

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2020-2021, ТУР № 1



Самара, 2020 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 12 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/omoa-solutions>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СРЦОД, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе $\text{\LaTeX}$ – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021 тура № 1 на проверку:

15.10.2020-30.11.2020!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2021, внимательно ознакомьтесь с «**Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2021**»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника**.

Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Самая яркая звезда Большой Медведицы»

Как называется самая яркая звезда в созвездии Большая Медведица? В какой части астеризма «Большой Ковш» она расположена? Нарисуйте этот астеризм и укажите местоположение этой звезды. Чему равна ее звездная величина, согласно современным данным наблюдений? Можно ли ее наблюдать ночью в г. Самаре, в период проведения первого тура настоящей Олимпиады? (5 баллов).

Задача № 2. «Небосвод из шахматных облаков»

Однажды ночью небосвод покрыла большая гряда белых непрозрачных облаков, имеющих форму, близкую к форме квадрата, и расположившихся, подобно белым клеткам на шахматной доске. В просветах между облаками небосвод остался чистым. Какое максимальное количество звезд может увидеть невооруженным глазом наблюдатель, с одного места наблюдений в эту ночь, осматривая небосвод целиком беглым взглядом? Следует считать, что количество облаков, видимых на небосводе, является большим. (5 баллов).

Задача № 3. «Небесные объекты и полеты КА»

Вашему вниманию на рис. 1 представлена мозаика фотографий космических объектов различных типов. Укажите номера тех объектов, в малой окрестности которых уже побывали космические аппараты (КА), созданные человеком. Назовите собственные имена этих объектов и КА, их посещавших. (6 баллов).

Задача № 4. «Тесное сближение лучистой Луны и Марса»

На рис. 2 представлена фотография тесного сближения Луны и Марса, состоявшегося 03.10.2020 года. На фотографии Луна имеет симметричную лучистую структуру, не характерную для визуальных наблюдений. Как можно объяснить ее появление? Что Вы можете сказать об устройстве диафрагмы объектива, с помощью которого была получена фотография? Почему такая структура не видна у Марса и ярких звезд, попавших в кадр? Почему при наблюдениях невооруженным глазом мы часто наблюдаем лучистую структуру

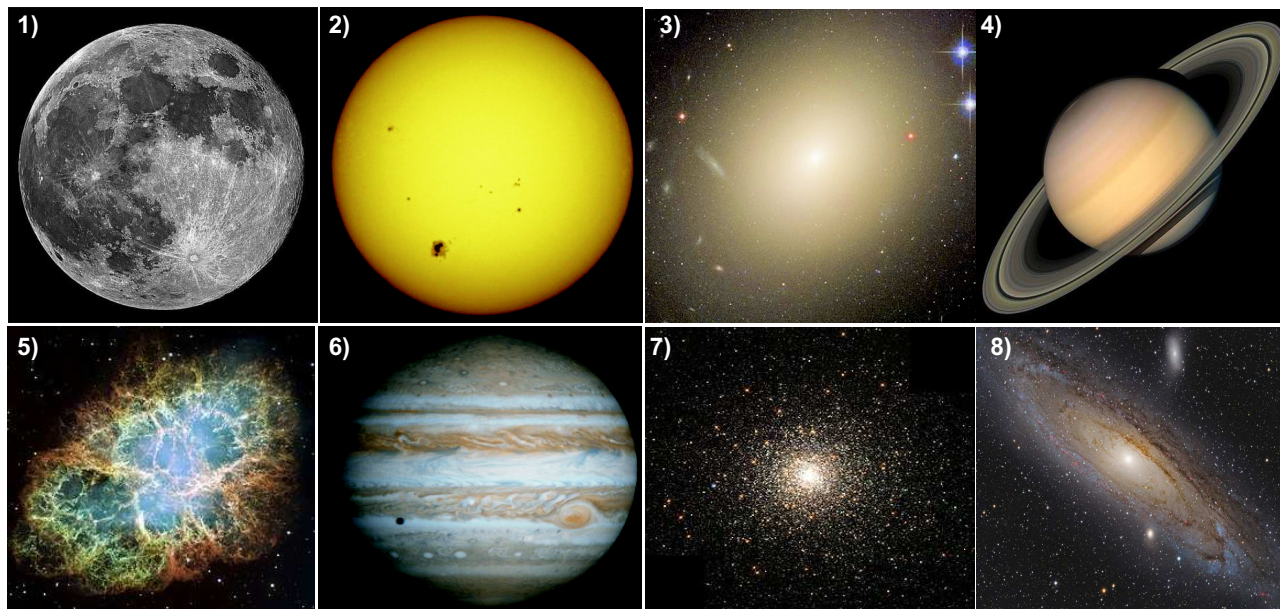


Рис. 1: мозаика космических объектов.



Рис. 2: к определению тесного сближения Луны и Марса 03.10.2020 (автор – Филиппов Юрий).

у ярких звезд и планет? (6 баллов).

Задача № 5. «Угловые размеры Луны и Марса и угловое расстояние между ними»

Определите угловой диаметр: а) Луны на момент съемки (в угл. мин., см. рис. 2), если известно, что Луна в этот момент находилась в апогее своей орбиты, б) Марса на момент съемки, если последний находился на расстоянии 62.157 млн. км от Земли. Во сколько раз угловой диаметр Луны больше соот-

ветствующего параметра Марса? Оцените по фотографии угловое расстояние между Марсом и Луной на момент съемки. (8 баллов).

Задача № 6. «Юлианский календарь и его несовершенство»

Какие принципы исчисления времени заложены в Юлианский календарь? Кто и когда ввел этот календарь в эксплуатацию? Кто был автором-разработчиком этого календаря? В каком году от этого календаря решили отказаться в большинстве развитых стран Европы? Почему? В каком году в России этот календарь был выведен из эксплуатации? Какое количество циклов содержит этот календарь? Чему равны их продолжительности? Вычислите: а) среднюю продолжительность одного юлианского календарного года; б) погрешность (в долях суток и в часах, минутах, секундах), набегавшую в этом календаре за один календарный год? в) количество лет, за которые набегает погрешность в одни сутки в данном календаре? (10 баллов).

Уровень «Знатоки» (уровень В)

Задача № 7. «Малое солнечное (лунное) гало и его наблюдения»

Определите, на каких широтах (хотя бы раз в год и даже реже) невозможно увидеть полностью над горизонтом малое а) солнечное, б) лунное гало? Угловой радиус этого вида гало составляет 22° . (11 баллов).

Задача № 8. «Сжатие диска Луны и рефракция света»

Определите на кадрах а) и б) рис. 3: 1) величину сжатия (κ) видимого диска Луны; 2) разность углов рефракции (Δz) в нижней и верхней точках видимого диска спутника Земли. 3) Установите связь между κ и Δz . Какой вывод Вы можете сделать на основе полученных результатов. (12 баллов).

Задача № 9. «Ночной дайвинг и свет, уходящий в небо»

Как известно, ночной дайвинг открывает широкие возможности наблюдения за жизнью океана в темное время суток. Для обеспечения связи с надводным катером, дайвер с большой глубины h подает регулярно сигналы-вспышки с помощью компактного сферического фонаря с мощностью излучения P в оптическом диапазоне. Однако не весь свет фонаря, излучаемый в направлении поверхности воды, вырывается в атмосферу. Почему? Определите интенсивность света, создаваемую фонарем у поверхности воды, как функцию угла α (угла между направлением на точку наблюдения у поверхности воды с позиции дайвера и его отвесной линией). Следует полагать, что интенсивность света, поглощенного водой, прямо пропорциональна толщине воды, которую преодолел свет (следует считать известным коэффициент поглощения света (κ), размерность которого м^{-1}) и исходной интенсивности света (без учета поглощения света). Чему равен диаметр светового пятна на поверхности воды (в штиль)? Чему равен телесный угол (с позиции дайвера),



Рис. 3: два кадра восхода Луны в Екатеринбурге 02.10.2020 года (автор – Владимир Задумин, источник: https://vk.com/club28313198?w=wall-28313198_403173%2Fall).

в который попадают световые лучи, уходящие в небо? (14 баллов).

Задача № 10. «Интервал между кадрами»

На рис. 3 представлены два кадра восхода Луны над Екатеринбургом ($\varphi_E = 56^\circ 50'$) 02 октября 2020 года (автор – Владимир Задумин). Известно, что на момент съемки экваториальные координаты Луны составляли значения ($\delta_\zeta = 02^\circ 54'$, $\alpha_\zeta = 1^h 21^m$), а ее геоцентрическое расстояние – 403 тыс. км. Оцените а) экваториальные координаты Солнца на момент съемки; б) интервал времени между моментами создания этих кадров, в) промежуток времени между моментом начала восхода Луны и моментом создания первого кадра. (14 баллов).

Задача № 11. «Короткопериодическая комета и ее орбитальные характеристики»

Определите, в случае короткопериодической кометы, интервал допустимых значений для ее: а) сидерического периода обращения вокруг Солнца, а) эксцентриситета, б) гелиоцентрического расстояния. Между орбитами каких классических планет может, в принципе, располагаться ее афелий, в случае максимально допустимого значения ее сидерического периода? Чему при этом равны значения ее скорости (представленные интервалами) в афелии и перигелии? (14 баллов).

Задача № 12. «Твоя математическая модель неогригорианского календаря»

Предложите свою оригинальную модель исчисления больших промежутков времени (назовем ее «неогригорианский календарь»), которая

1. Базируется на принципах летоисчисления григорианского календаря и является ее минимальной модификацией.
2. Включает в себя не более трех независимых циклов.
3. Точность календаря должна определяться погрешностью, которая должна быть не более 1 суток, набегаящих за 100 тыс. лет.
4. Определите среднюю продолжительность года в Вашем календаре и погрешность в долях суток, а также в часах, минутах и секундах, набегаящих в нем за один календарный год. (15 баллов).

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Самая яркая звезда Большой Медведицы»

Решение. Самой яркой звездой в созвездии Большая Медведица является Алиот (ϵ Большой Медведицы). Данная звезда расположена в астеризме «Большой ковш» этого созвездия в точке, указанной на рис. 4. Согласно современным данным, ее звездная величина составляет сегодня $+1.76^m$. Поскольку склонение звезды составляет $\delta_* = 56^\circ$, то данная звезда с территории Самарской области ($\varphi_S = 53^\circ 12'$) видна в течение всего времени года, поскольку является незаходящей. Следовательно, в период проведения первого тура настоящей Олимпиады, данную звезду можно наблюдать ночью с территории города Самара. (5 баллов).

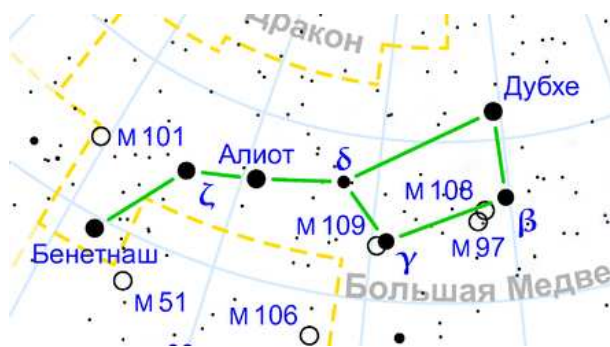


Рис. 4: к определению астеризма Большой Ковш и положения звезды Алиот (источник – Wikipedia).

Задача № 2. «Небосвод из шахматных облаков»

Решение. Согласно условию задачи, гряда облаков покрыла весь небосвод и их количество большое. Как известно, на шахматной доске количество белых клеток равно количеству черных клеток, причем все клетки одинаковые по площади. Следовательно, половина небосвода (по площади) покрыта облаками, а половина небосвода осталась открытой.

Поскольку на всей небесной сфере можно наблюдать около 6000 звезд невооруженным глазом, то на половине небесной сферы – 3000 звезд. Следовательно, в просветах между облаками было видно около 1500 звезд. Если учесть поглощение света у горизонта, то количество звезд видимых на небосводе составит около 1200.

Ответ: 1500 (1200 с учетом поглощения света). (5 баллов).

Задача № 3. «Небесные объекты и полеты КА»

Решение. Как известно, космические аппараты, созданные человеком, побывали лишь в окрестности небесных тел, расположенных в пределах Солнечной системы. К телам этой системы на данных фотографиях относятся объекты под номерами 1,2,4,6. Остальные объекты лежат за пределами Солнечной системы.

На рис. 1.1) изображена Луна. В ее окрестности побывали такие космические аппараты как на Луна-1,2,3,...24, Рейнджер-7,8,9, Apollo-8,...12, Lunar Prospector, Чанъэ-1,2,...4 и другие КА.

На рис. 1.2) изображено Солнце, но его малые окрестности не посещал ни один космический аппарат, в силу высокой плотности электромагнитно-

го излучения Солнца, достигаемой здесь, и как следствие нагрева обшивки аппарата до высокой температуры и неизбежного его разрушения.

На рис. 1.4) представлен образ Сатурна. Окрестности данной планеты посещали такие космические аппараты как Пионер 11, Вояджер-1, Вояджер-2 и Кассини.

На рис. 1.6) представлен образ крупнейшей планеты Солнечной системы – Юпитера. Окрестности данной планеты посещали такие космические аппараты как Пионер-10, Пионер-11, Вояджер-1, Вояджер-2, Улисс, Кассини, Новые горизонты, Галилео и Юнона.

Ответ: 1,4,6. Названия КА указаны в решении задачи. (6 баллов).

Задача № 4. «Тесное сближение лучистой Луны и Марса»

Решение. Как известно, у любого фотоаппарата в объективе встроена **диафрагма** – это устройство, способное изменять площадь отверстия, в пределах которого проходящий свет падает непосредственно на матрицу камеры. Диафрагма, как правило, состоит из ряда одинаковых лепестков, способных изменять положение относительно оптической оси объектива (см. рис. 5).

При максимально открытой диафрагме лепестки почти полностью утоплены в ножны объектива и образуют почти идеально круглое отверстие. По мере уменьшения диаметра диафрагмы объектива, лепестки все больше взаимно перекрывают друга. *Симметричная лучистая структура Луны, не характерная для визуальных наблюдений, обусловлена явлением дифракции света на неперекрывающихся частях лепестков диафрагмы, образующих ее входное отверстие. Дифракция света* – это волновое оптическое явление, заключающееся в отклонении света от прямолинейного распространения, в результате его взаимодействия с препятствиями (экранами). Если характерные размеры препятствий (неперекрывающихся частей лепестков диафрагмы) сопоставимы со значениями длин световых волн, то дифракция проявляется особенно выразительно, что мы и наблюдаем на рис. 2.

Количество и форма лепестков диафрагмы в объективе непосредственно определяет вид лучистой структуры яркого источника света, в частности, определяет количество лучей и их заостренность. Четное число лепестков создает четное количество лучей, в то время как нечетное – в два раза большее



Рис. 5: к определению диафрагмы объектива фотоаппарата.

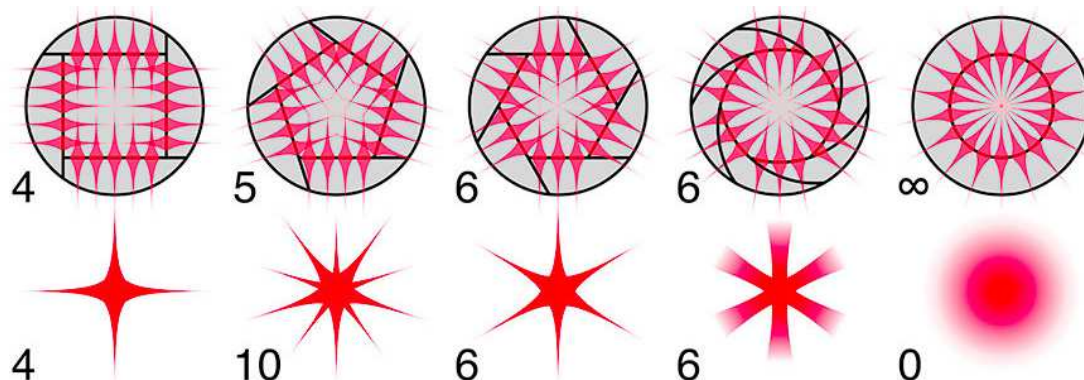


Рис. 6: к определению связи формы и количества лепестков диафрагмы с количеством и формой лучей (автор: Cmglee, Wikimedia Commons).

количество лучей (см. рис. 6). Например, если у объектива 6 лепестков, вы получите столько же лучей, если же лепестков 9 – лучей будет 18. *Т.о., данная фотография была получена на сильно зажатой диафрагме, содержащей 7 (или 14) одинаковых лепестков.*

Лучистая структура не видна у Марса и ярких звезд, попавших в кадр, из-за малой интенсивности света, падающего от этих небесных тел на диафрагму фотоаппарата (интенсивность света в области дифракционных лучей всегда пропорциональна интенсивности падающего света от источника) в сравнении с Луной. Если снимок был бы сделан с существенно большей выдержкой, то данная система лучей была бы видна на фотографии и у данных тел.

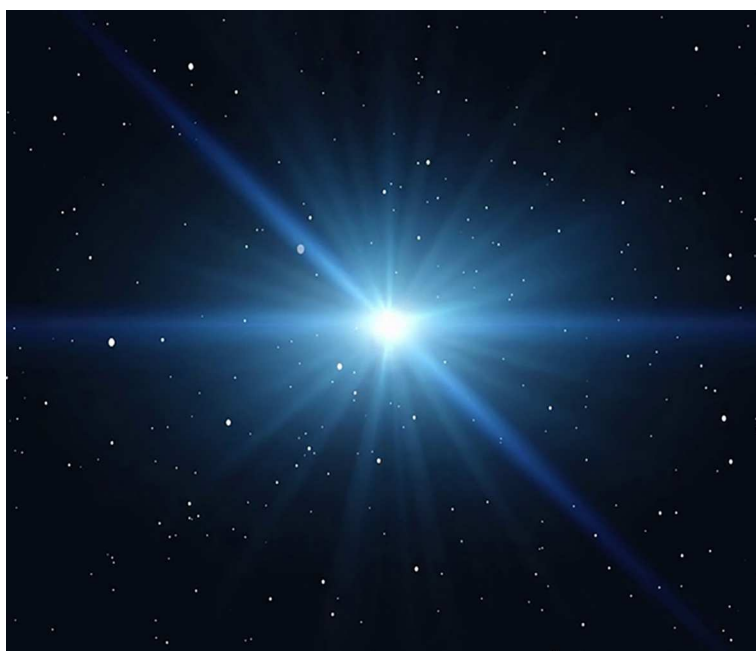


Рис. 7: к определению образа звезды, видимой невооруженным глазом.

Когда мы смотрим на звезды невооруженным глазом, то последние видятся нам лучистыми (см. рис. 7). Причина лучистого вида звезд обусловлена особенностью строения человеческого глаза – в *недостаточной однородности вещества хрусталика*¹ (см. рис. 8.а). Основная масса хрусталика образована **волокнами**, которые представляют собой клетки эпителия, вытянутые в длину. Каждое волокно представляет собой прозрачную шестиугольную призму. Вещество хрусталика, образованное белком кристаллином,

¹ **Хрусталик** – прозрачное тело, расположенное внутри глазного яблока между стекловидным телом и радужкой; является биологической линзой, хрусталик составляет важную часть светопреломляющего и светопроводящего аппарата глаза.

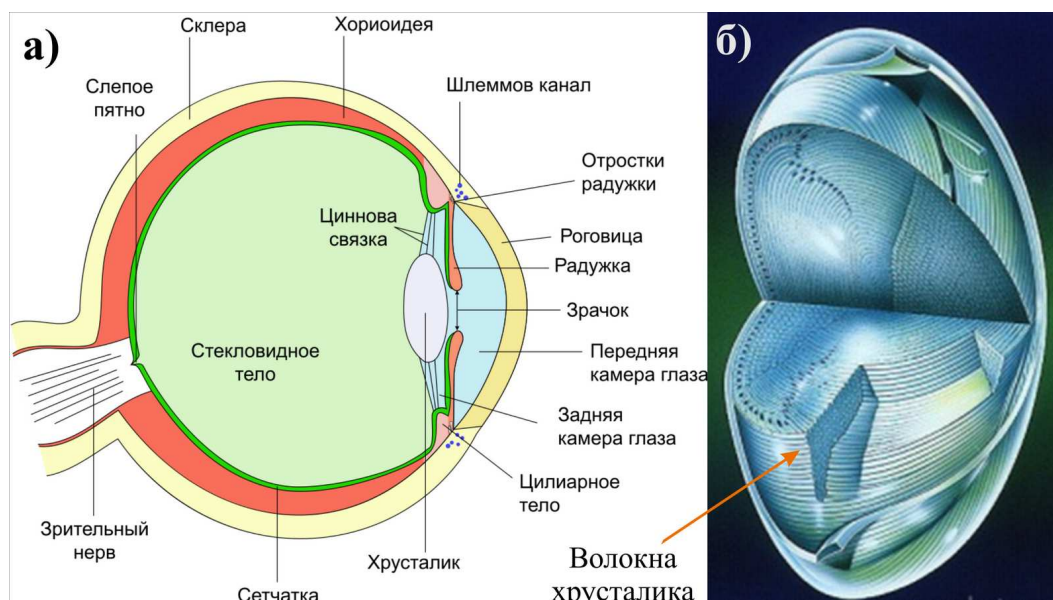


Рис. 8: к определению а) внутреннего строения человеческого глаза, б) волокнистой структуры хрусталика.

совершенно прозрачно и так же, как другие компоненты светопреломляющего аппарата, лишено сосудов и нервов. Хрусталиковые волокна имеют форму U-образного уплощенного шестигранника шириной $10 \div 12$ мкм, толщиной $1 \div 1.5$ мкм. Их шестигранная форма обусловлена необходимостью их плотной упаковки в теле хрусталика (см. рис. 8.б). В результате многократного преломления почти параллельных световых лучей и эффектов дифракции на гранях шестигранных призм, формируется лучистая структура ярких источников света.

Существует простой способ освободиться от влияния этого "недостатка" нашего хрусталика и видеть звезды без лучей, не используя при этом оптические инструменты (бинокль или телескоп). Этот способ еще был упомянут Леонардо да Винчи. Для этого достаточно использовать экран с малым отверстием (искусственную диафрагму). Этим способом снижается яркость источника света, отсекаются лучи, не параллельные оптической оси хрусталика, узкий пучок света направляется на малую и фактически однородную область хрусталика (подобную плоско параллельной пластинке), которая уже не способна породить эффект лучистых звезд. (6 баллов).

Задача № 5. «Угловые размеры Луны и Марса и угловое расстояние между ними»

Решение. Как известно, угловой диаметр шарообразного небесного тела можно представить в виде:

$$D'' = \left(\frac{2R}{\Delta} \right) k, \quad \text{где } k = (57.3^\circ/\text{рад}, 3438'/\text{рад}, 206265''/\text{рад}), \quad (1)$$

здесь R – линейный радиус небесного тела, Δ – его геоцентрическое расстояние; k – коэффициент перевода радианной меры в другую, более удобную в

данных условиях. В случае Луны имеем

$$D''_{\zeta} = \frac{2R_{\zeta}}{\Delta_{\zeta}} 3438' = \frac{2R_{\zeta}}{Q_{\zeta}} 3438' = 29.38', \quad (2)$$

здесь учтено, что в апогее геоцентрическое расстояние до Луны максимально и равно $Q_{\zeta} = 406700$ км (см. справочные данные).

В случае Марса имеем

$$D''_{\sigma} = \frac{2R_{\sigma}}{\Delta_{\sigma}} 206265'' = 22.5'', \Rightarrow D''_{\zeta}/D''_{\sigma} = 78.3. \quad (3)$$

Для оценки углового расстояния между Луной и Марсом на момент съемки определим угловой масштаб фотографии. Для этого с помощью линейки на фотографии измерим линейный диаметр Луны – $d_{\zeta} = 12$ мм. Тогда угловой масштаб фотографии есть

$$\mu_a = \frac{D''_{\zeta}}{d_{\zeta}} = 2.45'/\text{мм}. \quad (4)$$

Следовательно, угловое расстояние между Луной и Марсом будет

$$d'' = \mu_a \ell = 306' = 5.1^{\circ}, \quad (5)$$

здесь $\ell=125$ мм – линейное расстояние между центром диска Луны и Марсом, измеренное по фотографии (Ваши значения ℓ и d_{ζ} могут отличаться от указанных, при использовании фотографии в ином масштабе).

Ответ: к задаче представлен выражениями (2), (3), (5). (8 баллов).

Задача № 6. «Юлианский календарь и его несовершенство»

Решение: Юлианский календарь (ЮК) – календарь, разработанный группой александрийских астрономов во главе с Созигеном². Календарь назван в честь Юлия Цезаря, по указу которого был введен в Римской республике с 1 января 45 года до н.э. Основной единицей измерения времени в ЮК является *год*. Год по ЮК начинается 1 января, так как именно в этот день с 153 года до н.э. избранные комициями консулы вступали в должность.

В данном календаре определены два вида года: обычный и високосный. Обычный год состоит из 365 дней и делится на 12 месяцев. В свою очередь, месяцы делятся на *длинные* (продолжительностью 31 сут) и *короткие* (продолжительностью 30 сут). Исключение составлял февраль, продолжительность которого в обычный год составляла 28 суток. В данном календаре насчитывалось 7 длинных месяцев: январь, март, май, июль, август, октябрь, декабрь и 5 коротких месяцев: февраль, апрель, июнь, сентябрь, ноябрь. Раз

² **Созиген** – греческий астроном, математик и философ, живший в I в. до н.э. в г. Александрия эллинистического Египта. В 46 году до н.э. был приглашен Юлием Цезарем в Рим для разработки Юлианского календаря.

в 4 года объявляется високосный год, в который добавляется один день – 29 февраля. Т.о., данный календарь содержал лишь один **цикл** (минимальный промежуток времени, через который повторяется правила исчисления времени), продолжительностью $N_c = 4$ года. Первым днем года может быть любой из семи дней недели с понедельника по воскресенье.

Вычислим далее

а) среднюю продолжительность одного юлианского календарного года:

$$\bar{T}_J = \frac{365 \cdot 3 + 366}{N_c} = 365.25 \text{ сут.} \quad (6)$$

б) погрешность (в долях суток и в часах, минутах, секундах), набегавшую в этом календаре за один календарный год. Для этого учтем, что одним из требований, выдвигаемых к любому календарю, является следующее положение: *средняя продолжительность календарного года должна быть как можно ближе к продолжительности тропического года* ($T_{\text{try}} = 365.2421896698 \text{ сут.}$).

$$\Delta \bar{T}_J = |\bar{T}_J - T_{\text{try}}| = 0.0078103302 \text{ сут./год} = 11 \text{ мин } 15 \text{ сек в год.} \quad (7)$$

в) количество лет, за которые набегает погрешность в одни сутки в данном календаре:

$$\chi_J = \frac{1}{\Delta \bar{T}_J} = 128.04 \text{ лет.} \quad (8)$$

Т.о., погрешность в 1 сутки набегает всего лишь за 128 лет, что сравнимо с продолжительностью жизни людей-долгожителей! Следовательно, погрешность ЮК является большой! Именно поэтому, Рождество, первоначально почти совпадавшее с зимним солнцестоянием, постепенно сдвигается в сторону весны. Главная проблема ЮК связана с подобным смещением дня весеннего равноденствия, от которого отсчитывается Пасха. Для расчета дня Пасхи в юлианском календаре дата весеннего равноденствия условно принята 21 марта. В XVI веке весеннее равноденствие уже происходило примерно на десять дней раньше (11 марта). Разница была замечена еще в начале второго тысячелетия, возникла необходимость коррекции календаря, однако только в 1582 году папа Григорий XIII издал постановление о реформе календаря. В новом календаре, получившем название *Григорианского* (ГК), уменьшили количество високосных лет и применили новую формулу для определения дня Пасхи. Именно в это время большинство европейских государств (поддерживавших католическую церковь) перешли на новый календарь. Протестантские страны отказывались от ЮК постепенно, на протяжении XVII-XVIII веков.

В Советской России ЮК был заменен на ГК с 14 февраля 1918 года декретом Совнаркома, подписанным В.И. Лениным 26 января 1918 года. По-

следним днем ЮК являлся день 31 января 1918 года. Дни с 1 по 13 февраля 1918 года в Советской России официально не существовали. (10 баллов).

Уровень «Знатор» (уровень В)

Задача № 7. «Малое солнечное (лунное) гало и его наблюдения»

Решение. Чтобы увидеть полностью над горизонтом малое гало вокруг Солнца (Луны), необходимо чтобы высота данного светила было не меньше 22° (при высоте, равной 22° гало нижней точкой будет касаться горизонта). Следовательно, нас будут интересовать точки поверхности Земли, где высота данных светил хотя бы иногда меньше 22° . Для этого учтем, что склонение Солнца, движущегося по эклиптике, в течение года изменяется в пределах:

$$-23^\circ 26' \leq \delta_\odot \leq +23^\circ 26'. \quad (9)$$

Для точки в северном географическом полушарии высота Солнца в полдень к югу от зенита есть

$$h_\odot = 90^\circ - \varphi + \delta_\odot < 22^\circ, \Rightarrow \varphi > 68^\circ + \delta_\odot. \quad (10)$$

Из (9) и (10) следует, что при

$$\varphi > 44^\circ 34' \quad (11)$$

обязательно найдется день в году, когда малое гало (если бы оно наблюдалось) невозможно увидеть полностью над горизонтом. С учетом южного полушария имеем окончательно:

$$\varphi \in [-90^\circ, -44^\circ 34') \cup (44^\circ 34', +90^\circ]. \quad (12)$$

Учитывая, что орбита Луны составляет угол $i_\zeta = 5^\circ 09'$ с плоскостью эклиптики, то возможные значения склонения Луны принадлежат интервалу:

$$-28^\circ 35' \leq \delta_\zeta \leq +28^\circ 35'. \quad (13)$$

Рассуждая аналогично предыдущему случаю, получаем

$$\varphi \in [-90^\circ, -39^\circ 25') \cup (39^\circ 25', +90^\circ]. \quad (14)$$

В случае, когда Луна видна. Однако, следует вспомнить, что у Луны существует фаза новолуния, в которой она не видна, и следовательно лунное гало невозможно увидеть на любой географической широте.

Ответ: к задаче представляется в случае а) выражением (12), б) $[-90^\circ, +90^\circ]$. (11 баллов).

Задача № 8. «Сжатие диска Луны и рефракция света»

Решение. 1. Сжатием диска небесного тела называется отношение вида:

$$\kappa = \frac{D_{\max} - D_{\min}}{D_{\max}} = 1 - \frac{D_{\min}}{D_{\max}}, \quad (15)$$

здесь $D_{\max}$, $D_{\min}$ – максимальный и минимальный диаметры видимого диска.

Определим данные величины по рис. 3 а)-б). Тогда имеем в случае

Рисунок №	$D_{\max}$, мм	$D_{\min}$, мм	κ
а)	45	38	0.156
б)	54	50	0.074

Очевидно, что с увеличением высоты сжатие диска Луны уменьшается, в силу уменьшения влияния рефракции света.

2. Минимальный угловой диаметр диска Луны можно представить как

$$D''_{\min} = h_t - h_b = h_t^{(0)} + \delta z_t - (h_b^{(0)} + \delta z_b), \quad (16)$$

здесь h_t, h_b – видимые высоты верхней и нижней точек видимого диска соответственно; $h_t^{(0)}, h_b^{(0)}$ – истинные высоты тех же точек; $\delta z_t, \delta z_b$ – углы рефракции света в тех же точках.

Учтем далее, что разность истинных высот верхней и нижней точек видимого диска Луны есть $D''_{\max}$ – максимальный угловой диаметр видимого диска, ориентированный параллельно горизонту, поскольку рефракция света вносит искажение в образ тел лишь вдоль отвесной линии. Тогда (15) можно переписать так

$$D''_{\min} = D''_{\max} - \Delta z, \quad \text{где } \Delta z = \delta z_b - \delta z_{b'}, \quad (17)$$

откуда

$$\Delta z = D''_{\max} - D''_{\min}. \quad (18)$$

Поскольку $D''_{\max, \min} \sim D_{\max, \min}$, то сжатие можно записать так

$$\kappa = \frac{\Delta z}{D''_{\max}} = 1 - \frac{D''_{\min}}{D''_{\max}}. \quad (19)$$

Поскольку Луна в момент съемки находилась на расстоянии $r=403$ тыс. км (см. условие задачи № 10), то

$$D''_{\max} = \frac{2\Re_{\odot}}{r} 3438' = 29.65'. \quad (20)$$

Следовательно, из (18) и (19) следует

$$\Delta z = D''_{\max} \kappa. \quad (21)$$

Для рисунков а) и б) имеем

$$\Delta z_a = 4.63', \quad \Delta z_\delta = 2.19'. \quad (22)$$

Поскольку $\Delta z \sim \kappa$, то в отношении Δz просматривается подобная зависимость от высоты Луны.

Ответ: к задаче представляется 1) $\kappa_a=0.156$; $\kappa_\delta=0.074$; 2) выражениями (18), (21)-(22); 3) выражением (21). (12 баллов).

Задача № 9. «Ночной дайвинг и свет, уходящий в небо»

Дано:

$h, P, \kappa.$

Найти:

$I(\alpha) - ?$

$D - ?$

$\Omega - ?$

Решение:

Рассмотрим рис. 9, соответствующий условиям задачи. Здесь в точке O находится дайвер, OA – его отвесная линия, BD – диаметр светового пятна, видимого с позиции дайвера, в пределах которого свет "вырывается" в атмосферу. Свет, распространяющийся вне конуса BOD , не выходит в атмосферу, поскольку распространяется из более плотной среды (вода) в менее плотную среду (воздух) и, в силу полного внутреннего отражения, обратно уходит на глубину. Действительно, при таком ходе светового луча возникает феномен полного внутреннего отражения. Покажем это, используя закон Снеллиуса:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_a}{n_w}, \quad (23)$$

здесь α – угол падения светового луча на границу "вода-воздух", β – угол преломления на той же границе; $n_a \approx 1$ – показатели преломления воздуха; $n_w = 4/3$ – показатель преломления воды. Поскольку $n_w > n_a$, то α всегда меньше β . При $\beta = 90^\circ$ свет уже не выходит в атмосферу, при этом

$$\sin \alpha_{\max} = \frac{n_a}{n_w}, \Rightarrow \alpha_{\max} = \arcsin \left(\frac{n_a}{n_w} \right) = 48.6^\circ, \quad (24)$$

здесь $\alpha_{\max}$ – максимальное значение угла падения, начиная с которого, свет уже не проходит указанную границу и возвращается обратно в воду.

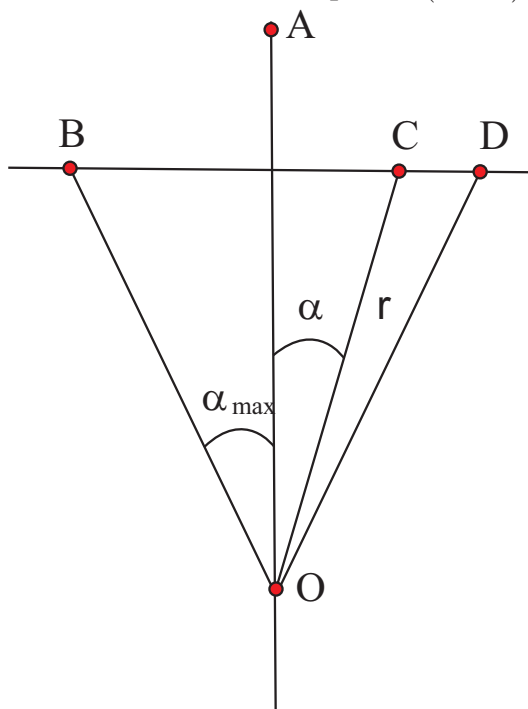


Рис. 9: к определению положения дайвера и светового пятна.

Диаметр светового пятна $BD = D$ определим как

$$D = 2h \operatorname{tg} \alpha_{\max} = 2h \frac{\sin \alpha_{\max}}{\cos \alpha_{\max}} = 2h \frac{n_a}{\sqrt{n_w^2 - n_a^2}} = \frac{2h}{\sqrt{n_w^2 - 1}} = 2.27 h. \quad (25)$$

Телесный угол (с позиции дайвера), в который попадают лучи, уходящие в небо, есть

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos \alpha_{\max}) = 2.127 \text{ срад} = 6983 \text{ кв. град.} \quad (26)$$

Если бы в воде не было поглощения, то интенсивность света в точке C (см. рис. 9) была бы

$$I_C^{(0)} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{P \cos^2 \alpha}{4\pi h^2}, \quad (27)$$

здесь $r = OC = h / \cos \alpha$ – расстояние от дайвера до точки поверхности воды C . Интенсивность света, поглощенного водой (в режиме слабого поглощения света), будет

$$I_{abs} = \kappa r I_C^{(0)} = \frac{\kappa h}{\cos \alpha} I_C^{(0)}. \quad (28)$$

Тогда итоговая интенсивность в точке C будет

$$I_C = I_C^{(0)} - I_{abs} = \frac{P \cos^2 \alpha}{4\pi h^2} \left(1 - \frac{\kappa h}{\cos \alpha} \right) = \frac{P}{4\pi h^2} (x^2 - \kappa h x), \text{ где } x = \cos \alpha, \quad (29)$$

причем $x > x_{\min}^{(1)} = \cos \alpha_{\min} = 0.66$. Т.о., интенсивность света изменяется по параболическому закону относительно x .

Заметим, что может реализоваться и другой случай, когда $x_{\min}^{(1)} < x_{\min}^{(2)}$, здесь $x_{\min}^{(2)} = \kappa h < 1$ – точка минимума интенсивности света, согласно (29). В этом случае диаметр пятна и телесный угол будут равны:

$$D = 2h \operatorname{tg} \alpha_{\max}^{(2)} = 2 \frac{\sqrt{1 - (\kappa h)^2}}{\kappa}, \quad \Omega = 2\pi(1 - \kappa h). \quad (30)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (25)-(26), (29)-(30). (14 баллов).

Задача № 10. «Интервал между кадрами»

Дано:

02.10.2020,
 $\varphi_E = 56^\circ 50'$,
 $\delta_\odot = 02^\circ 54'$,
 $\alpha_\odot = 1^h 21^m$,
 $\Delta_\odot = 4.03 \cdot 10^5 \text{ км.}$

Решение:

Очевидно, на рис. 3 Луна запечатлена в фазе полнолуния. В этот момент Солнце находится в диаметрально противоположной точке небесной сферы, следовательно экваториальные координаты Солнца будут

$$\delta_\odot = -\delta_\odot = -02^\circ 54'; \quad \alpha_\odot = \alpha_\odot + 12^h = 13^h 21^m. \quad (31)$$

Найти:

$\alpha_{\odot}, \delta_{\odot} - ?$

$\tau_{12}, \tau_1 - ?$

Заметим, что на момент съемки склонение Луны мало, значит она располагалась вблизи небесного экватора, следовательно ее суточная параллель с горизонтом составляла угол $\Psi = 90^\circ - \varphi_E = 33^\circ 10'$. Согласно решению

задачи № 8 угловой диаметр Луны на момент съемки был $D''_{\zeta} = 29.65'$, при этом неискаженный рефракцией диаметр Луны на фото составлял $d_{\max} = 45$ мм, а высота верхней точки диска $H_u = 60$ мм, тогда угловая высота верхней точки диска на рис. 3.а) есть

$$h_u = H_u \left(\frac{D''_{\zeta}}{d_{\max}} \right) = 39.53'. \quad (32)$$

Согласно рис. 10, верхняя точка диска Луны от момента начала восхода до момента съемки (кадра) двигалась по прямой $A_1 A_2$ (без учета изменений угла рефракции) с угловой скоростью суточного вращения Земли $\omega_{\oplus}$, тогда искомое время τ_1 есть

$$\tau_1 = \frac{A_1 A_2}{\omega_{\oplus}} = \frac{h_u}{\sin \Psi \omega_{\oplus}} = 4.8 \text{ мин.} \quad (33)$$

Для определения интервала времени τ_{12} между кадрами, необходимо по аналогии определить время от начала восхода до момента создания второго кадра $\tau_2 = 11.9$ мин. И тогда

$$\tau_{12} = \tau_2 - \tau_1 = 7.1 \text{ мин.} \quad (34)$$

Ответ: представляется выражениями (31), (33), (34). (14 баллов).

Задача № 11. «Короткопериодическая комета и ее орбитальные характеристики»

Решение: а) Как известно, **короткопериодической кометой (КПК)** называется комета, сидерический период которой не превосходит 200 лет. Нижняя граница для сидерического периода кометы не может быть меньше периода обращения спутника Солнца, движущегося по круговой орбите у его поверхности. Определим последний с использованием 3-го закона Кеплера:

$$\left(\frac{T_{\min}}{T_{\oplus}} \right)^2 = \left(\frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}} \right)^2, \Rightarrow T_{\min} = T_{\oplus} \left(\frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}} \right)^{3/2} = 2.78 \text{ часа}, \quad (35)$$

здесь $a_{\oplus}, T_{\oplus}$ – большая полуось и сидерический период обращения Земли вокруг Солнца.

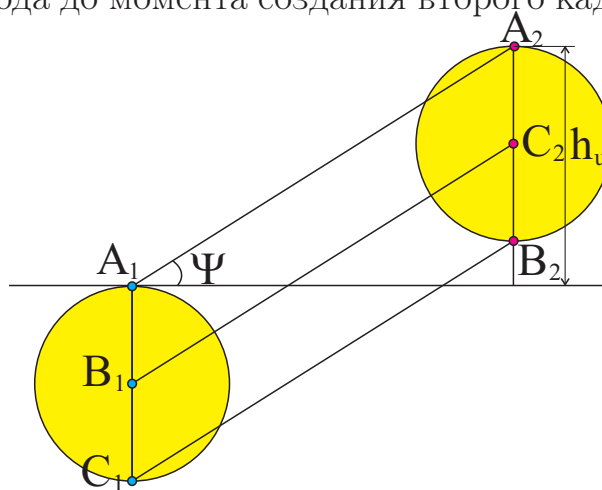


Рис. 10: к определению положений диска Солнца по отношению к горизонту.

Тогда искомый интервал допустимых значений для сидерического периода есть

$$2.78 \text{ часа} \leq T_c \leq 200 \text{ лет.} \quad (36)$$

б) Для определения ИДЗ эксцентриситета КПК заметим, что в случае очень вытянутого эллипса (в пределе вырождающегося в прямую), эксцентриситет стремится к своему максимальному значению 1. Очевидно перигелийное расстояние не может быть меньше радиуса Солнца, тогда

$$q = \mathfrak{R}_{\odot} = a_c(1 - \varepsilon_c), \Rightarrow \varepsilon_c = 1 - \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_c}. \quad (37)$$

Из интервала (35) и 3-го закона Кеплера, следует ИДЗ для большой полуоси орбиты кометы:

$$\mathfrak{R}_{\odot} \leq a_c \leq 34.2 \text{ а.е.} \quad (38)$$

Следовательно ИДЗ для эксцентриситета есть

$$0 \leq \varepsilon_c \leq 0.99986. \quad (39)$$

в) Тогда ИДЗ для гелиоцентрического расстояния кометы есть

$$a_c(1 - \varepsilon_c) \leq r_c \leq a_c(1 + \varepsilon_c), \text{ или } \mathfrak{R}_{\odot} \leq r_c \leq 68.4 \text{ а.е.} \quad (40)$$

Поскольку афелий при $T = 200$ лет может лежать в интервале:

$$34.2 \text{ а.е.} \leq Q \leq 68.4 \text{ а.е.}, \quad (41)$$

то его возможные позиции расположены за орбитой Нептуна. Скорости в афелии и перигелии представляется формулами вида:

$$V_Q = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{a_{\max}} \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \right)}, \quad V_q = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{a_{\max}} \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)}. \quad (42)$$

Тогда ИДЗ для данных параметров есть

$$0.043 \text{ км/с} \leq V_Q \leq 5.09 \text{ км/с}; \quad 5.09 \text{ км/с} \leq V_q \leq 617.79 \text{ км/с.} \quad (43)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (36), (38), (39), (40), (41), (43), за орбитой Нептуна. (14 баллов).

Задача № 12. «Твоя математическая модель неогригорианского календаря»

Решение. 1. Будем полагать, что "неогригорианский календарь" содержит лишь обычные (365 сут.) и високосные годы (366 сут.) и его малый цикл T_1 по-прежнему равен 4 года. Пусть самый большой цикл этого календаря есть T_n , где n может быть равно 2 или 3 (подлежит определению). Пусть x –

количество високосных лет в цикле T_n , тогда средняя продолжительность года в таком календаре есть

$$\bar{T}_k = \frac{365(T_n - x) + 366x}{T_n} = 365 + \frac{x}{T_n}. \quad (44)$$

Следовательно, погрешность, набегаящая в календаре за 1 год есть

$$T_k = |T_{\text{тр}} - T_k| = \left| \frac{x}{T} - 0.2421896698 \right|, \quad (45)$$

здесь учтено, что $T_{\text{тр}} = 365.2421896698$ сут – продолжительность тропического года. Следовательно количество лет, за которое набегает погрешность в одни сутки есть

$$\chi = \frac{1}{\Delta T} = \frac{1}{\left| \frac{x}{T} - 0.2421896698 \right|} \geq 10^5 \text{ лет/сут.}$$

Будем полагать далее, что первое слагаемое в знаменателе последнего выражения больше второго. Рассмотрим последнее неравенство в предельном случае, тогда

$$\frac{1}{\frac{x}{T} - 0.2421896698} = 10^5, \Rightarrow \quad (46)$$

$$\frac{x}{T} = 0.2421996698, \Rightarrow \frac{T}{x} = 4.128824787. \quad (47)$$

Заметим также, что (46) можно записать иначе

$$\frac{T}{x - 0.2421896698 T} = \frac{10^5 \text{ лет}}{1 \text{ сут}}. \quad (48)$$

Из последнего выражения следует, что T и x имеют порядок 10^5 лет, следовательно (47) можно представить так

$$\frac{T}{x} = \frac{412882.4787 \text{ лет}}{100000 \text{ лет}} \approx \frac{412900}{100000}. \quad (49)$$

Если бы каждый 4-ый год был бы високосным, как в Юлианском календаре, то данное отношение (T/x) было бы равно 4:1 или 400000 лет:10000 лет, однако в нашем случае наблюдается избыток $\tau = 12900$ лет, т.о., не каждый 4-ый год может быть високосным. Найдем отношение

$$\frac{T}{\tau} = \frac{412900 \text{ лет}}{12900 \text{ лет}} = 32.007752 \approx 32. \quad (50)$$

Т.о., появляется в искомом календаре 2-ой цикл продолжительностью $T_2 = 32$ года (здесь каждый 32-ой год не високосный) и третий – $T_3 = 412900$ лет.

Определим среднюю продолжительность года в новом календаре:

$$\bar{T}_k = \frac{365 \cdot 312900 + 366 \cdot 100000}{412900} = 365.242189392 \text{ сут.} \quad (51)$$

Вычислим погрешность календаря, набегающую за 1 год:

$$\Delta T_k = |\bar{T}_k - T_{\text{тр}}| = 2.778 \cdot 10^{-6} \text{ сут/год} = 0.240 \text{ с/год}. \quad (52)$$

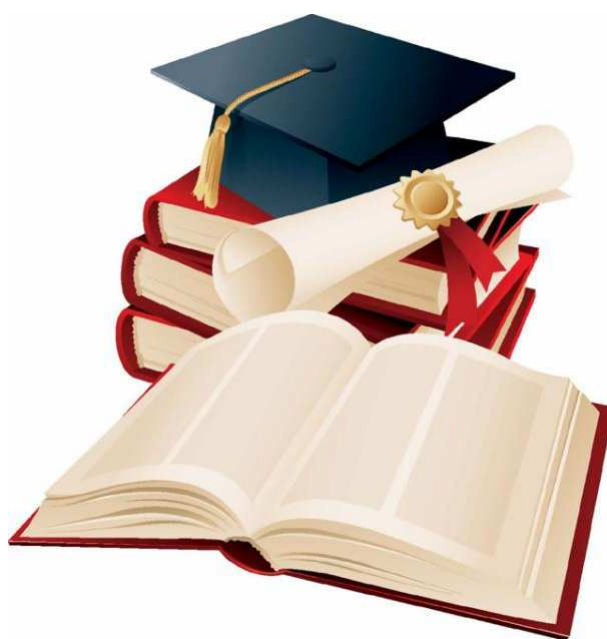
Погрешность, набегающая в данном календаре в одни сутки есть

$$\chi = \frac{1}{|\Delta T|} = 359971 \text{ лет/сут}. \quad (53)$$

Последний результат удовлетворяет главному требованию, выдвигающемуся к новому календарю. Следовательно, предложенная модель календаря является приемлемой.

Ответ: (15 баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре)
на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете)
на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Экс- цен- триси- тет	Наклон к плоскости эклипти- ки	Период обраще- ния	Синоди- ческий период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плот- ность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плос- кости орбиты	Гео- мет- рич. альбе- до	Вид. звезд- ная вели- чина*
	кг	массы Земли	км	ради- усы Зем- ли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

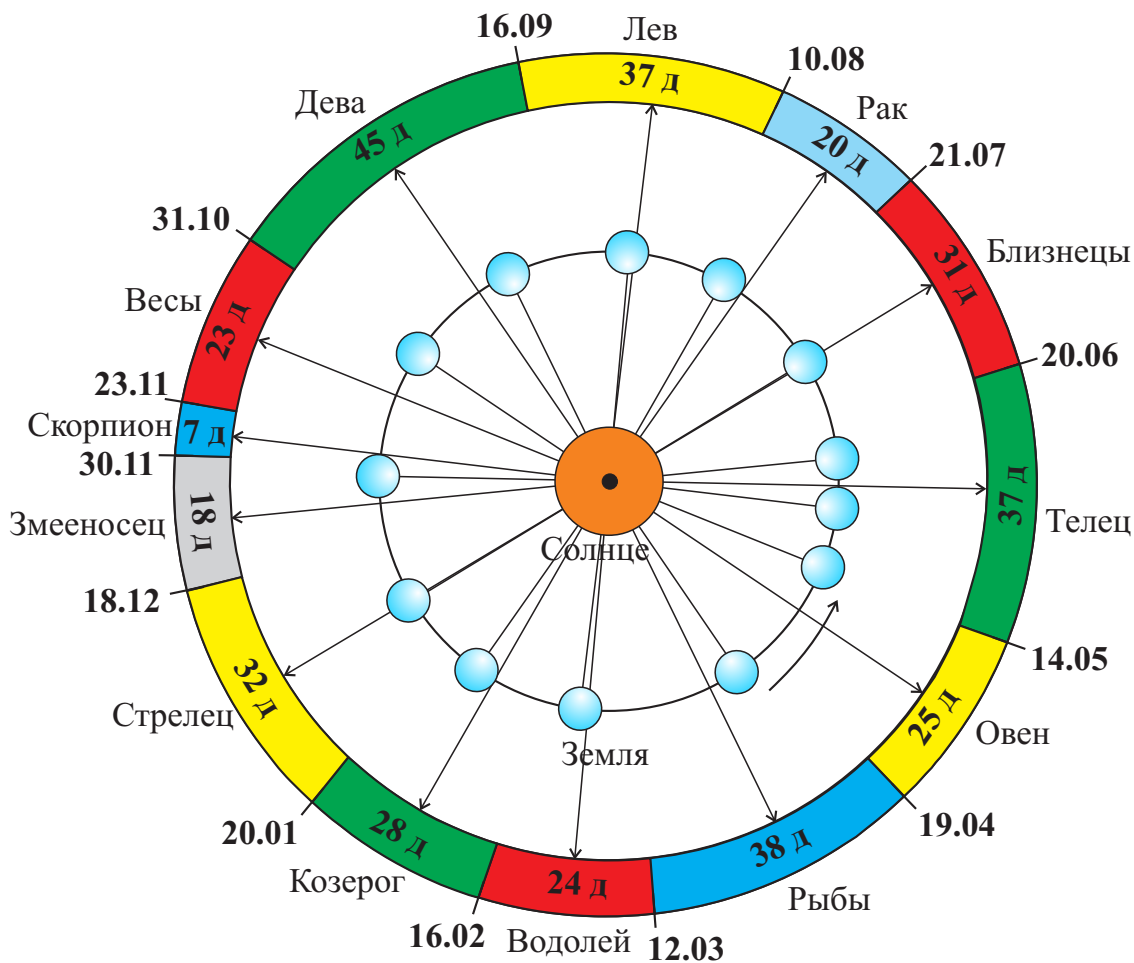


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

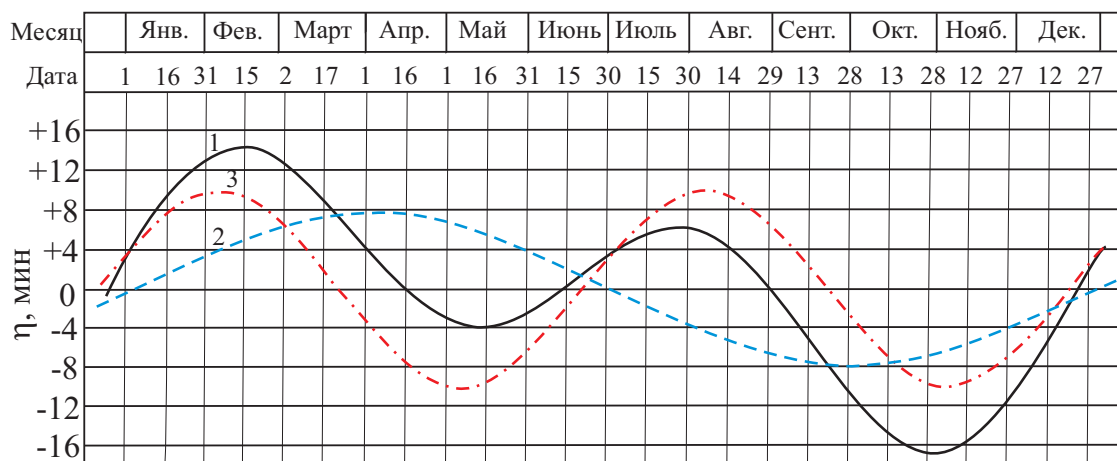


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последо- вательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	– 2.70	F5	– 0.04	– 0.08	– 0.12
B5	– 1.58	F8	– 0.05	– 0.17	– 0.28
A0	– 0.72	G0	– 0.06	– 0.25	– 0.42
A5	– 0.31	G2	– 0.07	– 0.31	– 0.52
F0	– 0.09	G5	– 0.10	– 0.39	– 0.65
F2	– 0.04	G8	– 0.10	– 0.47	– 0.80
		K0	– 0.11	– 0.54	– 0.93
		K2	– 0.15	– 0.72	– 1.20
		K3	– 0.31	– 0.89	– 1.35
		K4	– 0.55	– 1.11	– 1.56
		K5	– 0.85	– 1.35	– 1.86
		M0	– 1.43	– 1.55	– 2.2
		M1	– 1.70	– 1.72	– 2.6
		M2	– 2.03	– 1.95	– 3.0
		M3	– 2.35	– 2.26	– 3.6
		M4	– 2.7	– 2.72	– 3.8
		M5	– 3.1	– 3.4	– 4.0

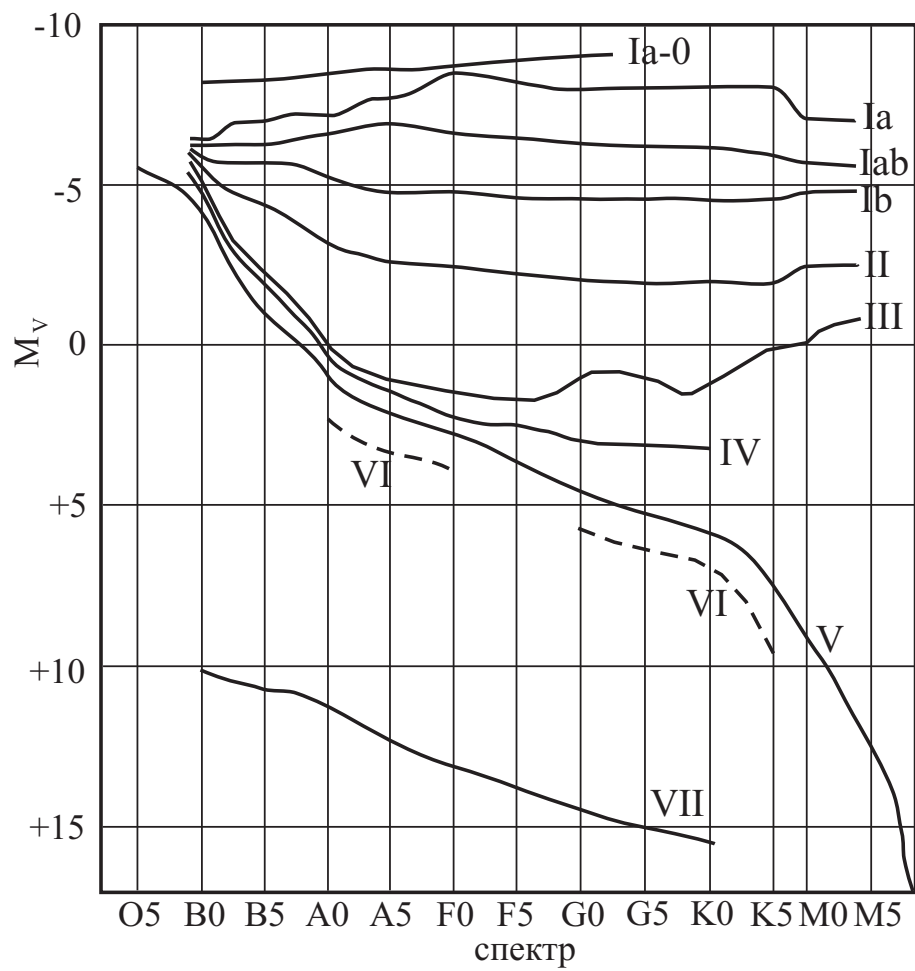


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	(H)												
2	Li Литий	Be Бериллий	B Бор	C Углерод	N Азот	O Кислород	F Фтор	Ne Неон	He Гелий				
3	Na Натрий	Mg Магний	Al Алюминий	Si Кремний	P Фосфор	S Сера	Cl Хлор	Ar Аргон	Ne Неон				
4	K Калий	Ca Кальций	Sc Скандий	Ti Титан	V Ванадий	Cr Хром	Mn Марганец	Fe Железо	Co Кобальт	Ni Никель			
5	Rb Рубидий	Sr Стронций	Y Иттрий	Zr Цирконий	Nb Ниобий	Mo Молибден	Tc Технеций	Ru Рутений	Rh Родий	Pd Палладий			
6	Cs Цезий	Ba Барий	La* Лантан	Hf Гафний	Ta Тантал	W Вольфрам	Re Рений	Os Осмий	Ir Иридий	Pt Платина			
7	Fr Франций	Ra Радий	Ac** Актиний	Rf Резерфордий	Db Дубний	Sg Сибургий	Bh Борий	Hs Хассий	Mt Мейтнерий	RO ₄			
формулы высших окислов	RO	RO	RO ₃	RO ₂	RH ₃	RH ₂	RH						
формулы летучих одноородных соединений	RO	RO	RO ₃	RO ₂	RH ₃	RH ₂	RH						
ЛАНТАНОИДЫ*	Ce Церий	Pr Прозетим	Nd Неодим	Sm Самарий	Eu Европий	Gd Гадолиний	Tb Тербий	Dy Диспрозий	Ho Гольмий	Er Эрбий	Tm Тулий	Yb Иттербий	Lu Лютеций
АКТИНОИДЫ**	Th Торий	Pa Протактиний	U Уран	Pu Плутоний	Am Америций	Cm Курций	Bk Берклий	Cf Калифорний	Es Эйнштейний	Fm Фермий	Md Менделевий	No Нобелий	Lr Лавренсий

Рис. А.4. Таблица Менделеева.