

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 7-9 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2019-2020, ТУР № 1



Самара, 2020 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 12 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 7-9 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020 среди обучающихся 7-9 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/omoa-solutions>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СДДЮТ, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе $\text{\LaTeX}$ – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020 тура № 1 на проверку:

15.02.2020-31.03.2020!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020, **внимательно** ознакомьтесь с **«Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2020»!** Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника.**

Уровень «Новичок» (уровень А)**Задача № 1. «Альбирео и ее особенности»**

На рис. 1 представлена фотография одной из самых красивых физически двойных звезд – Альбирео. В каком созвездии находится эта звезда? Какое обозначение по системе Байера носит данная звезда? Какое место в рейтинге (в порядке убывания яркости) самых ярких звезд созвездия занимает эта звезда? В какое время года условия ее наблюдения в г. Самаре являются оптимальными? (5 баллов).

Задача № 2. «Полюс мира и неопределенность азимута»

В каких точках поверхности Земли азимут полюса мира становится неопределенным? Чему равна географическая широта этих точек? Чему равно зенитное расстояние полюса мира в этих точках? (5 баллов).

Задача № 3. «Тропический и звездный год»

Что такое тропический год? Что такое звездный год Земли? Почему тропический год короче звездного? На сколько один год короче другого (в часах, минутах, секундах)? Какой из этих двух временных интервалов является главным ориентиром при составлении календарей? (5 баллов).

Задача № 4. «Синодический период и его уравнения»

Что такое синодический период планеты? Полагая, что все планеты Солнечной системы имеют круговые орбиты, получите уравнение для синодического периода а) нижней, б) верхней планеты. Почему конфигурации планет повторяются не строго через синодический период? (7 баллов).

Задача № 5. «Угловое расстояние и телесный угол»

Известно, что угловое расстояние между компонентами двойной системы Альбирео (см. рис. 1) составляет $d_* = 34''$. Чему равно угловое расстояние между двумя наиболее взаимно удаленными точками кадра? Оцените телесный угол, который соответствует участку небосвода, попавшего в данный кадр? Определите долю, которую составляет последняя величина от значения телесного угла, соответствующего единичной сфере? (8 баллов).



Рис. 1: фотография Альбирео (автор – Александр Андреев).

Задача № 6. «Первичная классификация галактик по Хабблу»

Какие классы галактик выделял Э. Хаббл в рамках своей первичной (1926 г.) морфологической классификации галактик? Какой новый класс был добавлен Э. Хабблом в 1936 году? Что такое Камертон Хаббла? Дайте краткую характеристику галактикам каждого класса? Какой процент от общего количества наблюдаемых сегодня галактик составляют галактики каждого класса? (10 баллов).

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 7. «Сила тяги ионного двигателя»

Ионный реактивный двигатель испускает ионы, ускоренные разностью потенциалов U . Определите реактивную силу такого двигателя, если плотность потока ионов на уровне его сопла равна j , площадь поперечного сечения сопла S , а масса и заряд одного иона соответственно равны m_0 и q . (11 баллов).

Задача № 8. «Мятеж на Эльсиноре»

В произведении Дж. Лондона «Мятеж на Эльсиноре» есть следующий фрагмент: "Южный крест, разумеется, давно уже виден. По крайней мере, уже прошло четыре недели, когда Полярная звезда скрылась за выпуклостью Земли. Большая Медведица, даже при наивысшем восхождении, стоит очень низко. Скоро она скроется и мы будем подходить к Магелланову проливу". По этому описанию звездного неба, приближенно оцените широту парусника, его расстояние до Магелланова пролива и через сколько, примерно, дней он подойдет к нему, если будет двигаться в том же направлении с той же скоростью? Необходимые для расчета величины следует извлечь из

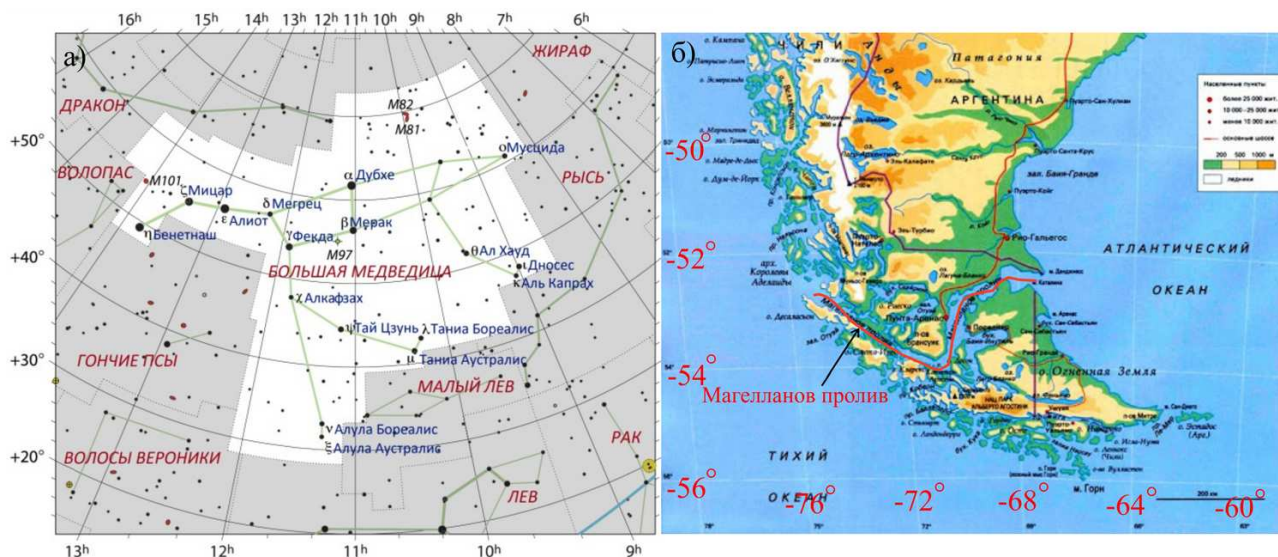


Рис. 2: к задаче № 8.

рис. 2. (12 баллов).

Задача № 9. «Поле зрения фотокамеры»

Астроном-любитель для фотообзора звездного неба использует зеркальную камеру, имеющую N -мегапиксельную матрицу с кроп-фактором k и объектив с фокусным расстоянием f . Определите угловые размеры (угловую высоту, ширину и длину диагонали кадра) поля зрения камеры? Определите телесный угол, соответствующий полю зрения камеры. Численные расчеты провести на примере камеры Canon 600D, с $N = 18.0$ Мп, кроп-фактором – $k = 1.6$ и объективом Canon с $f = 50$ мм. Сможет поместиться полностью в кадр такого фотоаппарата группа известных астеризмов (см. рис. 3) – сноп, дубинка и щит Ориона? (14 баллов).

Задача № 10. «Стрелец A^* и его свойства»

Как известно, Стрелец A^* – компактный радиоисточник, находящийся в центре Млечного Пути. Он представляет собой высокоплотный объект – *сверхмассивную черную дыру* (СЧД), окруженную горячим газовым облаком. Расстояние до радиоисточника составляет около 26 тыс. св. лет. Согласно последним исследованиям, масса СЧД оценивается интервалом $(4.31 \pm 0.36) \cdot 10^6 M_{\odot}$. Определите по представленным данным возможные значения

1. Радиуса СЧД Стрелец A^* . Ответ представить, в а.е. и км.
2. Углового диаметра СЧД (в угловых микросекундах). Существует ли на Земле телескоп (если да, то как он называется?), который мог бы "рассмотреть", в принципе, неточечность данной СЧД?
3. Средней массовой плотности СЧД (в $\text{кг}/\text{м}^3$).
4. Мощности *излучения (испарения) Хокинга*¹ представляемое выра-

¹Суть явления в следующем: гравитационное поле поляризует вакуум, в результате чего возможно образование не только виртуальных, но и реальных пар частица-античастица. Одна из частиц, оказавшаяся чуть ниже горизонта событий, падает внутрь черной дыры, а другая, оказавшаяся чуть выше горизонта, улетает, унося энергию (то есть часть массы) ЧД. Благодаря данному процессу ЧД непрерывно теряет массу и время ее жизни оказывается конечным.

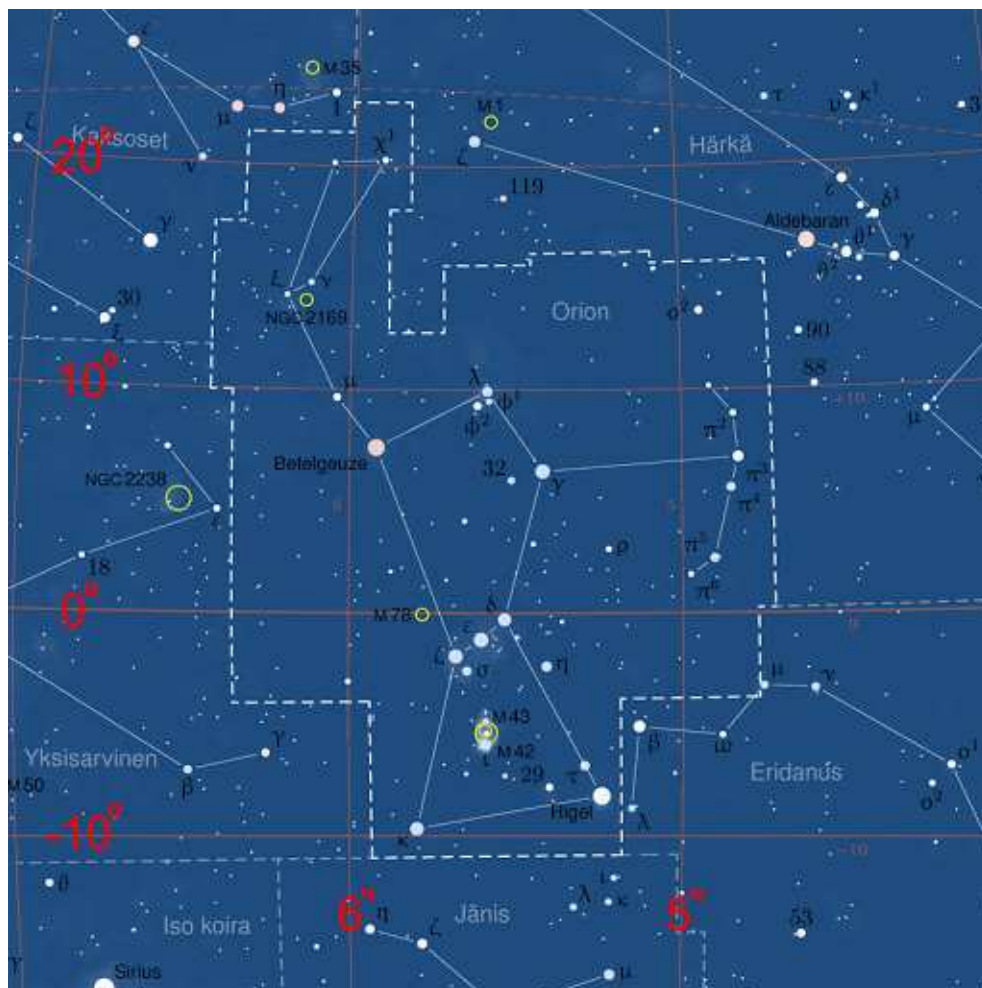


Рис. 3: к задаче № 9.

жением:

$$P = \frac{\hbar c^6}{15360 \pi G^2 \mathfrak{M}_{BH}^2}, \quad (1)$$

здесь и далее $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, $G = 6.673 \cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² – гравитационная постоянная, $\mathfrak{M}_{BH}$ – масса черной дыры.

5. Температуры СЧД, определяемой выражением вида:

$$T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8 \pi k G \mathfrak{M}_{BH}}, \quad (2)$$

где $k = 1.381 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана. (14 баллов).

Задача № 11. «Вывод ИСЗ на геосинхронную орбиту»

С Международной космической станции (МКС) необходимо вывести на геосинхронную орбиту (лежащую в плоскости орбиты МКС) искусственный спутник Земли (ИСЗ) по траектории Гомана-Цандера-Ветчинкина. Вектор начальной скорости ИСЗ лежит в плоскости орбиты МКС и сонаправлен с вектором орбитальной скорости последней. Определите время перелета корабля, приращение скорости ИСЗ в стартовой точке и при достижении геосинхронной орбиты. Следует учесть, что высота орбиты МКС составляет $h = 414$ км. (14 баллов).

Задача № 12. «Астрономическая единица и большая полуось земной орбиты»

До 2012 года под *астрономической единицей* традиционно принималось среднее расстояние от Земли до Солнца, равное сегодня

$$a_{\oplus} = 1.00000101778 \text{ а.е.}$$

С 2012 года и по настоящее время в качестве астрономической единицы принимается расстояние, равное

$$1 \text{ а.е.} = 149597870700 \text{ м.}$$

Как известно, расстояние между Солнцем и Землей необратимо увеличивается из-за массовых потерь центрального светила. Определите год, в который среднее расстояние между данными телами было равным (с точностью до метра) одной 1 а.е. В расчетах необходимо учесть следующие виды массовых потерь: 1) потери, обусловленные электромагнитным излучением, 2) потери, обусловленные солнечным ветром (основные характеристики солнечного ветра см. в таб. 1). (15 баллов).

Параметр	Среднее	Параметр	Среднее
V , (км/с)	400	η_p	0.96
$n_p, \times 10^6$ (1/м ³)	6.0	η_α	0.04

Примечание: здесь n_p – средняя концентрация протонов, $\bar{V}$ – средняя скорость солнечного ветра на орбите Земли, $\eta_{\{p,\alpha\}}$ – мольные доли протонов и альфа-частиц (основных носителей массы).

Таблица 1: Основные количественные характеристики солнечного ветра.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Альбирео и ее особенности»

Решение. Звезда Альбирео расположена в созвездии Лебедя. Ее название по системе Байера – β Лебедя. Данная звезда занимает лишь пятое место в рейтинге самых ярких звезд этого созвездия.

Условия наблюдений данной звезды оптимальны в случае, когда Солнце находится в наинизшем положении по отношению к горизонту (в истинную полночь) при этом звезда должна занимать наивысшее положение над горизонтом.

Как известно, созвездие Лебедя относится к группе летних созвездий. Следовательно, лето – это оптимальное время года для наблюдений этой звезды. (5 баллов).

Задача № 2. «Полюс мира и неопределенность азимута»

Решение. Азимут какой-либо точки небесной сферы является неопределенным, если последняя попала на отвесную линию, т.е. совпадает либо с зенитом или с надиром наблюдателя. Следовательно, высота данного полюса может быть $h_P = \pm 90^\circ$.

Согласно *первой теореме о связи географических и небесных координат*, модуль широты данной точки наблюдения равен высоте видимого полюса мира над горизонтом, т.е.

$$h_P = |\varphi| = 90^\circ, \Rightarrow \varphi = \pm 90^\circ,$$

что соответствует географическим полюсам.

Следовательно, зенитное расстояние полюса мира будет либо 0° (в случае совпадения с зенитом), либо 180° (в случае совпадения с надиром). (5 баллов).

Задача № 3. «Тропический и звездный год»

Решение. *Тропический год* – это промежуток времени между двумя последовательными прохождением центром видимого диска Солнцем точки весеннего равноденствия. В настоящее время, данный промежуток времени есть $T_{\text{тр}} = 365.2421897$ сут. Именно этот период определяет смену времен года.

Звездный год Земли – промежуток времени, в течение которого Земля совершает один полный оборот вокруг Солнца относительно далеких звезд. В настоящее время период равен $T_z = 365.2563630$ сут.

Очевидно, что звездный год больше тропического на величину

$$\Delta T = T_z - T_{\text{тр}} = 0.0141733 \text{ сут} = 20 \text{ мин } 25 \text{ сек.}$$

При составлении календарей главным ориентиром является именно тропический год, поскольку календари должны быть привязаны к смене времен

года на Земле. (5 баллов).

Задача № 4. «Синодический период и его уравнения»

Решение. **Синодический период** (S_p) – а) это промежуток времени между двумя последовательными одинаковыми конфигурациями (в частности, соединениями), с точки зрения земного наблюдателя.

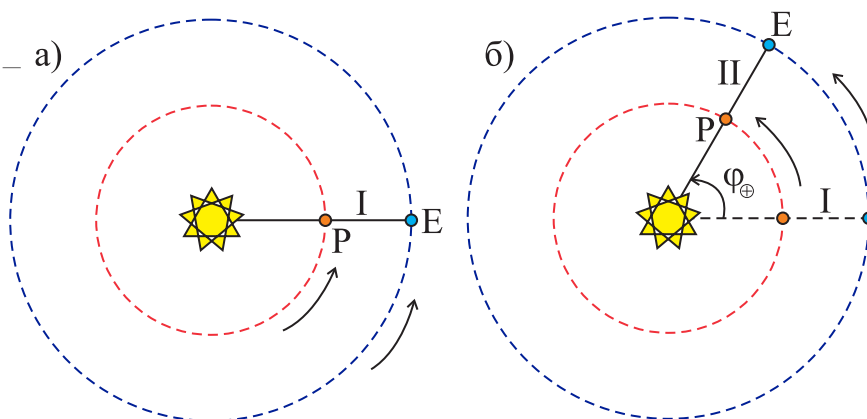


Рис. 4: к определению синодического периода.

Рассмотрим нижнюю классическую планету и Землю (см. рис. 4.а), движущиеся по круговым орбитам. Пусть в начальный момент времени нижняя планета оказалась в нижнем соединении (I), спустя промежуток времени S_p , планета пребывала в нижнем соединении (II, см. рис. 4.б).

Для определения положения планет на орбите будем использовать полярный угол φ . Поскольку нижние планеты движутся с меньшим звездным периодом T_p , нежели Земля, то спустя время S_p Земля сместится в положение II относительно I на угол $\varphi_{\oplus}$, в то время как нижняя планета сместится на угол φ_p , который очевидно, больше $\varphi_{\oplus}$ на 360° . Поскольку каждый из указанных углов можно представить

$$\varphi_p = \omega_p S_p = \frac{360^\circ}{T_p} S_p, \quad \varphi_{\oplus} = \omega_{\oplus} S_p = \frac{360^\circ}{T_{\oplus}} S_p, \quad (3)$$

здесь $\omega_{\{p,\oplus\}}$ – угловые скорости обращения нижней планеты и Земли вокруг Солнца, $T_{\{p,\oplus\}}$ – их сидерические периоды обращения. Следовательно, данное условие можно записать так

$$\begin{aligned} \varphi_p - \varphi_{\oplus} &= 360^\circ, \Rightarrow \frac{360^\circ}{T_p} S_p - \frac{360^\circ}{T_{\oplus}} S_p = 360^\circ, \Rightarrow \\ \frac{1}{T_p} - \frac{1}{T_{\oplus}} &= \frac{1}{S_p}, \Rightarrow S_p = \frac{T_{\oplus} T_p}{T_{\oplus} - T_p}. \end{aligned} \quad (4)$$

Последнее уравнение есть **уравнение для синодического периода нижней планеты**.

Аналогично рассуждая, можно записать уравнение для синодического периода верхней планеты:

$$\frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T_p} = \frac{1}{S_p}, \quad S_p = \frac{T_{\oplus} T_p}{T_p - T_{\oplus}}. \quad (5)$$

Отметим, что результаты (4) и (5) получены в приближении круговых орбит. Однако, согласно первому закону Кеплера орбиты всех планет являются эллиптическими, а движение по ним планет, согласно второму закону Кеплера, не является равномерным.

Именно поэтому, в действительности, промежуток времени между двумя одинаковыми конфигурациями, строго говоря, не равен S_p , определяемому выражениями (4) и (5), но может быть очень близок по значению, в случае орбит планет с малым эксцентриситетом (например, в случае Венеры). (7 баллов).

Задача № 5. «Угловое расстояние и телесный угол»

Решение. Для расчета углового расстояния между точками определим *угловой масштаб фотографии*. Для этого измерим с помощью линейки линейное расстояние между компонентами $\ell_* = 3$ мм (здесь и далее Ваши значения могут отличаться от указанных, при использовании фотографии в ином масштабе), тогда искомая величина равна

$$\mu_a = \frac{d_*}{\ell_*} = 11.33'' / \text{мм}. \quad (6)$$

Наиболее взаимно удаленными точками кадра являются точки, расположенные на диагонали кадра, в противоположных вершинах его границы – прямоугольника. Далее определяем по фотографии, с помощью линейки расстояние L между этими точками – $L = 102$ мм. Тогда угловое расстояние между точками есть

$$D = \mu_a \cdot L = 19.26'. \quad (7)$$

Определим угловые размеры сторон кадра

$$a = \mu_a \cdot \ell_a = 16.24', \quad b = \mu_a \cdot \ell_b = 10.76', \quad (8)$$

здесь $\ell_a = 86$ мм, $\ell_b = 57$ мм – размеры сторон кадра, определенные с помощью линейки. Очевидно, что угловые размеры кадра являются малыми, поэтому данный сферический четырехугольник является малым, следовательно его можно считать плоским. Тогда телесный угол, соответствующий кадру можно записать так

$$\Omega = a \cdot b = 174.8 \text{ кв. угл. мин.} \quad (9)$$

Как известно, телесный угол единичной сферы равен

$$\Omega_0 = 41253 \text{ кв.град} = 1.485 \cdot 10^8 \text{ кв. угл. мин.} \quad (10)$$

Тогда искомая доля есть

$$\eta = \frac{\Omega}{\Omega_0} = 1.18 \cdot 10^{-6}. \quad (11)$$

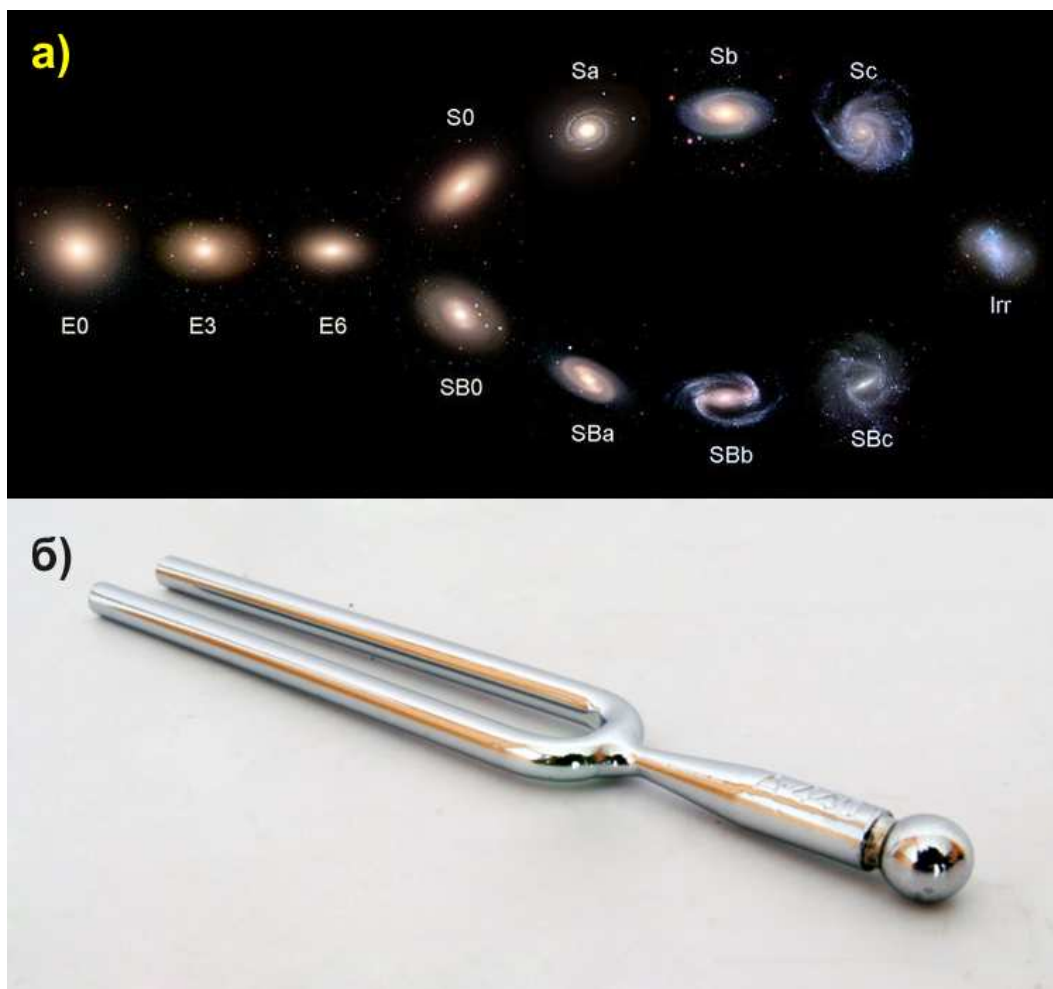


Рис. 5: к определению а) понятия "камертон Хаббла", б) акустического инструмента – камертона.

Ответ: к задаче представлен выражениями (7), (9), (11). (8 баллов).

Задача № 6. «Первичная классификация галактик по Хаббл»

Решение: В первой версии морфологической классификации галактик, предложенной Э.Хабблом в 1926 году он выделял три класса: 1) *эллиптические*, 2) *спиральные*, и 3) *неправильные* галактики.

Во второй версии классификации, представленной в 1936 году, был добавлен класс *линзовидных* галактик.

Камертоном Хаббла иногда называют вторую версию классификации Хаббла из-за схожести образа (см. рис. 5.а) соответствующей графической схемы с акустическим инструментом (см. рис. 5.б).

Кратко рассмотрим основные особенности галактик каждого класса:

1. Эллиптические галактики (E) имеют гладкую эллипсоидальную форму без отличительных деталей с равномерным уменьшением яркости от центра к периферии. Данные галактики обозначаются буквой *E* и цифрой – **индексом сплюснутости** галактики. Индекс определяется по формуле:

$$k = 10 \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right), \quad (12)$$

где a, b – большая и малая полуоси видимого эллипса (сечение эллипсоида картинной плоскостью). Как правило, индекс k принимает значения из интервала

$$0 \leq k \leq 7. \quad (13)$$

Данные галактики состоят из старых звезд и практически лишены газа.

2. Спиральные галактики (S) содержат сплюснутый диск из звезд, газа и пыли, в центре которого находится сферическое уплотнение – **балдж**. Диск галактики симметрично охвачен сферой называемой Гало. В теле диска формируются яркие спиральные рукава (см. рис. 5.а) , состоящие преимущественно из молодых звезд, газа и пыли. Хаббл разделил все известные спиральные галактики на 2 подкласса: а) нормальные спиральные галактики (S) и б) спиральные галактики с баром (SB) или галактики с перемычкой.

В S – галактиках спиральные ветви отходят непосредственно от их яркого ядра, по касательной, и простираются на протяжении одного оборота. Количество ветвей может быть различным (1,2,3,...), но чаще всего встречаются галактики только с двумя ветвями. В SB – галактиках спиральные ветви отходят под прямым углом от концов бара. Как правило, SB – галактики обладают двумя ветвями, но бывают исключения. В зависимости от степени закручивания спиральных рукавов, их плосковатости, от соотношения видимых размеров ядра и балджа выделяет 3 вида S и SB – галактик: $Sa(SBa)$, $Sb(SBb)$, $Sc(SBc)$.

Например, галактики Sa вида имеют большой балдж и туго закрученные спиральные ветви. Галактики Sc вида имеют небольшой балдж и плоско-ватую спиральную структуру. Галактики Sb вида занимают промежуточное положение между указанными выше видами галактик.

3. Неправильные (иррегулярные) галактики (Ir) – это галактики, лишенные сферической или аксиальной симметрии, а также значительного ядра. Ir – галактики отличаются разнообразием форм, обычно небольшими размерами, обилием газа, пыли и молодых звезд. Выделяют два типа Ir – галактик: IrI имеют в своем теле "намек" на структуру, которых однако недостаточно, чтобы отнести их к S или E – галактикам. Неправильные галактики типа II не имеют, в принципе, никаких особенностей в своей структуре.

4. Линзовидные галактики (SO) занимают промежуточное положение между эллиптическими и спиральными галактиками. Как правило, в структуре присутствует диск (подобно, галактикам S – класса), однако в его теле почти отсутствует газ, поэтому здесь подавлено звездообразование.

Однако в дисках может присутствовать значительное количество пыли. Они в основном состоят из старых звезд. Рукава таких галактик, как правило, плохо выражены, поэтому их часто трудно отличить от E – галактик.

Класс галактик	Эллиптические	Линзовидные	Спиральные	Неправильные
Доля (%)	20	20	55	5

Таблица 2: к определению значений долей галактик различных типов (от общего их количества).

Процентное соотношение между галактиками указанных классов представлено в таблице 2. (10 баллов).

Уровень «Знатор» (уровень В)

Задача № 7. «Сила тяги ионного двигателя»

<u>Дано:</u> $U, j, S,$ $m_0, q.$	<u>Решение:</u> Как известно, реактивной силой F_p называется сила, действующая на двигатель (ракету) со стороны выходящего из него потока вещества.
<u>Найти:</u> $F_p - ?$	Система "двигатель + поток ионов" является замкнутой системой, тогда для нее выполняется закон сохранения импульса, тогда можно записать

$$\Delta \vec{P} + \Delta \vec{p} = 0, \quad (14)$$

здесь $\Delta \vec{p}$ – изменение импульса порции ионного газа, выпущенного двигателем за время Δt , $\Delta \vec{P}$ – изменение импульса двигателя (ракеты) за тоже время. Данные величины можно представить в виде:

$$\Delta \vec{P} = \vec{F}_p \cdot \Delta t, \quad \Delta \vec{p} = \Delta m \cdot \vec{u}, \quad (15)$$

здесь Δm – масса порции ионного газа, выпущенного двигателем, ее можно представить как

$$\Delta m = m_0 \cdot \Delta N, \quad (16)$$

здесь ΔN – количество ионов, выпущенных двигателем за время Δt . Далее воспользуемся определением **плотности потока ионов** – физической величины, равной отношению количества частиц ΔN , прошедших площадку S за время Δt к величинам этих параметров, т.е.

$$j = \frac{\Delta N}{S \cdot \Delta t}, \Rightarrow \Delta N = j \cdot S \cdot \Delta t. \quad (17)$$

Из (14)-(17) следует, что

$$\vec{F}_p \cdot \Delta t = -m_0 j S \Delta t \vec{u}, \Rightarrow \vec{F}_p = -m_0 j S \vec{u}. \quad (18)$$

Далее необходимо определить скорость выпуска ионного газа $\vec{u}$. Для этого воспользуемся **теоремой об изменении кинетической энергии**: работа, совершаемая электрическим полем над ионами равна изменению их кинетической энергии, т.е.

$$A = \frac{m_0 u^2}{2}, \quad (19)$$

здесь учтено, что начальная кинетическая энергия ионов пренебрежимо мала. С другой стороны, работу можно связать с ускоряющим напряжением:

$$A = qU. \quad (20)$$

Из (19) и (20) следует, что

$$\frac{m_0 u^2}{2} = qU, \Rightarrow u = \sqrt{\frac{2qU}{m_0}}. \quad (21)$$

Из (18) и (21) следует

$$F_p = j S \sqrt{2 m_0 q U}. \quad (22)$$

Ответ: к задаче представлен выражением (22). (11 баллов).

Задача № 8. «Мятеж на Эльсиноре»

Решение. Согласно условию задачи, Полярная звезда не видна уже 4 недели, значит судно все это время находилось в южном географическом полушарии. Поскольку сказано, что Большая Медведица находится очень низко над горизонтом, то будем полагать, что она в точности находится на горизонте.

Определим широту местности на момент повествования. Для этого заметим, что согласно рис. 2.а) склонения точек созвездия Большая Медведица заключены в интервале $[+28^\circ, 74^\circ]$. Но на момент создания этого произведения (1914 год) еще не были определены границы созвездия таким образом (они были окончательно определены лишь в 1935 году). Главной достопримечательностью созвездия Большая Медведица является астеризм Большой Ковш, склонения звезд которых лежат в интервале $[+49^\circ, 62^\circ]$. Видимо, именно по его положению автор делал вывод о низком положении созвездия. В качестве ориентира будем использовать среднее значение склонения для этого интервала $\delta_{\text{БМ}} = 55^\circ$, и будем полагать что точки созвездия с данным склонением находились точно на горизонте. Запишем формулу для высоты этих точек в верхней кульминации к северу от зенита:

$$h_{\text{БМ}} = 90 - \delta_{\text{БМ}} + \varphi_1 = 0, \Rightarrow \varphi_1 = \delta_{\text{БМ}} - 90^\circ = -35^\circ. \quad (23)$$

По рис. 2.б) заметим, что восточный и западный входы в Магелланов пролив находятся на широтах $\varphi_E = -52.5^\circ$, $\varphi_W = -52.7^\circ$. Поскольку неизвестно, с какой стороны подходил к проливу парусник, то в качестве опорной широты для пролива будет принимать среднее значение

$$\varphi_{\text{МП}} = \frac{\varphi_E + \varphi_W}{2} = -52.6^\circ \approx -53^\circ. \quad (24)$$

Последнее округление обусловлено тем фактом, что φ_1 определен с точностью до градуса, поэтому удержание десятых долей лишено смысла. Следовательно, искомое расстояние от парусника до пролива вдоль меридиана есть

$$s \geq \Re_{\oplus}(\varphi_1 - \varphi_{\text{МП}}) \frac{\pi}{180^\circ} \approx 2 \cdot 10^3 \text{ км.} \quad (25)$$

Если парусник двигался вдоль меридиана в том же направлении с постоянной скоростью, то искомое время можно найти из уравнения вида:

$$\frac{0 - \varphi_1}{\tau_1} = \frac{\varphi_1 - \varphi_{\text{МП}}}{\tau_2}, \Rightarrow \tau_2 = \tau_1 \left(\frac{\varphi_1 - \varphi_{\text{МП}}}{-\varphi_1} \right), \Rightarrow$$

$$\tau_2 = \tau_1 \left(\frac{\varphi_{\text{МП}}}{\varphi_1} - 1 \right) = 14.4 \text{ сут,} \quad (26)$$

здесь $\tau_1 = 4 \text{ недели} = 28 \text{ сут.}$

Ответ: к задаче представлен выражениями (23), (25), (26). (12 баллов).

Задача № 9. «Поле зрения фотокамеры»

Дано:

$$N = 18 \text{ МП,}$$

$$k = 1.6,$$

$$f = 50 \text{ мм.}$$

Найти:

h, ℓ, d, Ω – ?
сможет ли?

Решение:

Рассмотрим оптическую схему "объектив-фотокамера" (см. рис. 6). Здесь [1] – объект фотообзора, определяющий максимальную угловую высоту h , которую еще может запечатлеть матрица [3]; [2] – объектив, в фокусе которого расположена матрица (в случае наблюдения небесного тела). Очевидно, что максимальная угловая высота $h = 2\alpha$, причем из $\triangle OAC$ следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{2f} = \frac{b'}{2f}, \Rightarrow$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left[\frac{b'}{2f} \right], \quad (27)$$

здесь и далее a', b' – линейные размеры матрицы камеры, кроп-фактор которой k , причем

$$\left. \begin{aligned} a' &= \frac{a_0}{k} = 22.5 \text{ мм,} \\ b' &= \frac{b_0}{k} = 15 \text{ мм} \end{aligned} \right\}, \quad (28)$$

здесь $a_0 = 36 \text{ мм}$, $b_0 = 24 \text{ мм}$ – размеры стандартной полнокадровой матрицы. В итоге, угловая высота кадра есть

$$h = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{b_0}{2kf} \right] = 17.1^\circ. \quad (29)$$

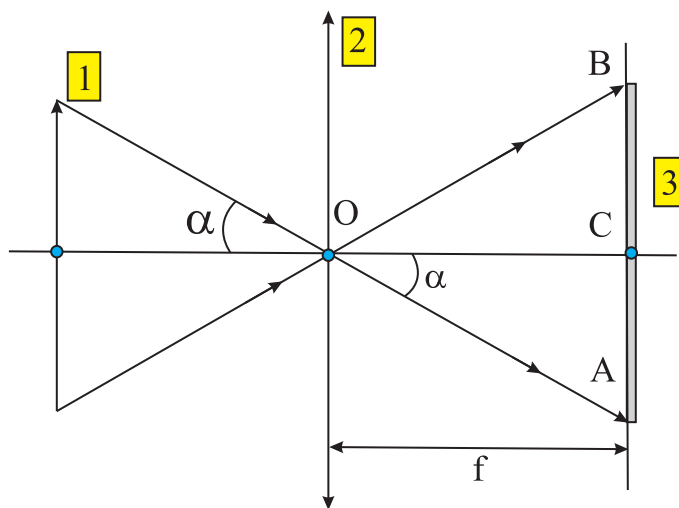


Рис. 6: к определению оптической схемы "объектив-фотокамера".

Аналогично можно рассчитать угловую ширину кадра ℓ и угловую длину диагонали кадра d :

$$\ell = 2 \arctg \left[\frac{a_0}{2 k f} \right] = 25.4^\circ, \quad d = 2 \arctg \left[\frac{\sqrt{a_0^2 + b_0^2}}{2 k f} \right] = 30.3^\circ. \quad (30)$$

Последняя величина определяет угловой диаметр поля зрения камеры с данным объективом. Для определения телесного угла рассмотрим рис. 7. Здесь $ABCD$ – прямоугольник, определяющий границы поля зрения камеры на расстоянии $OF = r$ от последней. Телесный угол Ω поля зрения камеры можно определить приближенно как

$$\Omega \approx \frac{S_{ABCD}}{r^2}, \quad (31)$$

здесь S_{ABCD} – площадь данного прямоугольника, которую можно записать так

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= AB \cdot BC = EG \cdot JK = \\ &= \left(2r \cdot \tg \frac{h}{2} \right) \left(2r \cdot \tg \frac{\ell}{2} \right) = 4r^2 \cdot \tg \frac{h}{2} \cdot \tg \frac{\ell}{2}, \end{aligned}$$

здесь учтено, что

$$EG = 2 EF = 2r \tg \frac{h}{2}, \quad JK = 2 JF = 2r \cdot \tg \frac{\ell}{2}. \quad (32)$$

Из выражений (31) и (32) следует, что

$$\Omega = 4 \tg \left(\frac{h}{2} \right) \cdot \tg \left(\frac{\ell}{2} \right) \approx 4 \sin \left(\frac{h}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\ell}{2} \right). \quad (33)$$

Последний приближенный результат имеет место быть в случае небольших значений углов $\frac{h}{2}$ и $\frac{\ell}{2}$. Точная формула для данного телесного угла должна быть записана так (вывод последней очень сложен и приводится лишь для полноты картины задачи)

$$\Omega = 4 \arcsin \left[\sin \left(\frac{h}{2} \right) \cdot \sin \left(\frac{\ell}{2} \right) \right]. \quad (34)$$

Однако, в силу малости углов $\frac{h}{2}$ и $\frac{\ell}{2}$ выражения (33), (34) дают одинаковые значения $\Omega = 0.13074$ срад = 429 кв. град.

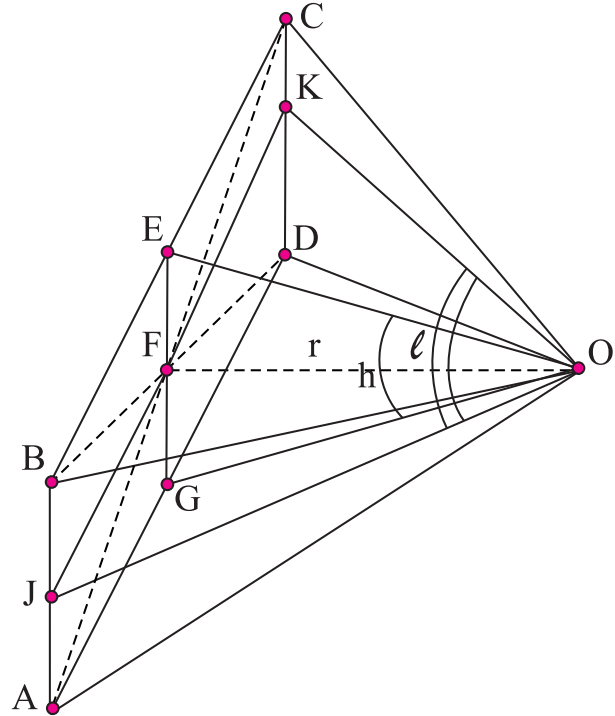


Рис. 7: к определению телесного угла Ω .

Как известно, астеризм – сноп Ориона образуют 6 звезд: $\alpha, \gamma, \delta, \beta, k, \zeta$. Щит Ориона образуют $\pi^1 \div \pi^6$. Дубинку Ориона составляют χ^1, χ^2, ν, ξ , и 69. Эта группа астеризмов вместе по склонению имеет протяженность более 30° , а по прямому восхождению – 24° . Сопоставляя (29) и (30) с последними величинами, приходим к заключению, что эта группа астеризмов не сможет попасть полностью в кадр.

Ответ: к задаче представлен выражениями (29)-(30), (33); $\Omega = 429$ кв. град; не сможет. (14 баллов).

Задача № 10. «Стрелец A^* и его свойства»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$r = 2.6 \cdot 10^4$ св. лет, $\mathfrak{M} = (4.31 \pm 0.36) \cdot 10^6 \mathfrak{M}_\odot$.	1. Радиус СЧД можно определить с помощью формулы Шварцшильда: $\mathfrak{R} = \frac{2 G \mathfrak{M}}{c^2}, \quad (35)$
<u>Найти:</u> $\mathfrak{R}, D'' - ?$ $\rho, P, T - ?$ существует – ?	численные расчеты дают следующие возможные значения радиуса: $\mathfrak{R} = (1.27 \pm 0.11) \cdot 10^7 \text{ км} = (8.50 \pm 0.74) \cdot 10^{-2} \text{ а.е.} \quad (36)$

2. Определим угловой диаметр СЧД:

$$D'' = \frac{2 \mathfrak{R}}{r} \cdot 206265'' = 2 \cdot 10^{-5}'' . \quad (37)$$

Очевидно, что столь малый угол может разрешить лишь радио-интерферометр со сверхдлинной базой. В настоящее время самое высокое разрешение ($7 \cdot 10^{-6}''$) достигнуто в проекте "Радиоастрон" (телескоп "Спектр"). Следовательно, уже сегодня существуют такие телескопы, которые смогут рассмотреть малые окрестности СЧД как неточечный объект.

3. Определим среднюю массовую плотность СЧД:

$$\rho = \frac{\mathfrak{M}}{\frac{4\pi}{3} \mathfrak{R}^3} = \frac{3 c^6}{32 \pi G^3 \mathfrak{M}^2} = (9.96_{-1.48}^{+1.90}) \cdot 10^5 \text{ кг/м}^3. \quad (38)$$

4. Вычислим мощность получения Хокинга

$$P = \frac{\hbar c^6}{15360 \pi G^2 \mathfrak{M}_{BH}^2} = (4.87_{-0.72}^{+0.93}) \cdot 10^{-42} \text{ Вт.} \quad (39)$$

5. Температуру СЧД определим как

$$T_{BH} = \frac{\hbar c^3}{8 \pi k G \mathfrak{M}_{BH}} = (1.43_{-0.11}^{+0.13}) \cdot 10^{-14} \text{ К.} \quad (40)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (35)-(40); существует, проект "Радиоастрон". (14 баллов).

Задача № 11. «Вывод ИСЗ на геосинхронную орбиту»

<u>Дано:</u> $h = 414$ км. <u>Найти:</u> $t_f - ?$ $\Delta V_i, \Delta V_f - ?$	<u>Решение:</u> Геосинхронной орбитой ИСЗ называется круговая орбита спутника, которая может быть расположена под любым углом к плоскости земного экватора, период обращения по которой равен сидерическому периоду вращения Земли вокруг своей оси. Найдем ее радиус. Для этого воспользуемся третьим законом Кеплера:
---	--

$$\left(\frac{R_c}{\mathfrak{R}_\oplus}\right)^3 = \left(\frac{T_\oplus}{T_I}\right)^2, \Rightarrow R_c = \mathfrak{R}_\oplus \left(\frac{T_\oplus}{T_I}\right)^{2/3} = 42169 \text{ км}, \quad (41)$$

здесь R_c – радиус синхронной орбиты; $T_\oplus$ – сидерический период вращения Земли (звездные сутки); $\mathfrak{R}_\oplus$ – радиус Земли; T_I – период обращения ИСЗ движущегося по круговой орбите радиуса $\mathfrak{R}_\oplus$, у поверхности Земли, с первой космической скоростью $V_I = 7.911$ км/с. Тогда

$$T_I = \frac{2\pi \mathfrak{R}_\oplus}{V_I} = 5060 \text{ с}. \quad (42)$$

При перелете по орбите Гомана-Цандера-Ветчинкина с орбиты МКС на орбиту синхронную, точка старта будет перигеем данной эллиптической орбиты, а конечная – апогеем. Тогда большая полуось этой орбиты есть

$$a = \frac{\mathfrak{R}_\oplus + h + R_c}{2} = 24477 \text{ км}, \quad (43)$$

а эксцентриситет можно выразить из формулы для перигея:

$$q = \mathfrak{R}_\oplus + h = a(1 - \varepsilon), \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a} = 0.723. \quad (44)$$

Тогда скорость в перигелии должна быть

$$\begin{aligned} V_q &= \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\oplus}{a} \frac{(1 + \varepsilon)}{1 - \varepsilon}} = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)} \left(2 - \frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}\right)} = \\ &= V_{\text{МКС}} \sqrt{2 - \frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}} = V_I \sqrt{\left(\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus + h}\right) \left(2 - \frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}\right)} = 10.062 \text{ км/с}. \end{aligned} \quad (45)$$

Тогда приращение скорости в перигелии есть

$$\Delta V_i = V_q - V_{\text{МКС}} = V_{\text{МКС}} \left(\sqrt{2 - \frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}} - 1 \right) = 2.40 \text{ км/с}. \quad (46)$$

Скорость ИСЗ в афелии

$$V_Q = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\oplus}{a} \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}\right)} = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\oplus}{R_c} \left(\frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}\right)} = V_c \sqrt{\frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}}, \quad (47)$$

здесь V_c – скорость ИСЗ на геосинхронной орбите, тогда приращение скорости в апогее есть

$$\Delta V_f = V_c - V_Q = V_c \left(1 - \sqrt{\frac{\mathfrak{R}_\oplus + h}{a}} \right) = 1.46 \text{ км/с.} \quad (48)$$

В выражениях (46) и (48) учтено, что

$$V_{\text{МКС}} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}}, \quad V_c = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_c}}. \quad (49)$$

Время перелета можно вычислить так

$$t_f = \frac{1}{2} T_0 = \frac{1}{2} T_I \left(\frac{a}{\mathfrak{R}_\oplus} \right)^{3/2} = 1.905 \cdot 10^4 \text{ с} = 5.29 \text{ часа.} \quad (50)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (46), (48), (50). (14 баллов).

Задача № 12. «Астрономическая единица и большая полуось земной орбиты»

Решение. Прежде всего определим текущее значение большой полуоси земной орбиты в метрах

$$a_\oplus = 149598022958 \text{ м.} \quad (51)$$

Определим на сколько большая полуось земной орбиты больше 1 а.е.

$$\Delta a = a_\oplus - 1 \text{ а.е.} = 152258 \text{ м.} \quad (52)$$

Рассмотрим далее движение Земли по круговой орбите. Запишем для нее второй закон Ньютона

$$\frac{\mathfrak{M}_\oplus V_\oplus^2}{a_\oplus} = \frac{G \mathfrak{M}_\oplus \mathfrak{M}_\odot}{a_\oplus^2}, \Rightarrow V_\oplus^2 = \frac{G \mathfrak{M}_\odot}{a_\oplus}. \quad (53)$$

Далее учтем, что согласно второму закону Кеплера, за равные промежутки времени гелиоцентрический радиус-вектор Земли описывает равные площади, т.е. согласно рис. 8

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = C_0 \text{ или } \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} r_1 \cdot r_2 \sin \Delta \alpha}{\Delta t} \approx \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{1}{2} r \cdot V = C_0, \quad (54)$$

здесь учтено, что $r_1 \approx r_2 \approx r$, $\frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \omega$, $V = \omega \cdot r$ – гелиоцентрическая скорость Земли; C_0 – некоторая компонента. Из (54) следует, что

$$V = \frac{2 C_0}{r}. \quad (55)$$

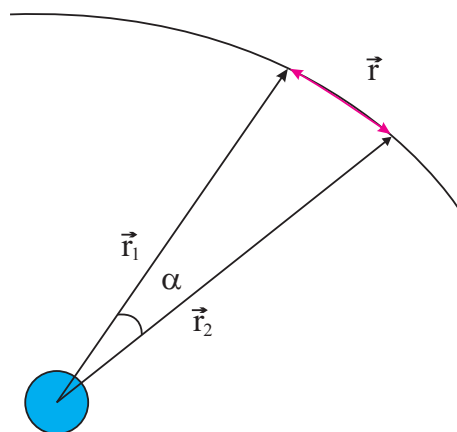


Рис. 8: к определению искомой величины.

Подставим (55) в (53), получаем

$$\frac{4 C_0^2}{a_{\oplus}^2} = \frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{a_{\oplus}}, \Rightarrow a_{\oplus} = \frac{4 C_0^2}{G \mathfrak{M}_{\odot}}. \quad (56)$$

Запишем выражение (56) для двух близких моментов времени:

$$t : a_{\oplus} = \frac{4 C_0^2}{G \mathfrak{M}_{\odot}}; \quad t + \Delta t : a_{\oplus} + \Delta a_{\oplus} = \frac{4 C_0^2}{G(\mathfrak{M}_{\odot} - \Delta \mathfrak{M}_{\odot})}.$$

Вычтем из второго уравнения первое, тогда получим

$$\Delta a_{\oplus} = \frac{4 C_0^2}{G} \frac{\Delta \mathfrak{M}_{\odot}}{(\mathfrak{M}_{\odot} - \Delta \mathfrak{M}_{\odot}) \mathfrak{M}_{\odot}} \approx \frac{4 C_0^2}{G \mathfrak{M}_{\odot}^2} \Delta \mathfrak{M}_{\odot}, \quad \text{или}$$

$$\Delta a_{\oplus} = a_{\oplus} \left(\frac{\Delta \mathfrak{M}_{\odot}}{\mathfrak{M}_{\odot}} \right). \quad (57)$$

Т.о., увеличение большой полуоси земной орбиты прямо пропорционально изменению массы Солнца.

Далее найдем закон изменения массы Солнца за счет указанных в условии эффектов. Очевидно, что за время Δt изменение массы Солнца есть

$$\Delta \mathfrak{M}_{\odot} = \Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(EM)} + \Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(SW)}, \quad (58)$$

здесь $\Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(EM)}$ – массовые потери Солнца, обусловленные его электромагнитным излучением, $\Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(SW)}$ – массовые потери Солнца, обусловленные истечением солнечного ветра. Для определения первого слагаемого воспользуемся формулой Эйнштейна

$$\Delta E^{(EM)} = \Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(EM)} \cdot c^2.$$

Разделим ее на промежуток времени Δt и учтем что $L_{\odot} = \Delta E^{(EM)} / \Delta t$ – светимость Солнца.

$$L_{\odot} = \frac{\Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(EM)}}{\Delta t} \cdot c^2, \Rightarrow \frac{\Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(EM)}}{\Delta t} = \frac{L_{\odot}}{c^2} = 4.252 \cdot 10^9 \text{ кг/с}. \quad (59)$$

Вычислим потери $\Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(SW)}$:

$$\Delta \mathfrak{M}_{\odot}^{(SW)} = m_p \Delta N_p + m_{\alpha} \Delta N_{\alpha}, \quad (60)$$

здесь m_p, m_{α} – массы протона и α -частицы; $\Delta N_p, \Delta N_{\alpha}$ – количества протонов и α – частиц, покинувших Солнце за время Δt . Поскольку поток солнечного ветра стационарный, то далее будем рассматривать его на орбите Земли. За время Δt через сферу радиуса $a_{\oplus}$ (и площадью $S = 4\pi a_{\oplus}^2$) проходит количества ΔN_p протонов, и ΔN_{α} – альфа-частиц, который можно записать так

$$\Delta N_p = n_p \cdot \Delta V = n_p \cdot S \cdot V \cdot \Delta t, \quad \Delta N_{\alpha} = n_{\alpha} \cdot S \cdot V \cdot \Delta t. \quad (61)$$

Учтем далее, что

$$\eta_p = \frac{\nu_p}{\nu_p + \nu_\alpha} = \frac{\Delta N_p}{\Delta N_p + \Delta N_\alpha} = \frac{n_p}{n_p + n_\alpha}, \quad \eta_\alpha = \frac{n_\alpha}{n_p + n_\alpha}, \quad (62)$$

здесь ν_p, ν_α – мольные количества протонов и α – частиц; n_p, n_α – их объемные концентрации. Из (62) следует, что

$$\frac{\eta_p}{\eta_\alpha} = \frac{n_p}{n_\alpha}, \Rightarrow n_\alpha = \frac{\eta_\alpha}{\eta_p} \cdot n_p, \quad (63)$$

тогда (60) можно переписать так

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \mathfrak{M}_\odot^{(SW)}}{\Delta t} &= m_p n_p S V + m_\alpha \frac{\eta_\alpha}{\eta_p} n_p S V = \\ 4\pi a_\oplus^2 V \left(m_p + \frac{\eta_\alpha}{\eta_p} m_\alpha \right) n_p &= 1.315 \cdot 10^9 \text{ кг/с}. \end{aligned} \quad (64)$$

Следовательно, полный поток массовых потерь Солнца есть

$$\frac{\Delta \mathfrak{M}_\odot}{\Delta t} = 5.567 \cdot 10^9 \text{ кг/с}. \quad (65)$$

Тогда скорость изменения радиуса земной орбиты есть

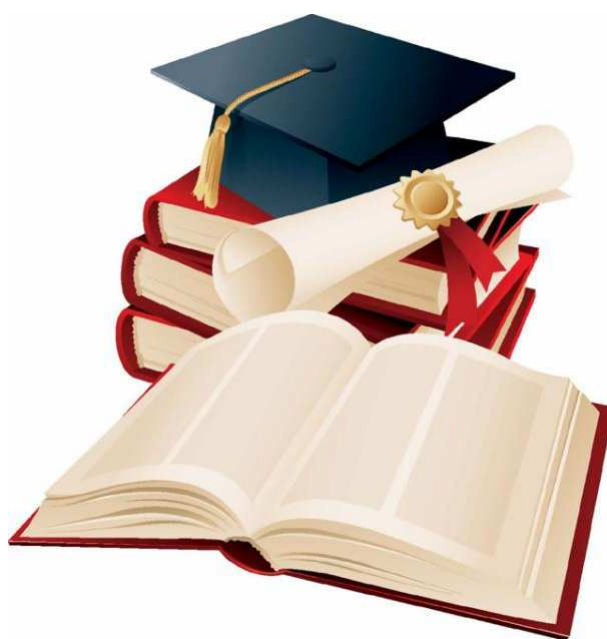
$$V_a = \frac{\Delta a_\oplus}{\Delta t} = \frac{a_\oplus}{\mathfrak{M}_\odot} \left(\frac{\Delta \mathfrak{M}_\odot}{\Delta t} \right) = 4.19 \cdot 10^{-10} \text{ м/с} = 0.013 \text{ м/год}. \quad (66)$$

Следовательно, 1 а.е. и $a_\oplus$ были равны

$$\tau = \frac{\Delta a}{V_a} = 1.1522 \cdot 10^7 \text{ лет тому назад}. \quad (67)$$

Ответ: к задаче представлен формулой (67). (15 баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре)
на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете)
на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Экс- цен- триси- тет	Наклон к плоскости эклипти- ки	Период обраще- ния	Синоди- ческий период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плот- ность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плос- кости орбиты	Гео- мет- рич. альбе- до	Вид. звезд- ная вели- чина*
	кг	массы Земли	км	ради- усы Зем- ли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

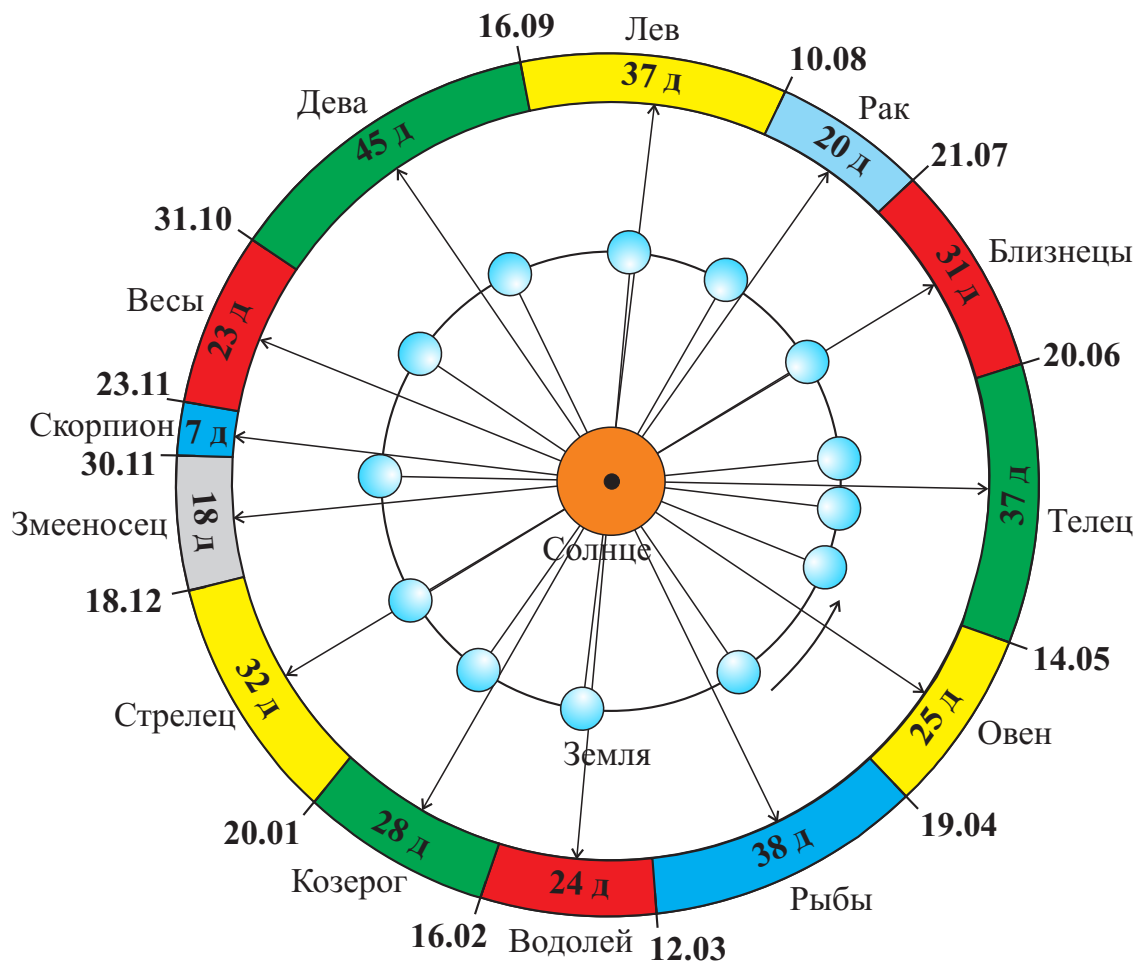


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

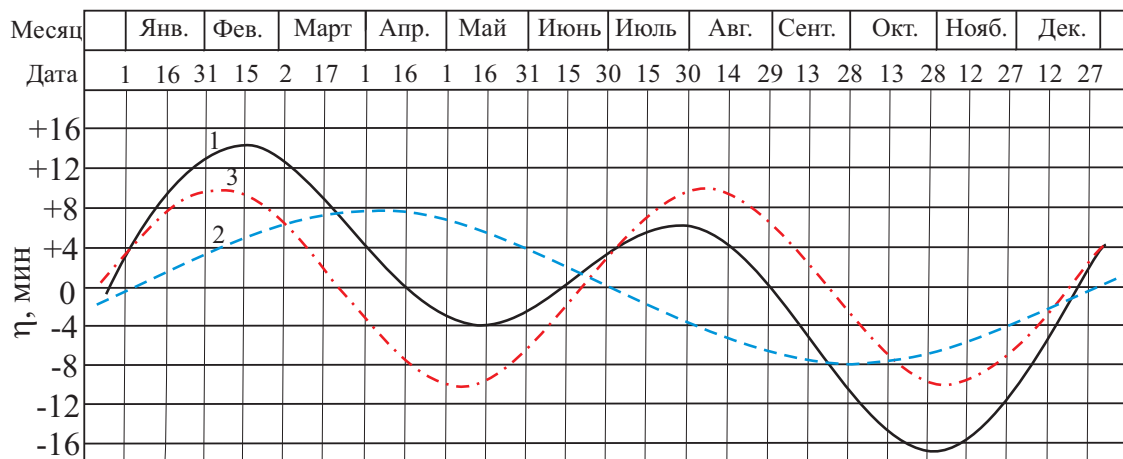


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последо- вательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	– 2.70	F5	– 0.04	– 0.08	– 0.12
B5	– 1.58	F8	– 0.05	– 0.17	– 0.28
A0	– 0.72	G0	– 0.06	– 0.25	– 0.42
A5	– 0.31	G2	– 0.07	– 0.31	– 0.52
F0	– 0.09	G5	– 0.10	– 0.39	– 0.65
F2	– 0.04	G8	– 0.10	– 0.47	– 0.80
		K0	– 0.11	– 0.54	– 0.93
		K2	– 0.15	– 0.72	– 1.20
		K3	– 0.31	– 0.89	– 1.35
		K4	– 0.55	– 1.11	– 1.56
		K5	– 0.85	– 1.35	– 1.86
		M0	– 1.43	– 1.55	– 2.2
		M1	– 1.70	– 1.72	– 2.6
		M2	– 2.03	– 1.95	– 3.0
		M3	– 2.35	– 2.26	– 3.6
		M4	– 2.7	– 2.72	– 3.8
		M5	– 3.1	– 3.4	– 4.0

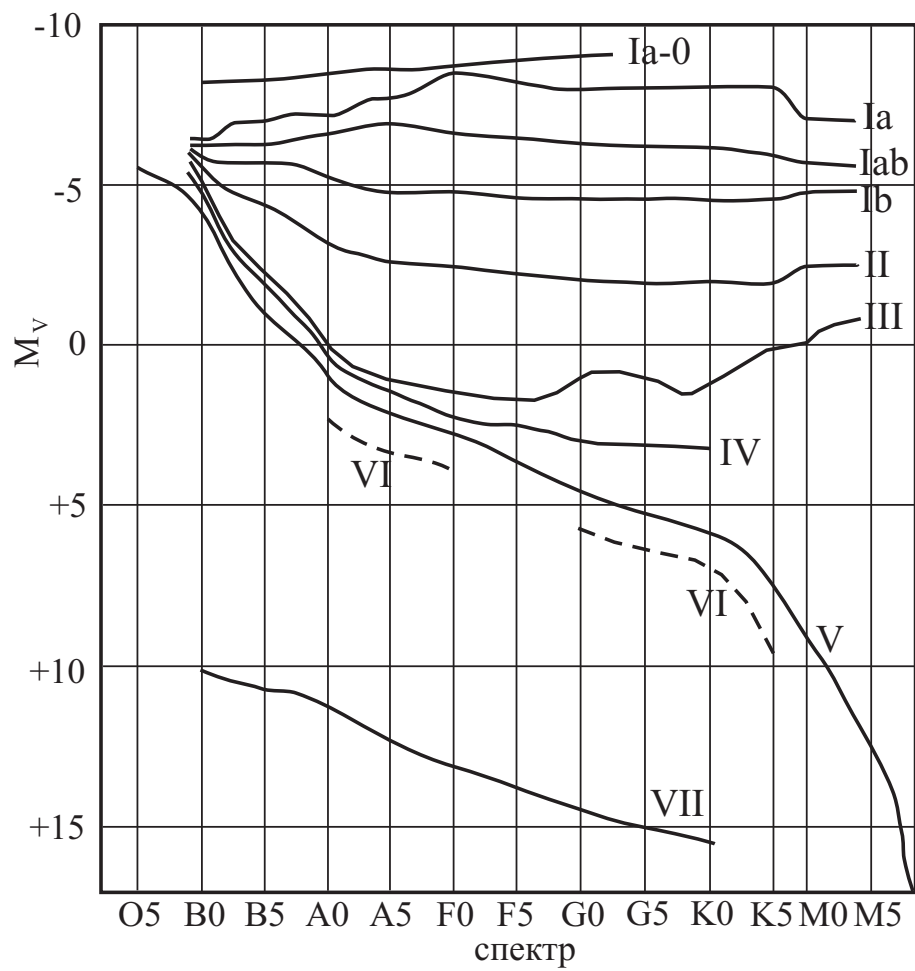


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	(H)												
2	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne					
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar					
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe					
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru					
6	Cs	Ba	La*	Hf	Ta	W	Re	Os					
7	Fr	Ra	Ac**	Rf	Db	Sg	Bh	Hs					
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													
41													
42													
43													
44													
45													
46													
47													
48													
49													
50													
51													
52													
53													
54													
55													
56													
57													
58													
59													
60													
61													
62													
63													
64													
65													
66													
67													
68													
69													
70													
71													
72													
73													
74													
75													
76													
77													
78													
79													
80													
81													
82													
83													
84													
85													
86													
87													
88													
89													
90													
91													
92													
93													
94													
95													
96													
97													
98													
99													
100													
101													
102													
103													
104													
105													
106													
107													
108													
109													
110													
111													
112													
113													
114													
115													
116													
117													
118													
119													
120													
121													
122													
123													
124													
125													
126													
127													
128													
129													
130													
131													
132													
133													
134													
135													
136													
137													
138													
139													
140													
141													
142													
143													
144													
145													
146													
147													
148													
149													
150													
151													
152													
153													
154													
155													
156													
157													
158													
159													
160													
161													
162													
163													
164													
165													
166													
167													
168													
169													
170													
171													
172													
173													
174													
175													
176													
177													
178													
179													
180													
181													
182													
183													
184													