

САМАРСКИЙ РЕГИОНАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ДЛЯ ОДАРЕННЫХ ДЕТЕЙ
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
**ОТКРЫТОЙ МЕЖРЕГИОНАЛЬНОЙ ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ им. Ф.А. БРЕДИХИНА**
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 10-11 КЛАССОВ.
СЕЗОН: 2019-2020, ТУР № 1



Самара, 2020 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 12 оригинальных задач двух уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 10-11 классов к решению задач ее различных этапов.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020 среди обучающихся 10-11 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/omoa-solutions>

Составитель: – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СДДЮТ, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе $\text{\LaTeX}$ – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

vk.com/bredikhinolimp

3. Сроки подачи решений задач ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020 тура № 1 на проверку:

15.02.2020-31.03.2020!!!

4. Электронный ящик ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

<https://vk.com/bredikhinolimp>

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника ОМОА им. Ф.А. Бредихина-2020, внимательно ознакомьтесь с «**Руководством зарегистрированного участника ОМОА им Ф.А. Бредихина-2020**»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника**.

Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Альмукантарат и суточная параллель звезды»

Что такое альмукантарат звезды? Суточная параллель звезды? В каких точках поверхности Земли эти круги совпадают? Как связаны их радиусы с радиусом небесной сферы? (5 баллов).

Задача № 2. «Система мира по Птолемею»

Что такое деферент в геоцентрической системе мира Птолемея? Что такое эпицикл? Какие небесные тела не имели эпициклов? Почему? С каким периодом двигались нижние планеты по деференту? По эпициклу? С каким периодом двигались верхние планеты по деференту? По эпициклу? (5 баллов).

Задача № 3. «Самые яркие "рассеянки" самарского небосвода»

Назовите три самых ярких рассеянных скопления самарского небосвода? Чему равна их звездная величина? В каких созвездиях они располагаются? В какое время года условия их наблюдения оптимальны? Кратко охарактеризуйте каждое скопление. (5 баллов).

Задача № 4. «Съемка трека самого быстрого спутника»

Астроном-любитель планирует заснять с помощью фотокамеры с полем зрения $54^\circ \times 38^\circ$ трек самого быстрого искусственного спутника Земли в данном месте наблюдений. Оцените максимально возможное время пребывания такого спутника в кадре неподвижной камеры. (7 баллов).

Задача № 5. «Объемная концентрация звезд в окрестности Солнца»

Оцените объемную концентрацию звезд в окрестности Солнца, если полагать, что все видимые невооруженным глазом звезды подобны Солнцу и имеют изотропное распределение в пространстве. (8 баллов).

Задача № 6. «Аберрация света в астрономии»

Что такое аберрация света? Кто впервые обнаружил данное явление? В ка-

ком году? Как проявляется этот феномен в астрономии? Какие виды аббераций выделяют в астрономии? Определите максимальное значение угла абберации в каждом случае. Предположим, что в течение года с Земли наблюдается звезда, расположенная в плоскости эклиптики. Какую траекторию (обусловленную абберацией) будет описывать звезда в течение года по небосводу? Каков ее характерный угловой размер? (10 баллов).

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 7. «После заката и до восхода Солнца на геополюсе»

Оцените продолжительность промежутка времени, после заката Солнца и до его восхода, в течение которого, на геополюсе, при условии ясной погоды, еще можно читать, писать, шить, вязать без использования искусственного освещения? Как называется эта часть суток? В расчетах следует учесть конечность размеров видимого диска Солнца и явление рефракции света ($\delta z = 35'$). (11 баллов).

Задача № 8. «Эпохи без искусственного освещения на геополюсе»

Определите, приблизительно, даты начала и окончания промежутков времени, описанных в предыдущей задаче, в случае северного географического полюса? (12 баллов).

Задача № 9. «В одной из миссий будущего»

Давайте немного помечтаем. Предположим, что Вы попали в будущее и Вам довелось наблюдать (с Земли) за космическим аппаратом (КА), бороздящим окрестности самой большой планеты Солнечной системы – Юпитера. Изначально КА двигался по круговой орбите, радиус которой равен большой полуоси орбиты Ио. Необходимо перевести КА на более высокую орбиту для изучения других галилеевых спутников по траектории Гомана-Цандера-Ветчинкина. Полная масса модуля $M_{\text{tot}} = 2$ т, масса полезной нагрузки – $m_0 = 100$ кг, остальная масса приходится на топливо. Переход с одной орбиты на другую достигается за счет работы ракетных двигателей, выбрасывающих топливо относительно КА со скоростью $u = 2.8$ км/с. Определите, какие галилеевы спутники, помимо Ио, аппарат сможет изучить, пребывая в их малой окрестности? (14 баллов).

Задача № 10. «Визуальные и фотографические наблюдения»

В оптический телескоп с фокусным расстоянием объектива $F = 900$ мм сначала устанавливают окуляр с углом собственного поля зрения $\Omega = 62^\circ$ и наблюдают при некотором угловом увеличении Γ некоторый неточечный небесный объект. Затем на место окуляра устанавливают астрокамеру, матрица которой поддерживает максимальное разрешение $s_1 \times s_2 = 1280 \times 960$ пикселей, размеры одного пикселя есть $\ell_1 \times \ell_2 = 3.75 \times 3.75$ мкм. При получе-

нии кадра обнаружено, что данный объект выглядит на фотографии таким же как он выглядел в телескоп через окуляр. Определите угловое увеличение Γ и фокусное расстояние окуляра f . (14 баллов).

Задача № 11. «Проблема космического мусора – угроза для МКС»

Одной из главных проблем современной космонавтики – это *непрерывный рост космического мусора* в околоземном пространстве. Так, по данным Европейского космического агентства, вокруг нашей планеты вращается а) $N_1 = 2.9 \cdot 10^4$ обломков с размером $d_1 \geq 10^{-1}$ м, б) $N_2 = 6.7 \cdot 10^5$ обломков с размером $d_2 \geq 10^{-2}$ м и в) $N_3 = 1.7 \cdot 10^7$ "пылинок" с размером $d_3 \geq 10^{-3}$ м. Почти все эти обломки хаотически движутся на низких орбитах высотой до 2000 км. Значительная часть этих объектов находится на орбитах с высоким наклоном, плоскости которых пересекаются, поэтому средняя относительная скорость их взаимного пролета составляет около 10 км/с. Вследствие огромного запаса кинетической энергии, столкновение любого из этих объектов с действующим космическим летательным аппаратом может повредить его или даже вывести из строя. Самым крупным действующим космическим аппаратом является *Международная космическая станция* (МКС). Ее площадь поперечного сечения (по отношению к направлению скорости орбитального движения) составляет около 100 м^2 , а высота орбиты $h = 415$ км. Оцените частоту столкновения между собой частиц 1) с размерами d_1 , 2) с размерами d_2 , 3) с размерами d_3 . Оцените частоту столкновения этих сортов частиц с МКС. Сколько таких столкновений с МКС возможно за 1 год? (14 баллов).

Задача № 12. «Вторжение в Солнечную систему Глизе 710»

В 2016 году группой польских ученых было объявлено о прохождении (в будущем) звезды Глизе 710 через Солнечную систему и ее тесном сближении с Солнцем. Ее настоящая видимая звездная величина равна $m = 9.66^m$, лучевая скорость – $V_r = -14.468$ км/с, годичный параллакс – $\pi = 52.5185 \cdot 10^{-3}''$, собственное движение по прямому восхождению – $\mu_\alpha = -0.460 \cdot 10^{-3}''/\text{год}$, по склонению – $\mu_\delta = -0.028 \cdot 10^{-3}''/\text{год}$. Определите минимальное гелиоцентрическое расстояние, на которое подойдет звезда к Солнцу. Через какое количество лет это произойдет? Какова будет, при этом, ее звездная величина? Будет ли она видна невооруженным глазом? Чему будут равны, при этом, ее тангенциальная и радиальная скорость? Сколько времени будет пребывать звезда в пределах Солнечной системы и когда она покинет ее, если современное значение радиуса гравитационной границы системы равно 1.87 св. года. Если полагать, что данная звезда породит возмущение в кометном облаке Оорта, то через какой минимальный промежуток времени (после максимального сближения) следует ожидать кометный ливень в окрестности Земли? Как часто такие тесные сближения испытывает Солнечная система? (15 баллов).

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Альмукантарат и суточная параллель звезды»

Решение. Альмукантарат – это малый круг небесной сферы, плоскость которого параллельна плоскости математического горизонта.

Суточная параллель – это малый круг небесной сферы, плоскость которого параллельна плоскости небесного экватора. Чтобы суточная параллель совпала с альмукантаратом необходимо, чтобы совпали плоскости математического горизонта и небесного экватора. Следовательно, должны также совпасть ось мира и отвесная линия, а один из полюсов мира должен совпасть с зенитом.

Как известно, высота видимого полюса мира равна модулю широты данной местности, т.е.

$$h_p = |\varphi| = 90^\circ, \Rightarrow \varphi = \pm 90^\circ. \quad (1)$$

Т.е., такая ситуация возможна на географических полюсах. Рассмотрим рис. 1: здесь $L_1 L_2$ – суточная параллель, $Q_1 Q_2$ – небесный экватор. Как известно, радиус небесной сферы равен радиусу большого круга (в данном случае небесного экватора) – R . Все точки данной параллели удалены от экватора на угол δ – склонение этих точек. Из прямоугольного треугольника $\Delta OO_1 L_2$ следует, что

$$r = R \cdot \cos \delta. \quad (2)$$

Аналогично рассуждая, можно определить связь между радиусами альмукантарата (r) и математического горизонта R :

$$r = R \cdot \cos h, \quad (3)$$

где h – высота точек альмукантарата. (5 баллов).

Задача № 2. «Система мира по Птолемею»

Решение. Деферентом называется большой круг, центр которого совпадает с центром небесной сферы или "сферой неподвижных звезд" (центром

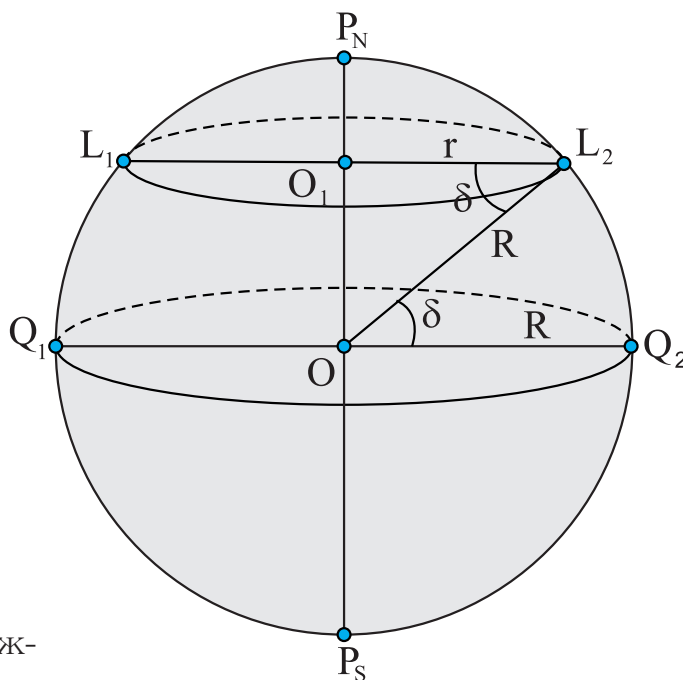


Рис. 1: к определению радиуса малого круга.

Земли), по которому совершал равномерное движение центр малого круга – *эпицикла*. По последним равномерно двигались все планеты, видимые невооруженным глазом. Система эпициклов и деферентов вводилась древними исследователями, чтобы описать неравномерное движение небесных тел, и в частности, попятное движение планет.

В первых геоцентрических моделях устройства мира не имели эпициклов Солнце и Луна, поскольку лишь у данных тел отсутствовали попятные движения. Нижние планеты двигались по деференту с периодом равным 1 году, а по эпициклу – с периодом, равным их сидерическому периоду (уже известному в то время).

Верхние планеты двигались по деференту с периодом, равным их сидерическому периоду, а по эпициклу – с периодом, равным 1 году. (5 баллов).

Задача № 3. «Самые яркие "рассеянки" самарского небосвода»

Решение. Самыми яркими рассеянными скоплениями самарского небосвода являются

1. Гиады – рассеянное скопление в созвездии Тельца с экваториальными координатами ($04^{\text{h}}26.9^{\text{m}}, +15^{\circ}52'$) расположен на расстоянии 46 пк от Солнца, при этом видимый угловой диаметр составляет $D'' = 330'$, а видимая звездная величина $m_V = 0.5^{\text{m}}$. Возраст скопления оценивается в 625 млн. лет. Линейный размер (диаметр) скопления составляет 60-75 св.лет. Масса скопления оценивается в 400 масс Солнца.

2. Плеяды – рассеянное звездное скопление в созвездии Тельца с экваториальными координатами ($03^{\text{h}}, 47.4^{\text{m}}, +24^{\circ}07'$). Находится от Солнца на расстоянии 135 пк. Возраст скопления оценивается в 125 млн. лет. Видимый угловой размер скопления составляет $120'$, что соответствует линейному размеру, равному 12 световых лет.

Видимая звездная величина скопления составляет 1.2^{m} . Масса скопления оценивается в 800 масс Солнца и общее количество звезд – 3000. Ярчайшие звезды скопления – Альциона, Плейона, Атлас, Мeroпа, Электра, Целено, Майя, Тайгета, Астеропа и 18 Тельца образуют одноименный астеризм – Плеяды.

3. Альфа Персея – рассеянное звездное скопление в созвездии Персея (его альтернативные названия – Melotte 20, Collinder 39), с экваториальными координатами ($03^{\text{h}}26.9^{\text{m}}, +49^{\circ}07'$) находится на расстоянии 200 пк от Солнца и имеет характерный угловой диаметр, равный $300'$, что соответствует диаметру в 17.5 пк. Возраст скопления оценивается в 50 млн.лет. Видимая звездная величина скопления составляет 1.2^{m} .

Оптимальные условия наблюдения в случае Гиад и Плеяд достигаются в конце ноября – начале декабря. Скопление Альфа Персея лучше всего наблюдать в середине ноября. (5 баллов).

Задача № 4. «Съемка трека самого быстрого спутника»

<u>Дано:</u> $a \times b = 54^\circ \times 38^\circ$. <u>Найти:</u> $\tau_{\max} - ?$	<u>Решение:</u> Самым быстрым ИСЗ в данном месте является спутник, который движется на минимально возможной высоте и проходит над наблюдателем на минимально возможном расстоянии, т.е. данный спутник должен пройти через зенит наблюдателя. Как известно, самые низкоорбитальные спутники имеют высоту орбиты $h \geq 180$ км. Следовательно, линейная скорость спутника, согласно второму закону Ньютона есть
---	---

$$V = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}} = V_I \sqrt{\frac{\mathfrak{R}_\oplus}{(\mathfrak{R}_\oplus + h)}} = 7.80 \text{ км/с}, \quad (4)$$

$$V_I = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_\oplus}{\mathfrak{R}_\oplus}} = 7.91 \text{ км/с}, \quad (5)$$

здесь $\mathfrak{R}_\oplus$, $\mathfrak{M}_\oplus$ – радиус и масса Земли соответственно, V_I – первая космическая скорость ИСЗ у поверхности Земли. При прохождении зенита спутник движется в направлении, перпендикулярном отвесной линии, проходящей через наблюдателя, тогда его угловая скорость видимого движения будет максимальной и равна

$$\omega_{\max} = \frac{V}{h} = 2.48^\circ/\text{с}. \quad (6)$$

В этот момент времени, если астроном-любитель ведет съемку, то максимальное время пребывания ИСЗ в кадре будет достигаться, если пройдет по диагонали кадра. Последнюю точно можно определить по теореме косинусов для сферического прямоугольника, составленного из боковых сторон поля зрения и его диагонали:

$$\cos d = \cos a \cdot \cos b, \Rightarrow d = \arccos[\cos a \cdot \cos b] = 62.4^\circ.$$

Приблизленно данный угол можно определить по теореме Пифагора

$$d \approx \sqrt{a^2 + b^2} = 66.0^\circ$$

тогда

$$\tau_{\max} = \frac{d}{\omega_{\max}} = 25.2(26.6) \text{ с}. \quad (7)$$

В скобках указано значение $\tau_{\max}$, соответствующее приближенному значению d .

Ответ: к задаче представляется выражением (7). (7 баллов).

Задача № 5. «Объемная концентрация звезд в окрестности Солнца»

Решение. Как известно, на всем небосводе можно увидеть невооруженным глазом $N = 6 \cdot 10^3$ звезд. Если полагать, что они все подобны Солнцу и распределены в пространстве равномерно, то самые далекие от нас звезды должны иметь звездную величину $m_{\max} = 6^m$.

Определим расстояние до таких звезд. Воспользуемся формулой Погсона и законом обратных квадратов для освещенности:

$$m_{\max} - m_{\odot} = -2.5 \lg \left(\frac{E_{\max}}{E_{\odot}} \right), \quad E \sim \frac{1}{r^2}, \Rightarrow m_{\max} - m_{\odot} = -2.5 \lg \left(\frac{r_{\max}}{a_{\odot}} \right)^2, \\ \Rightarrow r_{\max} = a_{\odot} \cdot 10^{0.2(m_{\max} - m_{\odot})} = 3.53 \cdot 10^6 \text{ а.е.} = 17.12 \text{ пк.} \quad (8)$$

Здесь $m_{\odot}$, $E_{\odot}$ – видимая звездная величина Солнца и соответствующая ей освещенность. $a_{\odot} = 1 \text{ а.е.}$ – большая полуось земной орбиты. Следовательно, искомая концентрация звезд составляет

$$n_* = \frac{N}{\frac{4}{3}\pi r_{\max}^3} = 0.285 \text{ звезд/пк}^3. \quad (9)$$

Замечание: полученное значение весьма близко к истинному значению $n_*^{(0)} = 0.13 \text{ звезд/пк}^3$. Расхождение между данными значениями обусловлено как неоднородностью их распределения так и существенным различием характеристик ближайших звезд и Солнца.

Ответ: к задаче представлен выражением (9). (8 баллов).

Задача № 6. «Аберрация света в астрономии»

Решение. *Аберрация света* – изменение направления распространения света (излучения) при переходе из одной системы отсчета в другую.

Аберрация света была открыта в 1727 году английским астрономом Брэдли, который, намереваясь определить параллаксы некоторых неподвижных звезд, заметил их перемещение. Брэдли объяснял явление аберрации как результат сложения скорости света и скорости движения наблюдателя.

Явление аберрации света приводит также к неизотропности излучения движущегося источника. Если в системе покоя источника его излучение изотропно, то в системе отсчета, относительно которой он движется, это излучение будет неизотропным, с повышением интенсивности в направлении движения источника.

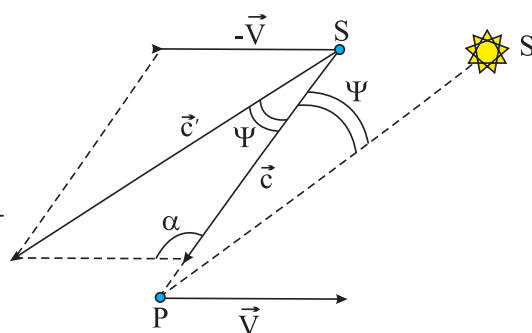


Рис. 2: к определению аберрации света.

В астрономических наблюдениях абберрация света приводит к изменению положения звезд на небесной сфере, вследствие изменения направления скорости движения Земли.

Различают суточную, годичную и вековую абберрации. Суточная абберрация обусловлена вращением Земли вокруг своей оси. Годичная – связана с движением Земли вокруг Солнца. Вековая абберрация учитывает эффект движения Солнечной системы вокруг центра Галактики.

Далее рассмотрим рис. 2. Пусть S – звезда, которую наблюдают из точки P , движущейся со скоростью $\vec{V}$. Если точка P была неподвижна, то свет достигал ее по прямой SP . В системе отсчета, связанной с точкой P , звезда движется по прямой со скоростью $-\vec{V}$. Согласно классическому закону сложения скоростей свет будет двигаться уже со скоростью $\vec{c'}$. Из треугольника векторов скоростей, согласно теореме синусов имеем

$$\frac{\sin \Psi}{V} = \frac{\sin \alpha}{c}, \Rightarrow \sin \Psi = \frac{V}{c} \sin \alpha, \quad (10)$$

здесь Ψ – угол абберрации света. Из последнего выражения следует, что Ψ будет достигать максимального значения при $\alpha = 90^\circ$, т.е. когда скорость точки P перпендикулярна направлению на звезду S . Поскольку, V/c – малая величина, то угол $\Psi_{\max}$ можно записать так

$$\Psi_{\max} = \left(\frac{V}{c} \right) 206265''.$$

В случае суточной абберрации, в качестве V следует взять линейную скорость точек экватора Земли относительно ее оси – $V_1 = 0.465$ км/с, тогда $\Psi_{\max}^{(1)} = 0.32''$.

В случае годичной абберрации в качестве V следует принять среднюю орбитальную скорость Земли $V_2 = 29.79$ км/с, при этом $\Psi_{\max}^{(2)} = 20.48''$.

В случае вековой абберрации в качестве V будем использовать среднюю скорость движения солнечной системы относительно центра Галактики, т.е. $V_3 = 220$ км/с, то $\Psi_{\max}^{(3)} = 151''$.

Если звезда находится на самой эклиптике, то ее годовое движение, вследствие световой абберрации, представится видимым отрезком прямой линии, являющимся дугой эклиптики протяженностью в 41 угловую секунду на небесной сфере, и по этому отрезку звезда идет то в одну сторону, то в другую. Отметим, что абберрация наблюдается не только для звезд, но и объектов Солнечной системы. (10 баллов).

Уровень «Знатор» (уровень В)

Задача № 7. «После заката и до восхода Солнца на геополюсе»

Решение. Если после заката можно еще писать, читать, шить без использования искусственного освещения, то это время традиционно называется *гражданскими сумерками*. Начало данных сумерек совпадает с моментом, когда верхняя точка видимого диска Солнца скрывается за горизонтом, при этом истинное Солнце (центр видимого диска Солнца) находится на высоте

$$h_0 = -(\rho''_{\odot} + \delta z) = -51', \quad (11)$$

здесь $\rho''_{\odot} = 16'$ – угловой радиус Солнца. Окончание данного вида сумерек приходится на момент, когда высота истинного Солнца составляет $h_f = -6^\circ$. Следовательно, необходимо определить промежуток времени, когда высота Солнца для наблюдателя на геополюсе будет заключена в интервале:

$$-6^\circ \leq h_{\odot} \leq -51'. \quad (12)$$

Далее рассмотрим сферический треугольник образованный небесным экватором, эклиптической и кругом склонения светила (см. рис. 3). Воспользуемся теоремой синусов для треугольника

$$\sin \varepsilon \cdot \sin \Delta \ell = \sin 90^\circ \cdot \sin |\delta_{\odot}|, \Rightarrow \sin \Delta \ell = \frac{\sin |\delta_{\odot}|}{\sin \varepsilon}, \quad (13)$$

здесь $|\delta_{\odot}|$ – модуль склонения Солнца, $\varepsilon = 23^\circ 26'$ – угол между экватором и эклиптической; $\Delta \ell$ – изменение эклиптической долготы относительно точки равноденствия. Можно полагать, что сама долгота изменяется равномерно, следовательно,

$$\Delta \ell = \omega_{\odot} \Delta t, \text{ где } \omega_{\odot} = \frac{2\pi}{T_{\odot}}, \quad (14)$$

$T_{\odot}$ – тропический год. Из (12) и (13) следует, что

$$\Delta t = \frac{T_{\odot}}{2\pi} \arcsin \left(\frac{\sin |\delta_{\odot}|}{\sin \varepsilon} \right). \quad (15)$$

Поскольку на геополюсах экватор совпадает с горизонтом, то склонение Солнца должно принадлежать интервалу, аналогичному (12). Тогда искомое время

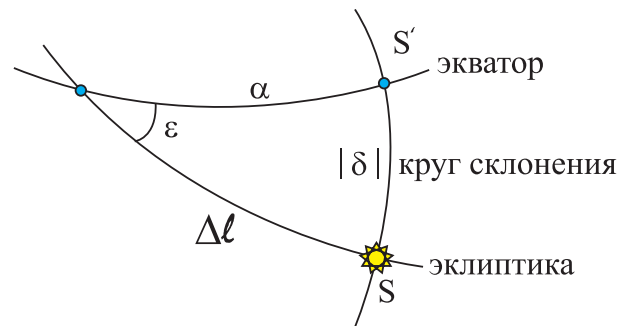


Рис. 3: к определению сферического треугольника.

Весеннее равноденствие	Гражданские сумерки	
	начало	конец
20.03	04.03 ÷ 05.03	17.03 ÷ 18.03
21.03	05.03 ÷ 06.03	18.03 ÷ 19.03
Осеннее равноденствие	—	
	начало	конец
22.09	24.09 ÷ 25.09	7.10 ÷ 8.10
23.09	25.09 ÷ 26.09	8.10 ÷ 9.10

Таблица 1: Даты начала и окончания гражданских сумерек на северном геополюсе.

τ есть

$$\begin{aligned}\tau &= \Delta t(-6^\circ) - \Delta t(51') = \\ &= \frac{T_\odot}{2\pi} \left(\arcsin \left(\frac{\sin 6^\circ}{\sin \varepsilon} \right) - \arcsin \left(\frac{\sin 51'}{\sin \varepsilon} \right) \right) = 13.29 \text{ сут.}\end{aligned}\quad (16)$$

Ответ: к задаче представлен выражением (16). (11 баллов).

Задача № 8. «Эпохи без искусственного освещения на геополюсе»

Решение: Поскольку на геополюсах небесный экватор совпадает с горизонтом, то точки весны и осени находятся на горизонте. Как известно, весеннее равноденствие наступает 20(21) марта, а осеннее равноденствие наступает 22(23) сентября.

Данный период, соответствующий гражданским суткам, начинается (заканчивается) в момент, когда высота (склонение) Солнца принимает значение $h_{\odot \max} = -51'$, а заканчивается (начинается) при $h_{\odot \min} = -6^\circ$.

С использованием формулы (14) задачи № 8 (с учетом $\delta_\odot = h_\odot$) можем записать

$$\Delta t_1 = \Delta t(h_{\odot \max}) = \frac{T_\odot}{2\pi} \arcsin \left(\frac{\sin |h_{\odot \max}|}{\sin \varepsilon} \right) = 2.17 \text{ сут}, \quad (17)$$

$$\Delta t_2 = \Delta t(h_{\odot \min}) = \frac{T_\odot}{2\pi} \arcsin \left(\frac{\sin |h_{\odot \min}|}{\sin \varepsilon} \right) = 15.46 \text{ сут}. \quad (18)$$

Следовательно, начало весенних гражданских сумерек на северном геополюсе приходится на даты 4-5 марта (5-6 марта), а окончание 17-18 марта (18-19 марта). Точнее сказать невозможно, поскольку точность датирования весеннего равноденствия – одни сутки.

Начало осенних гражданских сумерек приходится на 24-25 сентября (25-26 сентября), а окончание – на 7-8 октября (8-9 октября). Т.о, итоговые результаты представлены в таблице 1.

Ответ: к задаче представлен в таблице 1. (12 баллов).

Задача № 9. «В одной из миссий будущего»**Дано:**

$$m_0 = 100 \text{ кг},$$

$$M_{\text{tot}} = 2 \cdot 10^3 \text{ кг},$$

$$u = 2.8 \text{ км/с}.$$

Найти:

Галилеевы спутники – ?

Решение:

Как известно, орбита Гомана-Цандера-Ветчинкина есть эллипс перицентр которого находится на исходной орбите ($q = a_1$), а апоцентр – на конечной орбите ($Q = a_2$).

При этом большая полуось и эксцентриситет этого эллипса есть

$$a = \frac{a_1 + a_2}{2}, \quad \varepsilon = \frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1}. \quad (19)$$

Последняя формула получается из условия равенства расстояний до перицентра q и радиуса орбиты (a_1):

$$q = a_1 = a(1 - \varepsilon), \Rightarrow \varepsilon = 1 - \frac{q}{a} = 1 - \frac{2 a_1}{a_1 + a_2}.$$

Исходная скорость КА на круговой орбите есть

$$V_1 = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{a_1}}, \quad (20)$$

здесь G – универсальная гравитационная постоянная, $\mathfrak{M}_J$ – масса Юпитера, a_1 – радиус исходной орбиты. Для перехода на орбиту Гомана-Цандера-Ветчинкина КА необходимо приобрести скорость

$$\begin{aligned} V_q &= \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{a} \left(\frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{q} (1 + \varepsilon)} = \\ &= \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{a_1} \frac{2 a_2}{(a_1 + a_2)}} = V_1 \sqrt{\frac{2 a_2}{(a_1 + a_2)}}. \end{aligned} \quad (21)$$

Следовательно, изменение скорости КА в перицентре должно быть

$$\Delta V_1 = V_q - V_1 = V_1 \left(\sqrt{\frac{2 a_2}{(a_1 + a_2)}} - 1 \right). \quad (22)$$

При достижении апоцентра орбиты, скорость КА есть

$$V_Q = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{a} \left(\frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon} \right)} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{a_2} \left(\frac{2 a_1}{a_1 + a_2} \right)} = V_2 \sqrt{\frac{2 a_1}{(a_1 + a_2)}}, \quad (23)$$

где V_2 – орбитальная скорость КА на конечной круговой орбите, представляемая формулой

$$V_2 = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_J}{a_2}}. \quad (24)$$

Тогда изменение скорости КА в апоцентре есть

$$\Delta V_2 = V_2 - V_Q = V_2 \left(1 - \sqrt{\frac{2a_1}{(a_1 + a_2)}} \right). \quad (25)$$

Предположим, далее что КА движется со скоростью V и имеет массу m и за малый промежуток времени dt он выпускает топливо массы dm , в направлении, противоположном направлению движения КА. Запишем закон сохранения импульса для замкнутой системы "КА – порция выпущенного топлива", в проекциях на первоначальную скорость движения аппарата:

$$mV = (m - dm)(V + dV) + dm(V - u), \quad (26)$$

здесь u – скорость истечения топлива относительно КА (является постоянной величиной). Из (26) следует, что

$$dm u = m dV, \Rightarrow dV = u \frac{dm}{m}.$$

Проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -u \int_{m_1}^{m_2} \frac{dm'}{m'}, \Rightarrow V_2 - V_1 = u \cdot \ln \left(\frac{m_1}{m_2} \right), \quad (27)$$

здесь мы учли, что масса топлива dm равна приращению массы корабля $-dm'$; m_1, m_2 – начальная и конечная массы корабля, V_1, V_2 – начальная и конечная скорости корабля. Из (27) следует, что

$$\frac{m_2}{m_1} = e^{-\frac{\Delta V}{u}}, \text{ где } \Delta V = V_2 - V_1. \quad (28)$$

В случае полного исчерпания топлива: $m_2 = m_0, m_1 = M_{\text{tot}}$, тогда

$$\begin{aligned} \frac{m_2}{m_1} = e^{-\frac{\Delta V_1 + \Delta V_2}{u}} &\geq \frac{m_0}{M_{\text{tot}}}, \Rightarrow \Delta V_1 + \Delta V_2 \leq u \cdot \ln \left(\frac{M_{\text{tot}}}{m_0} \right), \\ V_1 \left(\sqrt{\frac{2a_2}{a_1 + a_2}} - 1 + \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \left(1 - \sqrt{\frac{2a_1}{a_1 + a_2}} \right) \right) &\leq u \cdot \ln \left(\frac{M_{\text{tot}}}{m_0} \right). \end{aligned}$$

Пусть $x = a_2/a_1$, тогда

$$V_1 \left(\sqrt{\frac{2x}{1+x}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x(1+x)}} \right) \leq u \cdot \ln \left(\frac{M_{\text{tot}}}{m_0} \right). \quad (29)$$

Пусть

$$f(x) = \left(\sqrt{\frac{2x}{1+x}} - 1 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \sqrt{\frac{2}{x(1+x)}} \right), \quad A = \left(\frac{u}{V_1} \right) \ln \left(\frac{M_{\text{tot}}}{m_0} \right). \quad (30)$$

Спутник	x	$f(x)$	A
Европа	1.591	0.204	0.484
Ганимед	2.538	0.354	
Каллисто	4.464	0.465	

Таблица 2: численные значения параметров x , A и функции $f(x)$, в случае трех галилеевых спутников.

Тогда, условие (29) можно переписать в виде:

$$f(x) \leq A. \quad (31)$$

Выполним количественный анализ параметров x , A и функции $f(x)$ в случае перелетов к Европе, Ганимеду и Каллисто. Численные значения представлены в таблице 1.

Очевидно, условие (31) выполняется в случае всех выше расположенных галилеевых спутников. Значит аппарат сможет изучить все спутники.

Ответ: КА сможет изучить все галилеевы спутники. (14 баллов).

Задача № 10. «Визуальные и фотографические наблюдения»

Дано:

$$F = 900 \text{ мм},$$

$$\Omega = 62^\circ,$$

$$s_1 \times s_2 = 1280 \times 960 \text{ п},$$

$$\ell_1 \times \ell_2 = 3.75 \times 3.75 \text{ мкм}.$$

Найти:

$$\Gamma, f - ?$$

Решение:

Если рассматриваемый объект выглядит на фотографии таким же как и в телескоп, то это означает, равенство угловых размеров визуального и фотографического образов объекта, и равенство угловых диаметров поля зрения телескопа и астрокамеры (см. рис. 4.а-б), т.е.

$$D''_{01} = D''_{02}, \quad D''_T = D''_c. \quad (32)$$

Вычислим угловой диаметр поля зрения телескопа. Для этого рассмотрим рис. 4.в). Здесь далекий объект AB наблюдается в телескоп (ради простоты, рефрактор). В фокальной плоскости объектива (Об) формируется его изображение A_1B_1 . Которое рассматривается в окуляр (Ок) под максимальным углом Ω . Из рисунка очевидно, что

$$A_1B_1 = f \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2} = F \operatorname{tg} \frac{D''_T}{2}, \Rightarrow \operatorname{tg} \frac{D''_T}{2} = \frac{f}{F} \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2}.$$

Здесь Ω – угловой диаметр поля зрения окуляра, D''_T – угловой диаметр поля зрения телескопа. F – фокусное расстояние объектива, f – фокусное расстояние окуляра. Поскольку угловое увеличение телескопа можно представить в виде:

$$\Gamma = \frac{F}{f}, \quad (33)$$

то угловой диаметр действительного поля зрения телескопа запишем так

$$D''_T = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{1}{\Gamma} \operatorname{tg} \frac{\Omega}{2} \right]. \quad (34)$$

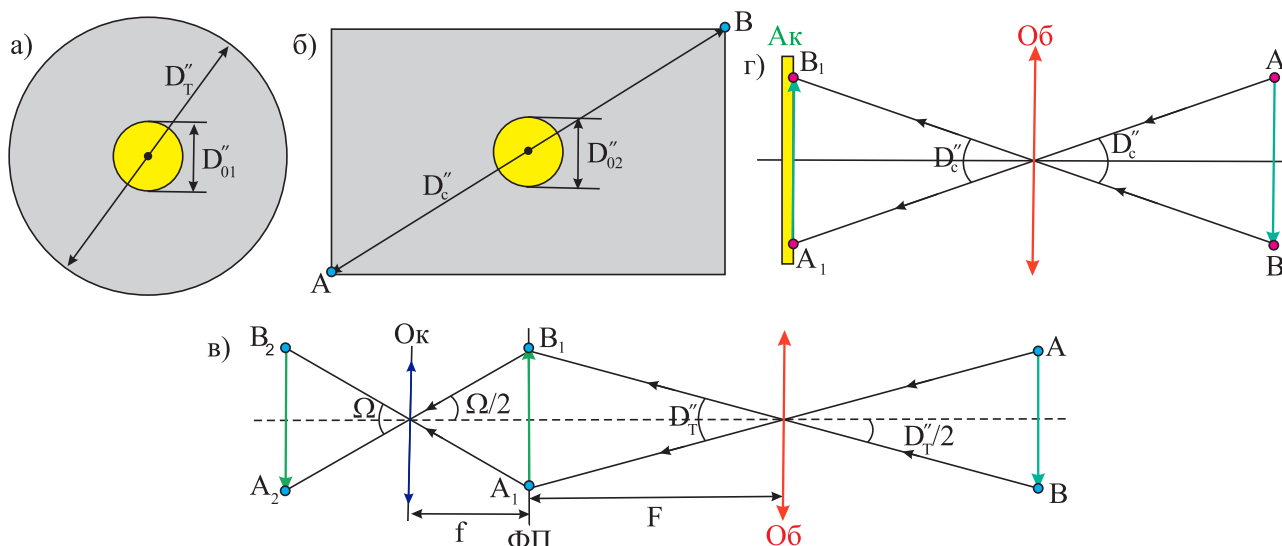


Рис. 4: к определению а) поля зрения телескопа и углового диаметра небесного тела, б) поля зрения камеры и углового диаметра небесного тела, в) хода лучей и формирования изображения в системе "Телескоп+астрокамера", г) связи углового диаметра поля зрения окуляра и телескопа.

Рассмотрим рис. 4.г). Здесь в фокальной плоскости объектива (Об) расположена астрокамера (Ак). **Угловой диаметр поля зрения камеры** – это угол, под которым видна диагональ ее прямоугольной матрицы из геометрического центра объектива, т.е

$$D_c'' = 2 \arctg \left[\frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2} \cdot \ell}{2F} \right], \text{ где } \ell = \ell_1 = \ell_2. \quad (35)$$

Из (32), (34) и (35) следует, что

$$2 \arctg \left[\frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2} \cdot \ell}{2F} \right] = 2 \arctg \left[\frac{1}{\Gamma} \tg \frac{\Omega}{2} \right], \Rightarrow \frac{1}{\Gamma} \tg \frac{\Omega}{2} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2} \cdot \ell}{2F}, \Rightarrow$$

$$\Gamma = \tg \frac{\Omega}{2} \cdot \frac{2F}{\ell \sqrt{s_1^2 + s_2^2}} = 180^\circ, \Rightarrow f = \frac{F}{\Gamma} = \frac{\ell \sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{2 \tg \frac{\Omega}{2}} = 5 \text{ мм}. \quad (36)$$

В последнем выражении фокусное расстояние окуляра определено согласно (33).

Ответ: к задаче представлен выражениями (36). (14 баллов).

Задача № 11. «Проблема космического мусора – угроза для МКС»

Дано:

$$\begin{aligned} N_1 &= 2.9 \cdot 10^4, \\ d_1 &\geq 10^{-1} \text{ м}, \\ N_2 &= 6.7 \cdot 10^5, \\ d_2 &\geq 10^{-2} \text{ м}, \\ N_3 &= 1.7 \cdot 10^7, \\ d_3 &\geq 10^{-3} \text{ м}, \end{aligned}$$

Решение:

Рассмотрим столкновение двух обломков, движущихся в околоземном пространстве со скоростями $\vec{V}_1$ и $\vec{V}_2$ соответственно. Обломки будем моделировать шарами с диаметрами D_1 и D_2 соответственно. Перейдем в систему отсчета, связанную с первым обломком, тогда второй обломок будет иметь скорость $\vec{V}_r = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$.

$$\begin{aligned} H &= 2000 \text{ км}, \\ S &= 100 \text{ м}^2, \\ h &= 415 \text{ км}. \end{aligned}$$

Найти:

$$\begin{aligned} \nu_{\{1,2,3\}} - ? \\ \nu'_{\{1,2,3\}}, N - ? \end{aligned}$$

Столкновение обломков произойдет, если линия, вдоль которой направлена $\vec{V}_r$ будет прокалывать площадку диаметром $D = D_1 + D_2$, центр которой совпадает с центром первого обломка-шара (см. рис. 5). Предположим, что концентрация обломков с диаметром D_2 (второго сорта) в околоземном пространстве постоянна и равна n_2 . Тогда количество столкновений обломка первого сорта (с диаметром D_1) с

обломками сорта 2 за время Δt есть

$$\Delta N_2 = n_2 \cdot V_{\text{ц}}, \quad \text{где} \quad (37)$$

$V_{\text{ц}}$ – объем цилиндра, ось которого проходит через центр обломка 1 и совпадает с направлением его скорости, а диаметр цилиндра равен D . Тогда его объем можно записать так

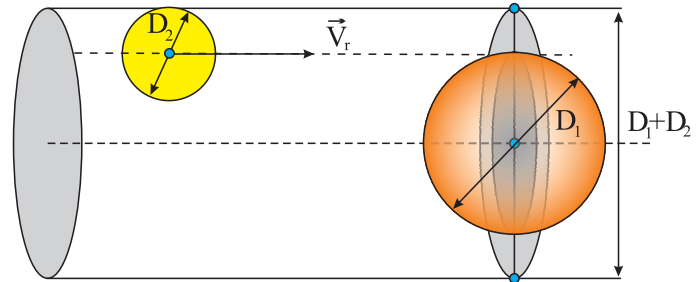


Рис. 5: к определению процесса столкновения обломков.

$$V_{\text{ц}} = \frac{\pi}{4} (D_1 + D_2)^2 \cdot V_r \cdot \Delta t. \quad (38)$$

Из (37) и (38) следует явное выражение для среднего значения частоты столкновения обломка сорта 1 с обломками сорта 2.

$$\bar{\nu} = \frac{\Delta N_2}{\Delta t} = \frac{\pi}{4} n_2 (D_1 + D_2)^2 V_r. \quad (39)$$

Определим концентрацию осколков сорта 2. Будем полагать, что они расположены равномерно внутри области околоземного пространства имеющей форму сферического слоя, центр которого совпадает с центром Земли, а радиусы равны соответственно.

$$\mathfrak{R}_{\min} = \mathfrak{R}_{\oplus} + h_{\min}, \quad \mathfrak{R}_{\max} = \mathfrak{R}_{\oplus} + H, \quad (40)$$

здесь $h_{\min}=180$ км – минимальная высота орбиты искусственного спутника Земли. Если полагать, что N_2 – это общее количество обломков сорта 2, то искомую концентрацию можно записать так

$$n_2 = \frac{N_2}{\frac{4\pi}{3}(\mathfrak{R}_{\max}^3 - \mathfrak{R}_{\min}^3)} = \frac{3 N_2}{4\pi((\mathfrak{R}_{\oplus} + H)^3 - (\mathfrak{R}_{\oplus} + h_{\min})^3)}. \quad (41)$$

В общем случае квадрат относительной скорости обломков можно записать так

$$V_r^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2 V_1 V_2 \cdot \cos \alpha. \quad (42)$$

Усредним полученный результат по возможным значениям и направлениям скоростей $V_1 V_2$:

$$\langle V_r^2 \rangle = \langle V_1^2 \rangle + \langle V_2^2 \rangle - 2\langle V_1 V_2 \cdot \cos \alpha \rangle. \quad (43)$$

В общем случае, данные осколки движутся в околоземном пространстве по эллиптическим орбитам, квадраты геоцентрических скоростей которых могут быть записаны как функции геоцентрического состояния r :

$$V_{1,2}^2 = G \mathfrak{M}_{\oplus} \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right). \quad (44)$$

Поскольку гелиоцентрическое расстояние меняется в пределах

$$a(1 - \varepsilon) \leq r \leq a(1 + \varepsilon), \quad (45)$$

то среднее геоцентрическое расстояние равно $\langle r \rangle = a$. Следовательно

$$\langle V_{1,2}^2 \rangle = G \mathfrak{M}_{\oplus} \left(\frac{2}{a_{1,2}} - \frac{1}{a_{1,2}} \right) = \frac{G \mathfrak{M}_{\oplus}}{a_{1,2}}. \quad (46)$$

Угол α между векторами V_1 и V_2 может изменяться в пределах

$$0 \leq \alpha \leq \pi, \Rightarrow -1 \leq \cos \alpha \leq 1,$$

то последнее слагаемое в (43), очевидно, будет равно нулю. Следовательно

$$\langle V_r^2 \rangle = G \mathfrak{M}_{\oplus} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right). \quad (47)$$

Далее, в качестве значения относительной скорости, будем принимать значение

$$V_r = \sqrt{\langle V_r^2 \rangle} = \sqrt{G \mathfrak{M}_{\oplus} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right)}. \quad (48)$$

Следовательно, частоту столкновений $\bar{\nu}$ окончательно можно записать так

$$\bar{\nu} = \frac{3}{16} \frac{N_2(D_1 + D_2)^2}{((\mathfrak{R}_{\oplus} + H)^3 - (\mathfrak{R}_{\oplus} + h_{\min})^3)} \sqrt{G \mathfrak{M}_{\oplus} \left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} \right)}. \quad (49)$$

Общее число столкновений всех частиц одного сорта 2 между собой за единицу времени можно записать как

$$K = \bar{\nu} \cdot \frac{N_2}{2} = \frac{3}{8} \frac{N_2^2 \cdot D_2^2}{((\mathfrak{R}_{\oplus} + H)^3 - (\mathfrak{R}_{\oplus} + h_{\min})^3)} \sqrt{G \mathfrak{M}_{\oplus} \frac{2}{\langle a_2 \rangle}}, \quad (50)$$

здесь $\langle a_2 \rangle$ – среднее значение большой полуоси эллипса обломка сорта 2. Учитывая, что

$$\mathfrak{R}_{\oplus} + h_{\min} \leq a_2 \leq \mathfrak{R}_{\oplus} + H, \quad (51)$$

Сорт частиц	N	$d_{\min}, \text{ м}$	$\bar{\nu}_{\text{МКС}}, \text{ с}^{-1}$	$\tau_1, \text{ год}$	$K, \text{ с}^{-1}$	$\tau_2, \text{ год}$
1	$2.9 \cdot 10^4$	10^{-1}	$1.92 \cdot 10^{-11}$	1647	$1.07 \cdot 10^{-10}$	296.8
2	$6.7 \cdot 10^4$	10^{-2}	$4.37 \cdot 10^{-10}$	72.6	$5.70 \cdot 10^{-10}$	55.6
3	$1.7 \cdot 10^7$	10^{-3}	$1.11 \cdot 10^{-8}$	2.87	$3.67 \cdot 10^{-9}$	8.64

Пояснение: $\nu_{\text{МКС}}$ – частота столкновения с МКС частиц i -ого сорта с минимальным диаметром, τ_1 – среднее время между столкновениями МКС с частицами i -ого сорта, K – частота столкновений частиц i -ого сорта между собой, τ_2 – среднее время между столкновениями частиц i -ого сорта. В качестве диаметра для МКС принималась величина $D_{\text{МКС}} = \sqrt{S} = 10 \text{ м}$.

Таблица 3: численные значения основных результатов работы.

то в качестве $\langle a_2 \rangle$ будем принимать решение

$$\langle a_2 \rangle = \mathfrak{R}_{\oplus} + \frac{1}{2}(H + h_{\min}). \quad (52)$$

Общее число столкновений всех частиц сорта 2 окончательно запишется так

$$K = \frac{3}{8} \frac{N_2^2 \cdot D_2^2}{((\mathfrak{R}_{\oplus} + H)^3 - (\mathfrak{R}_{\oplus} + h_{\min})^3)} \sqrt{\frac{2 G \mathfrak{M}_{\oplus}}{\mathfrak{R}_{\oplus} + \frac{1}{2}(H + h_{\min})}}. \quad (53)$$

Определим также промежутки времени, приходящиеся на одно столкновение рассматриваемых обломков

$$\tau_1 = \frac{1}{\bar{\nu}}, \quad \tau_2 = \frac{1}{K}. \quad (54)$$

Выполним численный анализ полученных результатов. В таблице 3 представлены численные значения искомых величин. Очевидно, что в случае малых частиц сорта 3 столкновение с МКС происходят 1 раз в 2.8 года. В то время как с крупными обломками сорта 1 одно столкновение происходит в 1647 лет. Между собой малые частицы сорта 3 сталкиваются 1 раз в 8.6 лет, а крупные – 1 раз в 297 лет.

Ответ: к задаче представлен в таблице 3. (14 баллов).

Задача № 12. «Вторжение в Солнечную систему Глизе 710»

Дано:

$$V_r = -14.468 \text{ км/с},$$

$$\pi = 52.5185 \cdot 10^{-3''},$$

$$\mu_{\{\alpha, \delta\}} =$$

$$\{-0.460, -0.028\} \times$$

$$10^{-3''}/\text{год},$$

$$m = 9.66^{\text{м}},$$

$$R_{SS} = 1.87 \text{ св. лет.}$$

Решение:

Рассмотрим рис. 6, соответствующий условию задачи. Пусть AB – это траектория движения звезды Глизе 710 в окрестности Солнца. Точка C – точка максимального сближения звезды с Солнцем S . Очевидно, что полный вектор скорости звезды можно представить в виде суммы двух векторов: радиальной – $\vec{v}_r$ и тангенциальной – $\vec{v}_\tau$ составляющих, причем

Т.о., в ближайшем положении звезда Глизе 710 будет видна невооруженным глазом и по блеску близка к Марсу в конфигурации великого противостояния. Определим момент времени пребывания звезды в точке C :

$$t_0 = \frac{CB'}{v} = \frac{\sqrt{r^2 - r_{\min}^2}}{v} = 4.061 \cdot 10^{13} \text{ с} = 1.287 \text{ млн. лет.} \quad (63)$$

Время пребывания в Солнечной системе есть

$$\Delta t = \frac{A'B'}{v} = \frac{2\sqrt{R_{ss}^2 - r_{\min}^2}}{v} = 1.218 \cdot 10^{12} \text{ с} = 38587 \text{ лет.}$$

Следовательно, звезда Глизе 710 покинет Солнечную систему через

$$\Delta t_{\ell} = t_0 + \frac{\Delta t}{2} = 1.307 \text{ млн. лет.} \quad (64)$$

Если звезда вызвала возмущение в кометном облаке Оорта, то часть кометных ядер может быть отброшена в сторону Солнца. Поскольку, скорости ядер много меньше скорости звезды, то первыми прилетят кометы, отброшенные в сторону Солнца в точке C . При движении к Солнцу по сильно вытянутой эллиптической орбите большая полуось последней будет $a_c = r_{\min}/2$, тогда по третьему закону Кеплера

$$\left(\frac{a_c}{a_{\oplus}}\right)^3 = \left(\frac{T_c}{T_{\oplus}}\right)^2, \Rightarrow T_c = T_{\oplus} \left(\frac{a_c}{a_{\oplus}}\right)^{3/2},$$

а время движения к Солнцу (оставшееся время до кометного ливня) есть

$$t_f = \frac{T_c}{2} = \frac{1}{2} T_{\oplus} \left(\frac{r_{\min}}{2 a_{\oplus}}\right)^{3/2} = 2.12 \cdot 10^5 \text{ лет.} \quad (65)$$

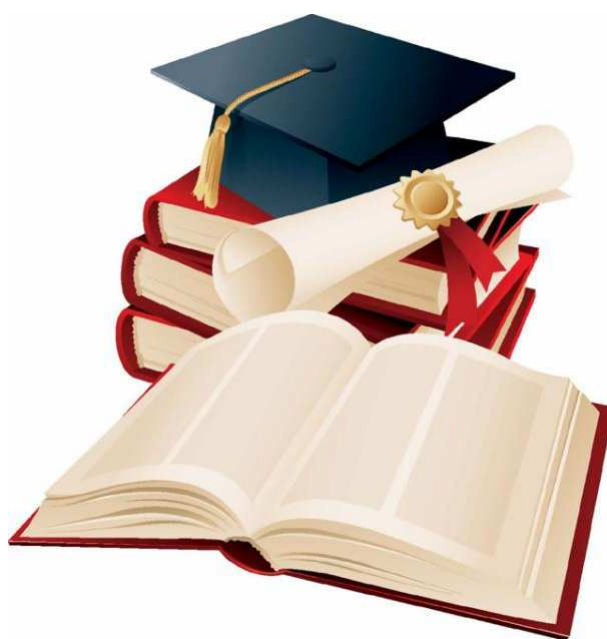
Среднее время между подобными тесными сближениями Солнечной системы с другими звездами можно оценить по формулам (39), (54) предыдущей задачи:

$$\bar{\tau}_* = \frac{1}{\bar{\nu}}, \quad \bar{\nu} = \pi n_* r_{\min}^2 V_r. \quad (66)$$

Согласно замечанию к решению задачи № 5 настоящего релиза концентрация звезд в окрестности Солнца составляет $n_* = 0.13$ звезд/пк³. При этом средняя относительная скорость этих звезд составляет $\bar{V}_r = 20$ км/с. В итоге, одно такое тесное сближение звезды с Солнечной системой происходит 1 раз в $\bar{\tau}_* = 40$ млн. лет.

Ответ: к задаче представлен выражениями (55)-(66); будет видна невооруженным глазом, $\bar{\tau}_* = 40$ млн. лет. (\$_{\max} = 15\$ баллов).

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре)
на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете)
на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

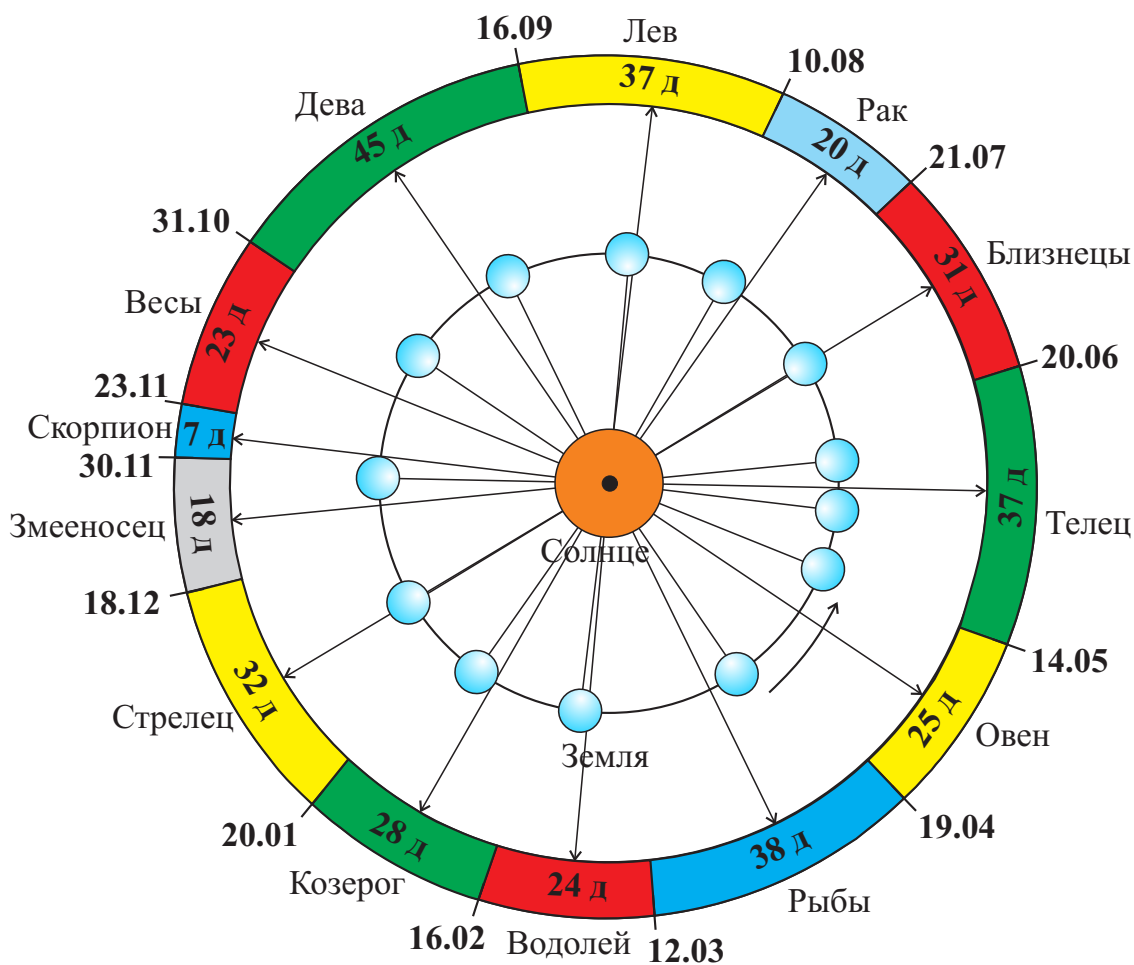


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

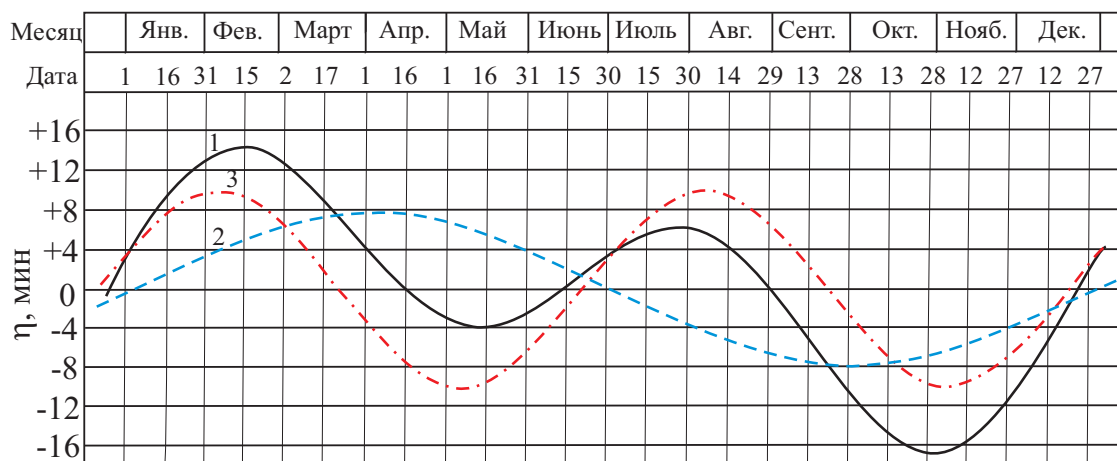


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последо- вательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	– 2.70	F5	– 0.04	– 0.08	– 0.12
B5	– 1.58	F8	– 0.05	– 0.17	– 0.28
A0	– 0.72	G0	– 0.06	– 0.25	– 0.42
A5	– 0.31	G2	– 0.07	– 0.31	– 0.52
F0	– 0.09	G5	– 0.10	– 0.39	– 0.65
F2	– 0.04	G8	– 0.10	– 0.47	– 0.80
		K0	– 0.11	– 0.54	– 0.93
		K2	– 0.15	– 0.72	– 1.20
		K3	– 0.31	– 0.89	– 1.35
		K4	– 0.55	– 1.11	– 1.56
		K5	– 0.85	– 1.35	– 1.86
		M0	– 1.43	– 1.55	– 2.2
		M1	– 1.70	– 1.72	– 2.6
		M2	– 2.03	– 1.95	– 3.0
		M3	– 2.35	– 2.26	– 3.6
		M4	– 2.7	– 2.72	– 3.8
		M5	– 3.1	– 3.4	– 4.0

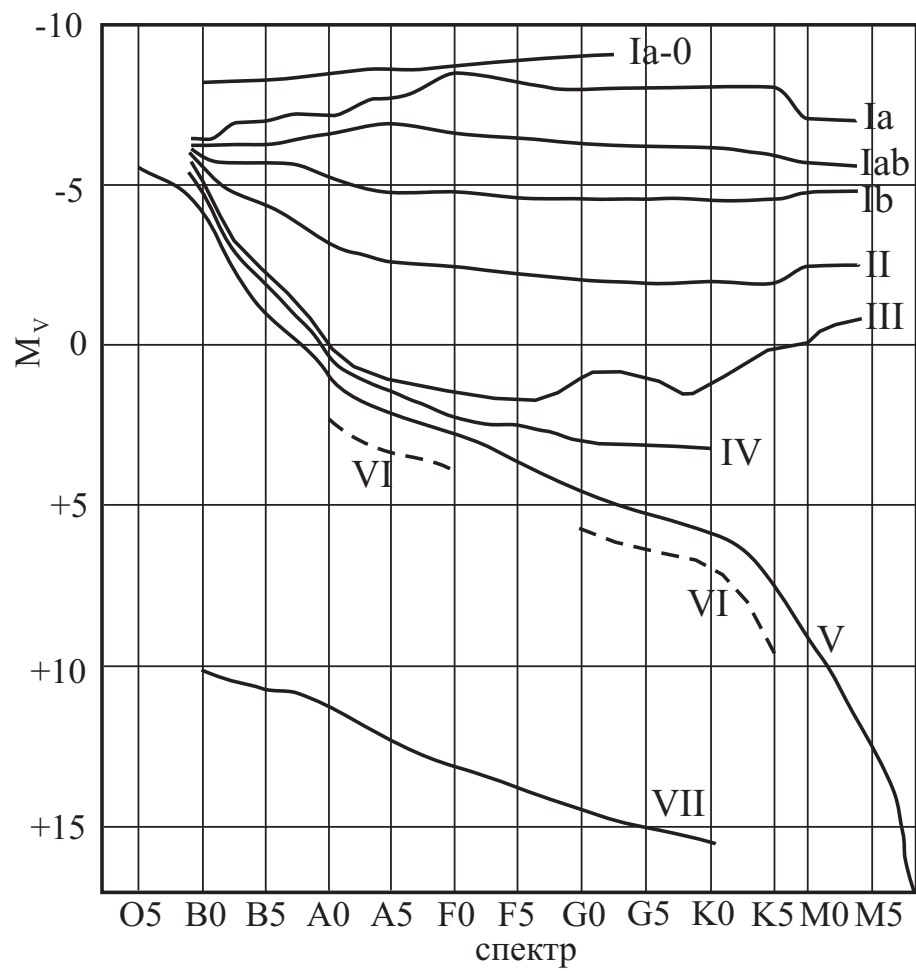


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	(H)												
2	Li	Be	B	C	N	O	F	Ne					
3	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ar					
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe					
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru					
6	Cs	Ba	La*	Hf	Ta	W	Re	Os					
7	Fr	Ra	Ac**	Rf	Db	Sg	Bh	Hs					
8													
9													
10													
11													
12													
13													
14													
15													
16													
17													
18													
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													
36													
37													
38													
39													
40													
41													
42													
43													
44													
45													
46													
47													
48													
49													
50													
51													
52													
53													
54													
55													
56													
57													
58													
59													
60													
61													
62													
63													
64													
65													
66													
67													
68													
69													
70													
71													
72													
73													
74													
75													
76													
77													
78													
79													
80													
81													
82													
83													
84													
85													
86													
87													
88													
89													
90													
91													
92													
93													
94													
95													
96													
97													
98													
99													
100													
101													
102													
103													
104													
105													
106													
107													
108													
109													
110													
111													
112													
113													
114													
115													
116													
117													
118													

Рис. А.4. Таблица Менделеева.