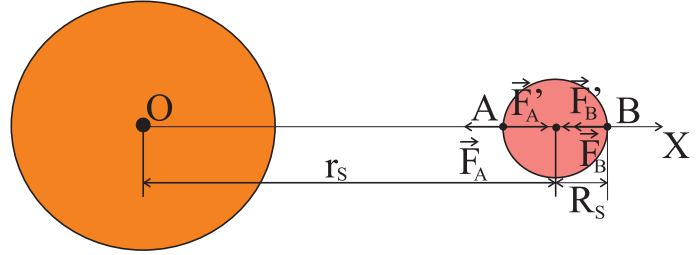


Рис. 6: к определению сил, действующих на звезду S2 в поле тяготения СМЧД.

$$\frac{G \Delta m \mathfrak{M}_{\text{BH}}}{(r_s - \mathfrak{R}_*)^2} - \frac{G \Delta m \mathfrak{M}_{\text{BH}}}{(r_s + \mathfrak{R}_*)^2} = \frac{2 G \Delta m \mathfrak{M}_*}{\mathfrak{R}_*^2},$$

здесь  $\mathfrak{M}_{\text{BH}}, \mathfrak{M}_*$  – масса СМЧД и звезды соответственно;  $r_s, \mathfrak{R}_*$  – искомое минимальное расстояние и радиус звезды соответственно. Последнее уравнение можно переписать в виде:

$$\frac{1}{(r_s - \mathfrak{R}_*)^2} - \frac{1}{(r_s + \mathfrak{R}_*)^2} = \frac{2\eta}{\mathfrak{R}_*^2}, \quad \text{здесь } \eta = \frac{\mathfrak{M}_*}{\mathfrak{M}_{\text{BH}}}. \quad (56)$$

Поскольку  $\mathfrak{R}_* \ll r_s$ , то можно воспользоваться приближением

$$\begin{aligned} (1+x)^\alpha &\approx 1 + \alpha x, \quad x \ll 1, \Rightarrow \\ \frac{1}{r_s^2} \left(1 - \frac{\mathfrak{R}_*}{r_s}\right)^{-2} - \frac{1}{r_s^2} \left(1 + \frac{\mathfrak{R}_*}{r_s}\right)^{-2} &= \frac{2\eta}{\mathfrak{R}_*^2}, \Rightarrow \\ \frac{1}{r_s^2} \left(1 + \frac{2\mathfrak{R}_*}{r_s} - 1 + \frac{2\mathfrak{R}_*}{r_s}\right) &= \frac{2\eta}{\mathfrak{R}_*^2}, \Rightarrow \frac{4\mathfrak{R}_*}{r_s^3} = \frac{2\eta}{\mathfrak{R}_*^2}, \Rightarrow r_s = \mathfrak{R}_* \sqrt[3]{\frac{2}{\eta}} = \\ &= \mathfrak{R}_* \sqrt[3]{\frac{2\mathfrak{M}_{\text{BH}}}{\mathfrak{M}_*}} = \mathfrak{R}_{\text{BH}} \sqrt[3]{\frac{2\rho_{\text{BH}}}{\rho_*}} = 783 \mathfrak{R}_\odot = 5.45 \cdot 10^8 \text{ км} = 3.640 \text{ а.е.} \end{aligned} \quad (57)$$

Отметим, что последний результат определяет **предел Роша** – радиус круговой орбиты звезды, обращающейся вокруг СМЧД, на которой приливные силы, вызванные гравитацией СМЧД, равны силам самогравитации этой звезды.

4. Далее определим минимальные расстояния от данной круговой орбиты до орбиты звезды ( $r_{\min 1}$ ) и до горизонта событий СМЧД ( $r_{\min 2}$ ):

$$r_{\min 1} = q - r_s = 114 - 3.640 = 110.36 \text{ а.е.}, \quad r_{\min 2} = r_s - \mathfrak{R}_{\text{ВН}} = 3.569 \text{ а.е.} \quad (58)$$

**Ответ:** к задаче представляется выражениями (53)-(54), (57)-(58). (14 баллов)

**Задача № 12. «Газовое облако G2 и и Sgr A\*»**

**Решение. 1.** Для определения минимальной продолжительности вспышки в центре нашей Галактики, заметим, что она обусловлена падением газа облака G2 по периметру (экватору) СМЧД, и следовательно можно считать, что вспышка возникла одновременно во всех точках ее поверхности. Однако в силу больших размеров СМЧД свет вспышки придет к наблюдателю неодновременно (см. рис. 7). Сначала земной наблюдатель увидит свет, пришедший из точки B, затем свет придет от всех точек дуг экватора AB и BC и последними лучами, достигшими земного наблюдателя будут лучи из точек A и C. Очевидно, при этом освещенность будет постоянно увеличиваться и время от начала вспышки до ее максимальной фазы составит

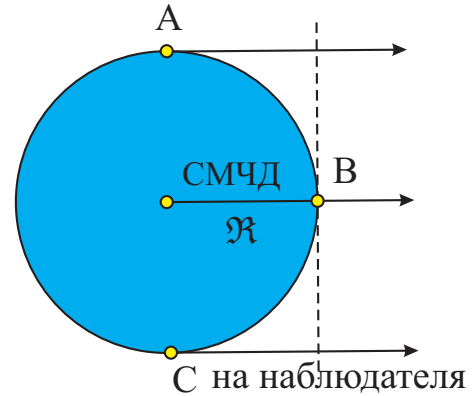


Рис. 7: к определению минимального времени вспышки.

$$t = \frac{\mathfrak{R}_{\text{ВН}}}{c} = \frac{2G \mathfrak{M}_{\text{ВН}}}{c^3} = 35.4 \text{ с.} \quad (59)$$

Указанный промежуток времени и будет минимальной продолжительностью вспышки.

2. Поскольку газ падал на СМЧД по плотно закрученной спирали, то каждый ее виток можно рассматривать как дугу окружности и следовательно для порции газа массы  $\Delta m$ , падающего на СМЧД можно записать 2-ой закон Ньютона:

$$\Delta m \frac{V_f^2}{r} = \frac{G \Delta m \mathfrak{M}_{\text{ВН}}}{r^2} \Rightarrow V_f^2 = \frac{G \mathfrak{M}_{\text{ВН}}}{r}, \quad \text{при } r = \mathfrak{R}_{\text{ВН}}, \Rightarrow$$

$$V_f^2 = \frac{G \mathfrak{M}_{\text{ВН}}}{\mathfrak{R}_{\text{ВН}}} = \frac{c^2}{2}, \Rightarrow V_f = \frac{c}{\sqrt{2}} = 2.12 \cdot 10^8 \text{ м/с}, \quad (60)$$

здесь учтено, что радиус горизонта событий СМЧД определяется формулой Шварцшильда (47). Важно отметить, что результат (60) следует рассматривать лишь как оценочный, поскольку механика Ньютона не дает точных результатов в случае движения тел со скоростями, сравнимыми со скоростью

света. Следовательно, период обращения потоков газа есть

$$T = \frac{2\pi \mathfrak{R}_{\text{ВН}}}{V_f} = \frac{4\pi G \mathfrak{M}_{\text{ВН}}}{c^3} \sqrt{2} = 314 \text{ с.} \quad (61)$$

3. Как известно, светимость самосветящегося сферического объекта радиуса  $\mathfrak{R}$  и температуры поверхности  $T$  представляется формулой:

$$L = 4\pi \mathfrak{R}^2 \sigma T^4,$$

здесь  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана. Приравнивая последний результат к (1), в итоге получаем

$$4\pi \mathfrak{R}^2 \sigma T^4 = \frac{\hbar c^6}{15360 \pi G^2 \mathfrak{M}_{\text{ВН}}^2}, \Rightarrow$$

$$T_{\text{ВН}} = \frac{c^2}{8 G \mathfrak{M}_{\text{ВН}}} \sqrt[4]{\frac{\hbar c^2}{60 \pi^2 \sigma}} = 1.72 \cdot 10^{-14} \text{ К.} \quad (62)$$

**Ответ:** к задаче представляется выражениями (59)-(62). (15 баллов)

---



---

---

---

# СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

---

---



## А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная –  $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме –  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная –  $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана –  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро –  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона –  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона –  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица –  $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек –  $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла –  $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

## А.2. Данные о Солнце

- Радиус –  $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса –  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость –  $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина –  $-26.74^m$
- Абсолютная болометрическая звездная величина –  $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) –  $+0.67^m$
- Эффективная температура –  $5778 \text{ К}$
- Средний горизонтальный параллакс –  $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре)  
на расстоянии Земли –  $1361 \text{ Вт/м}^2$
- Солнечная постоянная (в видимом свете)  
на расстоянии Земли –  $600 \text{ Вт/м}^2$

## А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты –  $0.017$
- Тропический год –  $365.24219 \text{ сут}$
- Средняя орбитальная скорость –  $29.8 \text{ км/с}$
- Период вращения –  $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 –  $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса –  $5.974 \cdot 10^{24}$  кг
- Средняя плотность –  $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы –  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%), Ar ( $\sim 1\%$ )

#### А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике –  $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса –  $7.348 \cdot 10^{22}$  кг или  $1/81.3$  массы Земли
- Средняя плотность –  $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альбедо – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние –  $-12.7^m$

#### А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь  $x \ll 1$ , все углы выражаются в радианах.

## А.6. Характеристики орбит планет

| Планета  | Большая полуось |         | Экс-<br>цен-<br>триси-<br>тет | Наклон к<br>плоскости<br>эклипти-<br>ки | Период<br>обраще-<br>ния | Синоди-<br>ческий<br>период |
|----------|-----------------|---------|-------------------------------|-----------------------------------------|--------------------------|-----------------------------|
|          | млн.<br>км      | а.е.    |                               |                                         |                          |                             |
| Меркурий | 57.9            | 0.3871  | 0.2056                        | 7.004                                   | 87.97 сут                | 115.9                       |
| Венера   | 108.2           | 0.7233  | 0.0068                        | 3.394                                   | 224.70 сут               | 583.9                       |
| Земля    | 149.6           | 1.0000  | 0.0167                        | 0.000                                   | 365.26 сут               | –                           |
| Марс     | 227.9           | 1.5237  | 0.0934                        | 1.850                                   | 686.98 сут               | 780.0                       |
| Юпитер   | 778.3           | 5.2028  | 0.0483                        | 1.308                                   | 11.862 лет               | 398.9                       |
| Сатурн   | 1429.4          | 9.5388  | 0.0560                        | 2.488                                   | 29.458 лет               | 378.1                       |
| Уран     | 2871.0          | 19.1914 | 0.0461                        | 0.774                                   | 84.01 лет                | 369.7                       |
| Нептун   | 4504.3          | 30.0611 | 0.0097                        | 1.774                                   | 164.79 лет               | 367.5                       |

## А.7. Физические характеристики Солнца и планет

| Планета  | Масса                 |                | Радиус |                            | Плот-<br>ность | Период<br>вращения<br>вокруг оси | Наклон<br>экватора<br>к плос-<br>кости<br>орбиты | Гео-<br>мет-<br>рич.<br>альбе-<br>до | Вид.<br>звезд-<br>ная<br>вели-<br>чина* |
|----------|-----------------------|----------------|--------|----------------------------|----------------|----------------------------------|--------------------------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------------|
|          | кг                    | массы<br>Земли | км     | ради-<br>усы<br>Зем-<br>ли |                |                                  |                                                  |                                      |                                         |
| Солнце   | $1.989 \cdot 10^{30}$ | 332946         | 695500 | 108.97                     | 1.41           | 25.380 сут                       | 7.25                                             | –                                    | $-26.8^m$                               |
| Меркурий | $3.302 \cdot 10^{23}$ | 0.05271        | 2439.7 | 0.3825                     | 5.42           | 58.646 сут                       | 0.00                                             | 0.10                                 | $-0.1$                                  |
| Венера   | $4.869 \cdot 10^{24}$ | 0.81476        | 6051.8 | 0.9488                     | 5.20           | 243.019 сут <sup>†</sup>         | 177.36                                           | 0.65                                 | $-4.4^m$                                |
| Земля    | $5.974 \cdot 10^{24}$ | 1.00000        | 6378.1 | 1.0000                     | 5.52           | 23.934 час                       | 23.45                                            | 0.37                                 | –                                       |
| Марс     | $6.419 \cdot 10^{23}$ | 0.10745        | 3397.2 | 0.5326                     | 3.93           | 24.623 час                       | 25.19                                            | 0.15                                 | $-2.0^m$                                |
| Юпитер   | $1.899 \cdot 10^{27}$ | 317.94         | 71492  | 11.209                     | 1.33           | 9.924 час                        | 3.13                                             | 0.52                                 | $-2.7^m$                                |
| Сатурн   | $5.685 \cdot 10^{26}$ | 95.181         | 60268  | 9.4494                     | 0.69           | 10.656 час                       | 25.33                                            | 0.47                                 | $0.4^m$                                 |
| Уран     | $8.683 \cdot 10^{25}$ | 14.535         | 25559  | 4.0073                     | 1.32           | 17.24 час <sup>†</sup>           | 97.86                                            | 0.51                                 | $5.7^m$                                 |
| Нептун   | $1.024 \cdot 10^{26}$ | 17.135         | 24746  | 3.8799                     | 1.64           | 16.11 час                        | 28.31                                            | 0.41                                 | $7.8^m$                                 |

\* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## А.8. Характеристики некоторых спутников планет

| Спутник       | Масса                 | Радиус | Плотность          | Радиус орбиты | Период обращения     | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|---------------|-----------------------|--------|--------------------|---------------|----------------------|--------------------|-------------------------|
|               | кг                    | км     | г·см <sup>-3</sup> | км            | сут                  |                    |                         |
| <b>Земля</b>  |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Луна          | $7.348 \cdot 10^{22}$ | 1738   | 3.34               | 384400        | 27.32166             | 0.12               | -12.7                   |
| <b>Марс</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Фобос         | $1.08 \cdot 10^{16}$  | ~ 10   | 2.0                | 9380          | 0.31910              | 0.06               | 11.3                    |
| Деймос        | $1.8 \cdot 10^{15}$   | ~ 6    | 1.7                | 23460         | 1.26244              | 0.07               | 12.4                    |
| <b>Юпитер</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Ио            | $8.94 \cdot 10^{22}$  | 1815   | 3.55               | 421800        | 1.769138             | 0.61               | 5.0                     |
| Европа        | $4.8 \cdot 10^{22}$   | 1569   | 3.01               | 671100        | 3.551181             | 0.64               | 5.3                     |
| Ганимед       | $1.48 \cdot 10^{23}$  | 2631   | 1.94               | 1070400       | 7.154553             | 0.42               | 4.6                     |
| Каллисто      | $1.08 \cdot 10^{23}$  | 2400   | 1.86               | 1882800       | 16.68902             | 0.20               | 5.7                     |
| <b>Сатурн</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тефия         | $7.55 \cdot 10^{20}$  | 530    | 1.21               | 294660        | 1.887802             | 0.9                | 10.2                    |
| Диона         | $1.05 \cdot 10^{21}$  | 560    | 1.43               | 377400        | 2.736915             | 0.7                | 10.4                    |
| Рея           | $2.49 \cdot 10^{21}$  | 765    | 1.33               | 527040        | 4.517500             | 0.7                | 9.7                     |
| Титан         | $1.35 \cdot 10^{23}$  | 2575   | 1.88               | 1221850       | 15.94542             | 0.21               | 8.2                     |
| Япет          | $1.88 \cdot 10^{21}$  | 730    | 1.21               | 3560800       | 79.33018             | 0.20               | ~ 11.0                  |
| <b>Уран</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Миранда       | $6.33 \cdot 10^{19}$  | 235.8  | 1.15               | 129900        | 1.413479             | 0.27               | 16.3                    |
| Ариэль        | $1.7 \cdot 10^{21}$   | 578.9  | 1.56               | 190900        | 2.520379             | 0.34               | 14.2                    |
| Умбриэль      | $1.27 \cdot 10^{21}$  | 584.7  | 1.52               | 266000        | 4.144177             | 0.18               | 14.8                    |
| Титания       | $3.49 \cdot 10^{21}$  | 788.9  | 1.70               | 436300        | 8.705872             | 0.27               | 13.7                    |
| Оберон        | $3.03 \cdot 10^{21}$  | 761.4  | 1.64               | 583500        | 13.46324             | 0.24               | 13.9                    |
| <b>Нептун</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тритон        | $2.14 \cdot 10^{22}$  | 1350   | 2.07               | 354800        | 5.87685 <sup>†</sup> | 0.7                | 13.5                    |

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

### А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

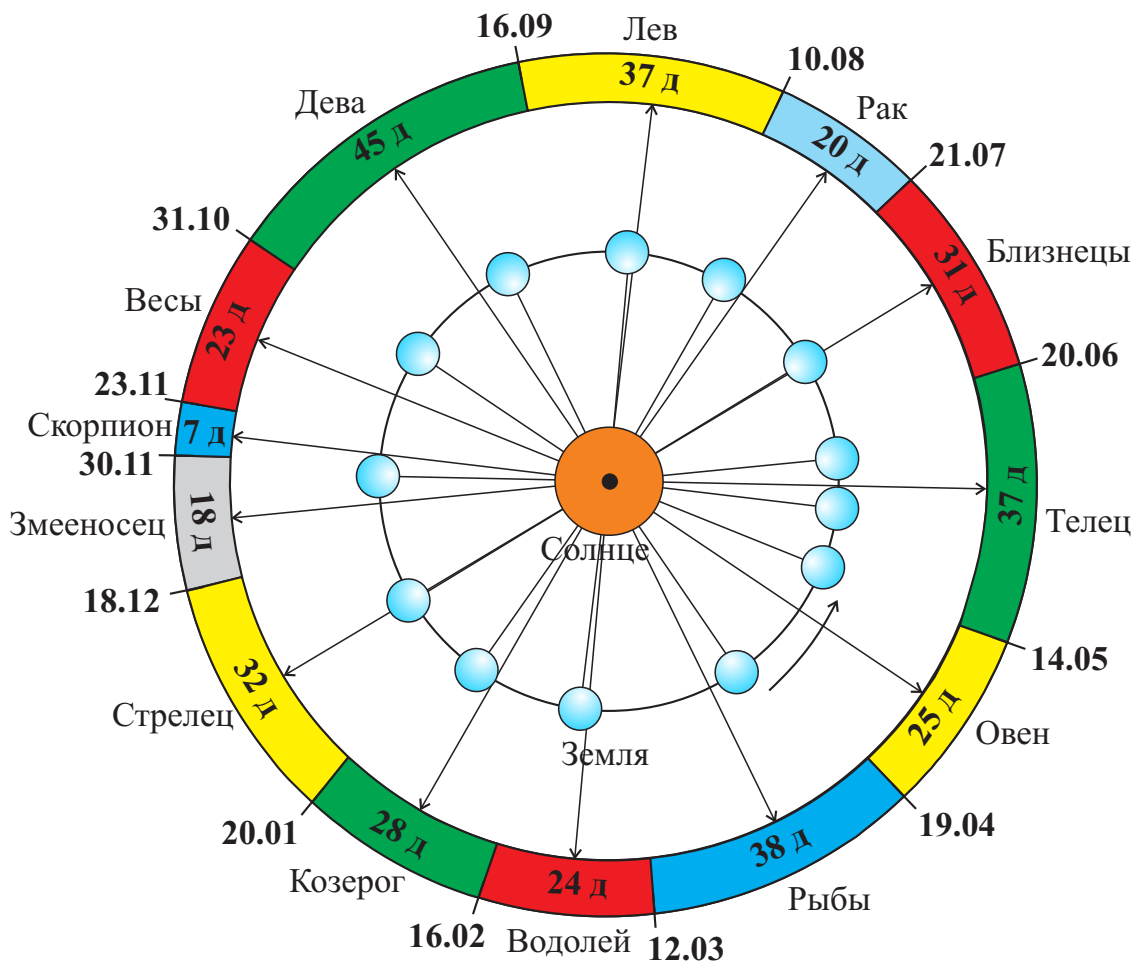


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

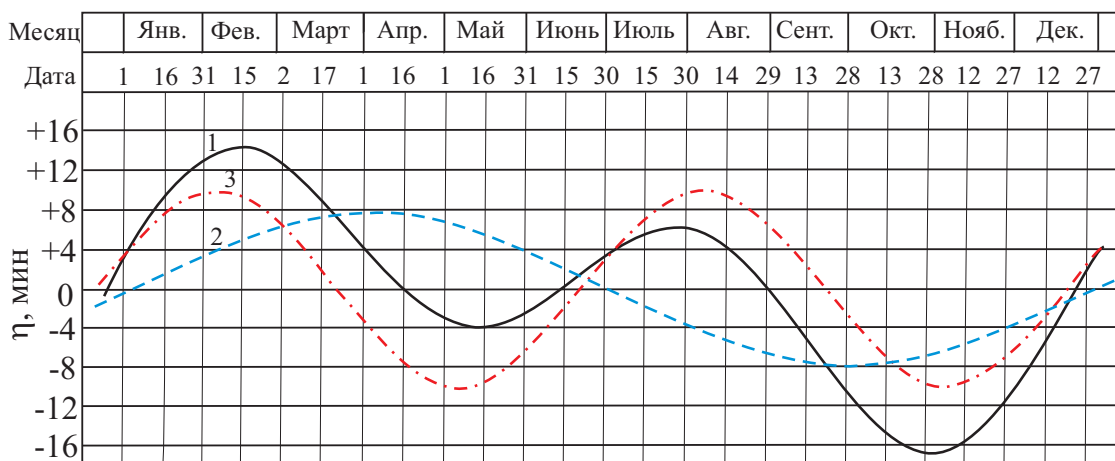


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

## А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки  $\Delta M_b$

| Спектр | $\Delta M_b$ | Спектр | $\Delta M_b$                |         |              |
|--------|--------------|--------|-----------------------------|---------|--------------|
|        |              |        | Гл. последо-<br>вательность | Гиганты | Сверхгиганты |
| B0     | – 2.70       | F5     | – 0.04                      | – 0.08  | – 0.12       |
| B5     | – 1.58       | F8     | – 0.05                      | – 0.17  | – 0.28       |
| A0     | – 0.72       | G0     | – 0.06                      | – 0.25  | – 0.42       |
| A5     | – 0.31       | G2     | – 0.07                      | – 0.31  | – 0.52       |
| F0     | – 0.09       | G5     | – 0.10                      | – 0.39  | – 0.65       |
| F2     | – 0.04       | G8     | – 0.10                      | – 0.47  | – 0.80       |
|        |              | K0     | – 0.11                      | – 0.54  | – 0.93       |
|        |              | K2     | – 0.15                      | – 0.72  | – 1.20       |
|        |              | K3     | – 0.31                      | – 0.89  | – 1.35       |
|        |              | K4     | – 0.55                      | – 1.11  | – 1.56       |
|        |              | K5     | – 0.85                      | – 1.35  | – 1.86       |
|        |              | M0     | – 1.43                      | – 1.55  | – 2.2        |
|        |              | M1     | – 1.70                      | – 1.72  | – 2.6        |
|        |              | M2     | – 2.03                      | – 1.95  | – 3.0        |
|        |              | M3     | – 2.35                      | – 2.26  | – 3.6        |
|        |              | M4     | – 2.7                       | – 2.72  | – 3.8        |
|        |              | M5     | – 3.1                       | – 3.4   | – 4.0        |

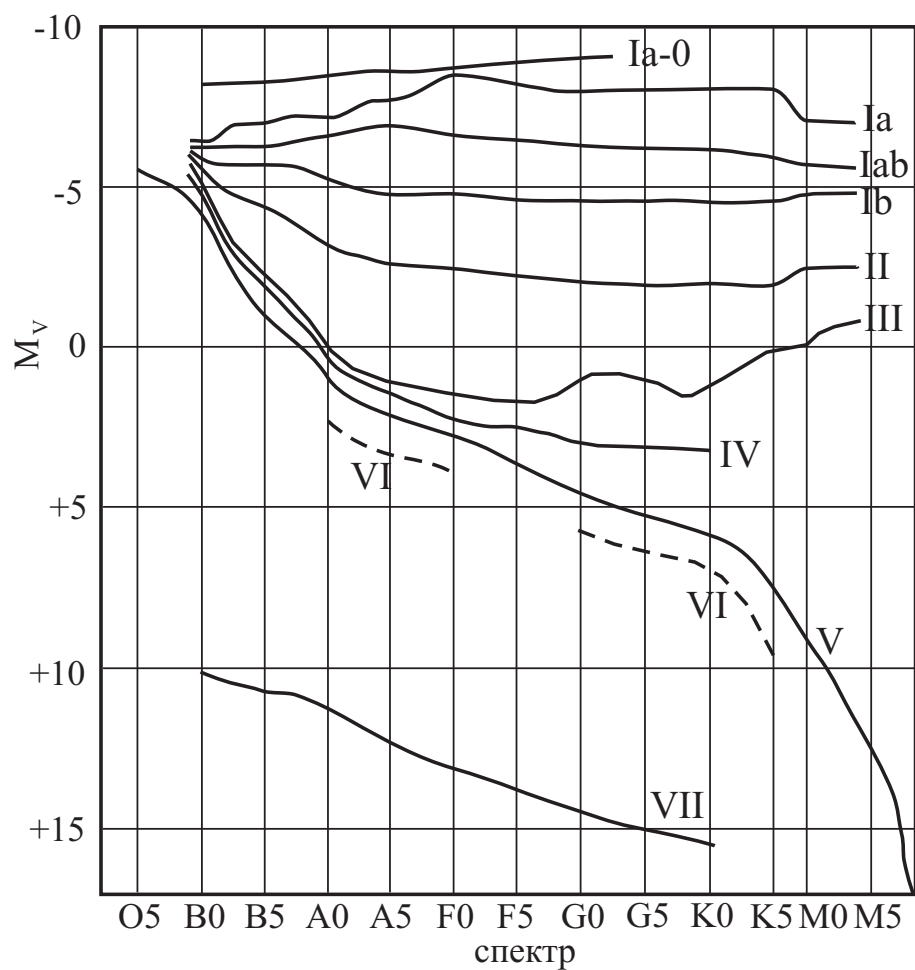


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

# ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

| ПЕРИОДЫ | Г Р У П П Ы             |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Э Л Е М Е Н Т Ы                |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | В И И                         |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|---------|-------------------------|---|----|-----|----|---|----|-----|---|------|----|---|--------------------------------|-----|--|---|----|-----|----|---|----|-----|---|------|-------------------------------|---|----|-----|--|--|--|--|--|--|--|--|----------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-------------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|---------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--------------------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
|         | A                       | I | II | III | IV | V | VI | VII | A | VIII | IX | X | XI                             | XII |  | I | II | III | IV | V | VI | VII | A | VIII | IX                            | X | XI | XII |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1       | (H)                     |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   |                                |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | He<br>Гелий<br>4.002602       |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                               |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2       | Li<br>Литий<br>6.941    |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Be<br>Бериллий<br>9.0122       |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | B<br>Бор<br>10.811            |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | C<br>Углерод<br>12.011     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | N<br>Азот<br>14.007           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | O<br>Кислород<br>15.999  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | F<br>Фтор<br>18.998           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ne<br>Неон<br>20.179      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3       | Na<br>Натрий<br>22.99   |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Mg<br>Магний<br>24.305         |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | Al<br>Алюминий<br>26.9815     |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Si<br>Кремний<br>28.086    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | P<br>Фосфор<br>30.974         |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | S<br>Сера<br>32.066      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Cl<br>Хлор<br>35.453          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ar<br>Аргон<br>39.948     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4       | K<br>Калий<br>39.098    |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Ca<br>Кальций<br>40.08         |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | Sc<br>Скандий<br>44.956       |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Ti<br>Титан<br>47.90       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | V<br>Ванадий<br>50.941        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Cr<br>Хром<br>51.996     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Mn<br>Марганец<br>54.938      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Fe<br>Железо<br>55.847    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Co<br>Кобальт<br>58.933    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ni<br>Никель<br>58.70     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5       | Rb<br>Рубидий<br>85.468 |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Sr<br>Стронций<br>87.62        |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | Y<br>Иттрий<br>88.906         |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Zr<br>Цирконий<br>91.22    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Nb<br>Ниобий<br>92.906        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Mo<br>Молибден<br>95.94  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Tc<br>Технеций<br>97.91       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ru<br>Рутений<br>101.07   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Rh<br>Родий<br>102.906     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Pd<br>Палладий<br>106.4   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6       | Cs<br>Цезий<br>132.905  |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Ba<br>Барий<br>137.33          |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | La*<br>Лантан<br>138.9055     |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Hf<br>Гафний<br>178.49     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ta<br>Тантал<br>180.9479      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | W<br>Вольфрам<br>183.85  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Re<br>Рений<br>186.207        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Os<br>Осмий<br>190.2      |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ir<br>Иридий<br>192.22     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Pt<br>Платина<br>195.08   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7       | Fr<br>Франций<br>[223]  |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Ra<br>Радий<br>[226]           |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | Ac**<br>Актиний<br>[227]      |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Rf<br>Резерфордий<br>[261] |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Db<br>Дубний<br>[262]         |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Sg<br>Сибургий<br>[263]  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Bh<br>Борий<br>[264]          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Hs<br>Хассий<br>[265]     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Mt<br>Мейтнерий<br>[266]   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | RO <sub>4</sub>           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         | R <sub>2</sub> O        |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | RO                             |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | R <sub>2</sub> O <sub>3</sub> |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | RO <sub>2</sub>            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | R <sub>2</sub> O <sub>5</sub> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | RH <sub>2</sub>          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | R <sub>2</sub> O <sub>7</sub> |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | RH                        |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                            |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                           |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         | Ce<br>Церий<br>140.12   |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Pr<br>Прозетимий<br>140.90765  |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | Nd<br>Неодим<br>144.24        |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Pm<br>Прометий<br>[145]    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Sm<br>Самарий<br>150.36       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Eu<br>Европий<br>151.964 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Gd<br>Гадолиний<br>157.25     |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Dy<br>Диспрозий<br>162.50 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Ho<br>Гольмий<br>164.93032 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Er<br>Эрбий<br>167.259    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Tm<br>Тулий<br>168.93421 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Yb<br>Иттербий<br>173.045 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Lu<br>Лютеций<br>174.967 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |                          |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|         | Th<br>Торий<br>232.0377 |   |    |     |    |   |    |     |   |      |    |   | Pa<br>Протактиний<br>231.03628 |     |  |   |    |     |    |   |    |     |   |      | U<br>Уран<br>238.02891        |   |    |     |  |  |  |  |  |  |  |  | Np<br>Нептуний<br>[237]    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Pu<br>Плутоний<br>[244]       |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Am<br>Америций<br>[243]  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Cm<br>Курций<br>[247]         |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Bk<br>Берклий<br>[247]    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Cf<br>Калифорний<br>[251]  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Es<br>Эйнштейний<br>[252] |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Fm<br>Фермий<br>[257]    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Md<br>Менделевий<br>[288] |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | No<br>Нобелий<br>[289]   |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | Lr<br>Лавренций<br>[260] |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Рис. А.4. Таблица Менделеева.