

САМАРСКИЙ ДВОРЕЦ ДЕТСКОГО И ЮНОШЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА  
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

---

---

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ  
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ  
ЗАОЧНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ  
**SAMRAS-2019**  
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ.  
ТУР № 1

---

---



Самара, 2019 г.

## *Дорогие Друзья!*

Вашему вниманию в данном релизе представлены 18 оригинальных задач трех уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В) и «Профи» (уровень С). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 8-9 классов к решению задач заключительного этапа Олимпиады.*

**При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!**

**Ссылка:** «Условия и решения конкурсных задач заочной олимпиады по астрономии SAMRAS-2019 среди обучающихся 8-9 классов. Тур № 1». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/solutions>

**Автор задач** – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СДДЮТ, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

**Верстка в системе  $\text{\LaTeX}$**  – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

### **Памятка участника SamRAS-2019**

**1. Официальный сайт Астрошколы:**

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

**2. Официальная группа в VK:**

<http://vk.com/samrasolimp>

**3. Сроки подачи работ SamRAS-2019 тура № 1 на проверку:**

**15.10.2018-15.01.2019!!!**

**4. Электронный ящик SamRAS-2019:**

[samrasolimp@mail.ru](mailto:samrasolimp@mail.ru)

**5. Руководство зарегистрированного участника заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2019:**

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

[https://vk.com/doc-57032141\\_451699934](https://vk.com/doc-57032141_451699934)

---

---

# УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

---

---



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника заочной олимпиады SamRAS-2019, внимательно ознакомьтесь с «**Руководством зарегистрированного участника заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2019**»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника**.

## Уровень «Новичок» (уровень А)

### Задача № 1. «Две лишние звезды»

На рис. 1 представлен очень известный астеризм из 7 звезд созвездия, которое можно наблюдать с территории Самарской области круглый год. Согласно многочисленным исследованиям ученых, пять из указанных звезд когда-то образовывали единое рассеянное звездное скопление. Назовите эти звезды и укажите на копии данной фотографии. Какие наблюдательные факты на это указывают? Назовите две оставшиеся звезды астеризма. Укажите их также на копии фотографии. (3 балла).



Рис. 1: один из самых известных астеризмов.

### Задача № 2. «Небесный меридиан и его положение»

В каких точках поверхности Земли определение положения наблюдателем небесного меридиана становится бессмысленным? Чему равны географические координаты этих точек? Чему равна в этих точках высота полюса мира? (3 балла).

**Задача № 3. «Две шкалы солнечного времени»**

В какие дни года можно измерять истинное солнечное время по часам, идущим по местному солнечному времени? В какие дни года погрешность определения истинного солнечного времени будет по данным часам максимальной? Какая главная причина этой погрешности? (3 балла).

**Задача № 4. «Массовые доли самых распространенных элементов Вселенной»**

Как известно, во Вселенной на каждый 10 атомов водорода приходится 1 атом гелия. Определите массовые доли этих элементов во Вселенной и выразите их в процентах. Вкладом прочих элементов пренебречь. (4 балла).

**Задача № 5. «Интегральная звездная величина звезд астеризма»**

Фотометрические исследования звезд астеризма, представленного на рис. 1, показали что среднее значение освещенности<sup>1</sup>, создаваемой каждой из этих звезд у поверхности Земли соответствует значению блеска  $+2.1^m$ . Определите звездную величину, соответствующую освещенности, создаваемой всеми звездами этого астеризма. Чему равна данная освещенность в Вт/м<sup>2</sup>. (4 балла).

**Задача № 6. «Точность двух солнечных календарей»**

Определите погрешность, которая набегает за один год в летоисчислении по а) Юлианскому, б) Григорианскому календарю. Определите количества лет, за которые набегает погрешность в одни сутки в указанных календарях. Во сколько раз погрешность Юлианского календаря больше Григорианского? (5 баллов).

**Уровень «Знатоки» (уровень В)****Задача № 7. «Определение гелиографической широты солнечного пятна»**

На рис. 2 представлена серия фотографий Солнца, полученных с интервалом в одни солнечные сутки. На фотографии видно фотосферное пятно. Определите его гелиографическую широту. (6 баллов).

**Задача № 8. «Период вращения пятна»**

С использованием данных предыдущей задачи, определите период осевого вращения солнечного пятна (см. рис. 2). Сравните полученный результат с сидерическим периодом вращения Солнца вокруг своей оси на экваторе. Что Вы можете сказать о характере осевого вращения Солнца? (7 баллов).

<sup>1</sup>Здесь усреднение освещенности выполнено по всем звездам астеризма.

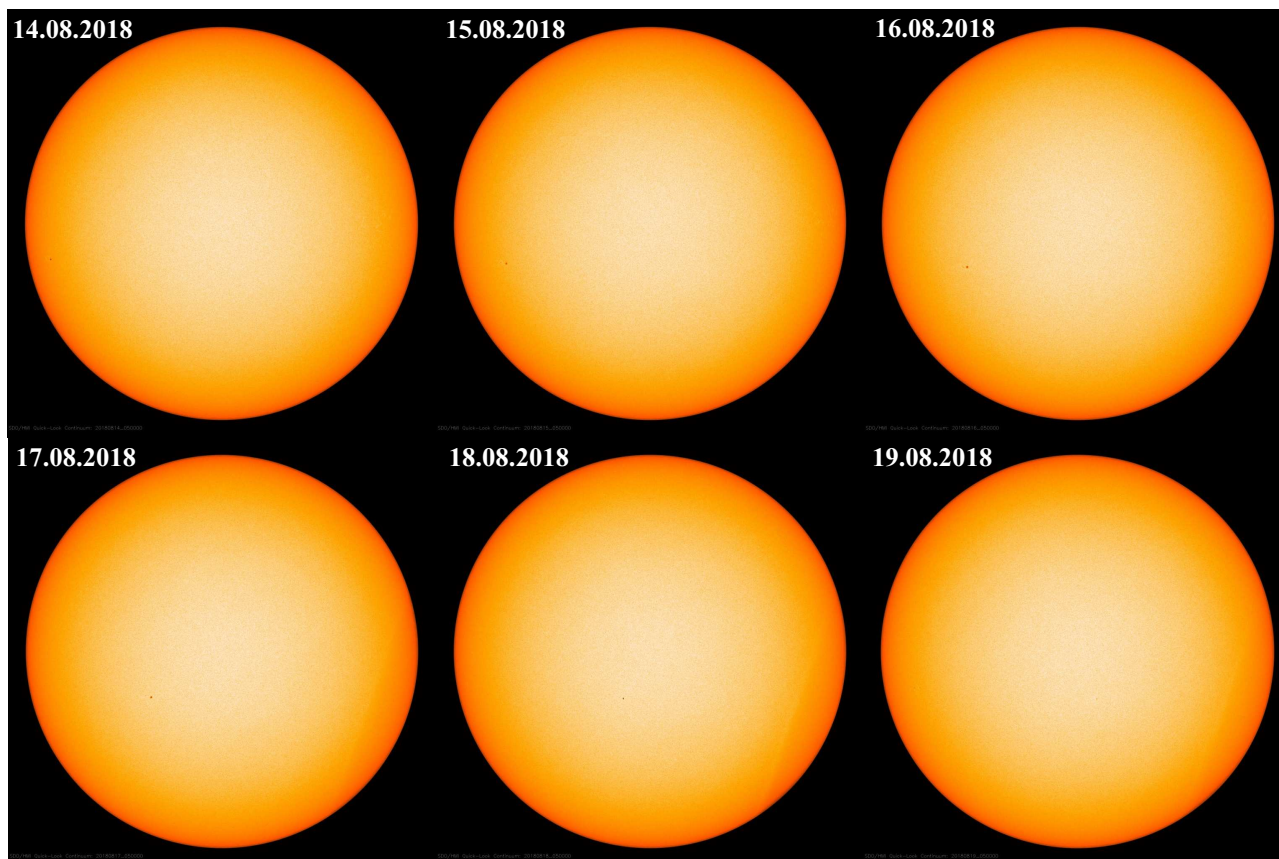


Рис. 2: серия фотографий Солнца, полученных с периодом в 1 солнечные сутки.

**Задача № 9. «Расстояние до звезд рассеянного экс-скопления»**

Оцените расстояние до звезд астеризма (представленного на рис. 1), которые в прошлом образовывали рассеянное звездное скопление. Известно, что пять звезд экс-скопления имеют типично белый цвет и при этом относятся к самым ярким звездам главной последовательности. (8 баллов).

**Задача № 10. «Зависимость силы притяжения от расстояния между телами»**

Еще до открытия И. Ньютоном своего закона всемирного тяготения, некоторые его современники (например, Роберт Гук) уже догадывались, что сила притяжения двух точечных массивных тел должна быть обратно пропорциональна квадрату расстояния ( $r$ ) между этими телами:

$$F_{\text{пр}} \sim \frac{1}{r^2}. \quad (1)$$

Гук первым смог обосновать строго математически зависимость (1), с использованием лишь основных результатов кинематики и третьего закона Кеплера, известных уже в то время (и известных Вам). Докажите (подобно Р. Гуку), что сила притяжения должна удовлетворять зависимости (1). (8 баллов).

**Задача № 11. «Невидимость Земли с орбиты верхней планеты»**

С орбиты какой верхней планеты Земля уже не будет доступна в наблюдениях невооруженным глазом, если она будет наблюдаться в наибольшей элонгации? Альбедо Земли принять равным 0.36. (9 баллов).

**Задача № 12. «"Гоблин" и его орбита»**

В октябре 2018 года американские ученые заявили об открытии одного из самых далеких транснептуновых объектов, неофициально названного «Гоблином». К сожалению, период его орбитального движения был получен по данным эксперимента с большой ошибкой и составляет  $T = 34081 \pm 8644$  лет. Определите, с учетом ошибки, среднее, минимальное и максимальное допустимые значения а) большой полуоси его орбиты; б) расстояний до афелия и перигелия его орбиты; в) его гелиоцентрической скорости в афелии и перигелии. Эксцентриситет орбиты Гоблина определен значением  $\varepsilon = 0.938 \pm 0.011$ . (10 баллов).

**Уровень «Профи» (уровень С)****Задача № 13. «Геометрическое альbedo Гоблина»**

С использованием данных и результатов решения предыдущей задачи, определите геометрическое альbedo Гоблина, если на начало октября 2018 года объект находился на расстоянии 80 а.е. от Солнца, его диаметр составлял  $D_G = 300$  км, а видимая звездная величина –  $m_V = +23.73^m$ . Вычислите также видимую звездную величину Солнца для гипотетического наблюдателя, находящегося на поверхности данного небесного тела в случае, когда небесное тело находится в своем а) перигелии, б) афелии. (11 баллов).

**Задача № 14. «Температура поверхности Гоблина в его афелии и перигелии»**

Опираясь на данные и результаты решений задач №12, 13 настоящего релиза, определите среднюю температуру поверхности Гоблина, в его перигелии и афелии, полагая что сферическое альbedo транснептунового объекта равно его геометрическому альbedo. Следует полагать, что поверхность Гоблина есть серое тело с коэффициентом черноты  $\varepsilon = 0.8$ . Определите также время распространения солнечного света от источника до данного тела, находящегося в данных точках. (12 баллов).

**Задача № 15. «Площадь сферического двуугольника»**

Как известно, **сферическим двуугольником** на поверхности сферы называется геометрическая фигура, состоящая из двух диаметрально противоположных точек (концов диаметра, называемых его *вершинами*) сферы и двух больших полуокружностей (называемых *сторонами*), соединяющих эти точки. Величины углов данной фигуры равны. Получите формулу для площади сферического двуугольника. (13 баллов).

**Задача № 16. «Эклиптическая широта Юпитера для земного наблюдателя»**

Как известно, Юпитер движется вокруг Солнца по почти круговой орбите,

большая полуось которой составляет  $a_J = 5.204$  а.е. и наклонение к плоскости эклиптики –  $i_J = 1.30^\circ$ . Определите минимальное и максимальное значения эклиптической широты, которые могут быть у Юпитера? Определите площадь двугольника, заключенного между плоскостями орбиты планеты и эклиптики. (13 баллов).

**Задача № 17. «Видимость Юпитера и продолжительность его восхода (захода)»**

С использованием данных предыдущей задачи, определите минимальное и максимальное время восхода (захода) Юпитера (находящегося вблизи своего противостояния) из-за (за) горизонт(а) для наблюдателя, находящегося на северном географическом полюсе. Оцените соответствующие продолжительности интервалов времени, в течение которого планета будет пребывать над горизонтом? Под горизонтом? В каких созвездиях будет при этом находиться Юпитер? (14 баллов).

**Задача № 18. «Колонизация Меркурия»**

Одна из важных задач далекого будущего человечества – это колонизация Меркурия. Изобилие полезных ископаемых, близость к Солнцу, меньшая гравитация чем у Земли – это лишь несколько важных причин для его покорения. Однако, из-за отсутствия атмосферы, его близости к Солнцу, чтобы спасти колонию от мощной электромагнитной и корпускулярной солнечной радиации ее необходимо будет разместить на большой глубине в меркурианской коре. Для обеспечения передвижения в коре можно создать большой кольцевой туннель, охватывающий планету, и расположенный в экваториальной плоскости. В этом туннеле можно запускать грузовые капсулы, которые за счет гравитации планеты смогут сами перемещаться подобно искусственным спутникам. Моделируя Меркурий однородным шаром, вычислите

1. Ускорение свободного падения в теле планеты, как функцию глубины ( $h$ ) погружения капсулы относительно поверхности планеты;
2. Первую космическую скорость для грузовой капсулы, как функцию  $h$ ;
3. Период обращения капсулы по туннелю, как функцию  $h$ ;
4. Потенциальную энергию грузовой капсулы в теле планеты, как функцию  $h$ , если полагать, что последняя стремится к нулю, при удалении от планеты на бесконечность;
5. Вторую космическую скорость для капсулы, стартующей на вылет из туннеля на глубине  $h$ ;
6. Радиус орбиты искусственного спутника связи Меркурия, движущегося в экваториальной плоскости и расположенного все время над движущейся капсулой в туннеле, на глубине  $h$  (15 баллов).

---

---

# РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

---

---



## Уровень «Новичок» (уровень А)

### Задача № 1. «Две лишние звезды»

**Решение.** Очевидно, на рисунке представлен астеризм Большой ковш в созвездии Большая Медведица. Данный астеризм составляют 7 следующих звезд: Бенетнаш, Мицар, Алиот, Мегрец Фекда, Мерак, Дубхе. Пять из указанных звезд (Мицар, Алиот, Мегрец, Фекда, Мерак) в прошлом образовывали рассеянное скопление. Но это указывает сходство величин и направлений их собственных движений. Кроме того, на их общее прошлое указывает сходство их спектральных классов и классов светимости. Оставшиеся две звезды астеризма – Бенетнаш и Дубхе имеют иные значения и направления собственных движений и потому не могут принадлежать данному скоплению. Упомянутые звезды указаны на рис. 3.а), а их собственные движения – на рис. 3.б). (3 балла).

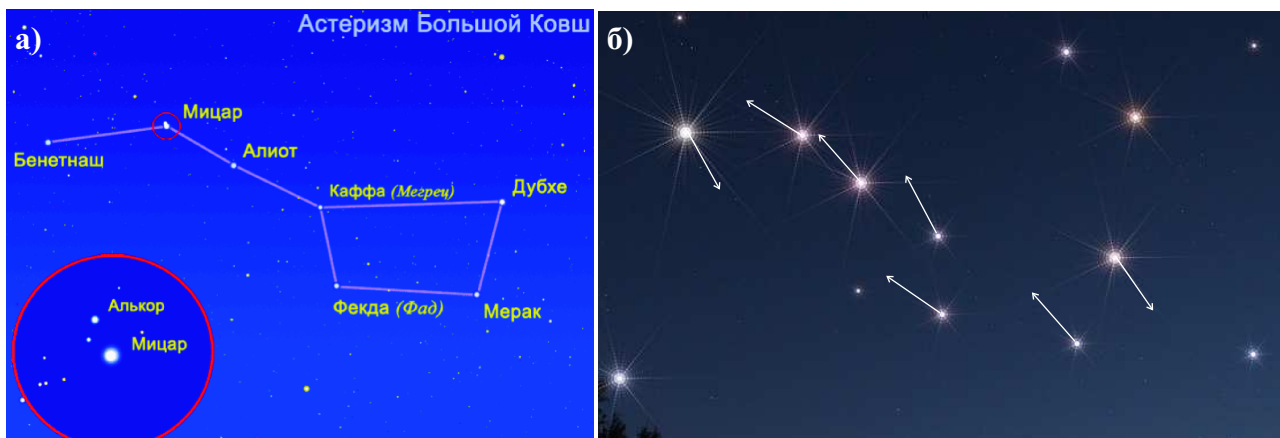


Рис. 3: к определению положения звезд астеризма "Большой ковш" и их собственных движений.

### Задача № 2. «Небесный меридиан и его положение»

**Решение:** как известно, *небесным меридианом* называется большой круг небесной сферы, проходящий через полюса мира и зенит наблюдателя. В общем случае зенит не совпадает с полюсами мира, поэтому положение небесного меридиана определяется однозначно. Однако, если зенит совпадает с одним из полюсов мира, то через 2 диаметрально противоположные точки (полюса мира) можно провести бесконечно большое количество кругов. Следовательно, в данном случае, определение положения наблюдателем небесного меридиана становится бессмысленным. Совпадение зенита с одним из полюсов мира достигается лишь на одном из географических полюсов (т.е. широта этих точек  $\varphi = \pm 90^\circ$ , долгота этих точек не определена). Очевидно, что высота видимого полюса мира равна модулю широты места наблюдений, т.е.  $h = |\varphi| = 90^\circ$ .

**Ответ:** на географических полюсах,  $\varphi = \pm 90^\circ$ ,  $\lambda$  не определена,  $h = 90^\circ$ . (3 балла).

**Задача № 3. «Две шкалы солнечного времени»**

**Решение.** Как известно, аналитическая связь между средним солнечным ( $T_m$ ) и истинным солнечным ( $T_\odot$ ) временем достигается посредством *уравнения времени* ( $\eta$ ):

$$\eta = T_m - T_\odot. \quad (2)$$

Согласно рис. А.2 приложение А, § А.9 параметр  $\eta$  достигает нулевого значения 14 апреля, 14 июня, 2 сентября, 24 декабря. Следовательно, именно в указанные даты достигается равенство времен, тогда можно определить время  $T_\odot$  по часам, показывающим время  $T_m$ .

Очевидно, погрешность определения времени  $T_\odot$  по средним солнечным часам будет максимальна, когда  $\eta$  принимает максимальное или минимальное значения.

Согласно рис. А.2  $\eta$  достигает максимальных значений 12 февраля ( $\eta_{1\max} = +14.3$  мин), 27 июля ( $\eta_{2\max} = +6.4$  мин), минимальных значений: 15 мая ( $\eta_{1\min} = -3.8$  мин) и 4 ноября ( $\eta_{2\min} = -16.4$  мин). Основная причина данной погрешности – это неравномерность шкалы истинного солнечного времени, что, в свою очередь, обусловлено *неравномерным движением Земли по эллиптической орбите и эффектом сферической поверхности*. Солнце движется по эклиптике, которая составляет с небесным экватором угол  $\varepsilon = 23^\circ 26'$ , что приводит к неравномерному изменению часового угла истинного Солнца, а следовательно, к неравномерному течению истинного времени  $T_\odot$ .

**Ответ:** истинное солнечное время можно определять по часам среднего солнечного времени: 14.04, 14.06, 02.09, 24.12; погрешность истинного солнечного времени по данным часам будет максимальной: 12.02, 15.05, 27.07, 4.11; причина – неравномерность истинного солнечного времени. (3 балла).

**Задача № 4. «Массовые доли самых распространенных элементов Вселенной»**

**Решение.** Согласно определению, *массовой долей* какого-либо вещества в смеси называется скалярная физическая величина, равная отношению массы ( $m_i$ ) данного вещества к массе всей смеси ( $m_{\text{tot}}$ ):

$$\chi_i = \frac{m_i}{m_{\text{tot}}}. \quad (3)$$

Массу смеси веществ можно представить в виде суммы

$$m_{\text{tot}} = m_H + m_{He} = \nu_H M_H + \nu_{He} M_{He},$$

поскольку

$$\eta = \frac{\nu_H}{\nu_{He}} = \frac{N_H}{N_{He}} = 10,$$

то

$$\chi_H = \frac{m_H}{m_H + m_{He}} = \frac{\nu_H M_H}{\nu_H M_H + \nu_{He} M_{He}} = \frac{M_H}{M_H + M_{He}/\eta}, \quad (4)$$

$$\chi_{He} = \frac{\nu_{He} M_{He}}{\nu_H M_H + \nu_{He} M_{He}} = \frac{M_{He}/\eta}{M_H + M_{He}/\eta}, \quad (5)$$

в выражениях (4), (4)-(5)  $M_H = 10^{-3}$  кг/моль,  $M_{He} = 4 \cdot 10^{-3}$  кг/моль – молярные массы водорода и гелия соответственно. Численный расчет  $\chi_H$ ,  $\chi_{He}$  данных величин дает значения  $\chi_H = 0.714$ ,  $\chi_{He} = 0.286$ .

**Ответ:** представляется выражениями (4) и (5);  $\chi_H = 0.714$ ,  $\chi_{He} = 0.286$ . (4 балла).

### Задача № 5. «Интегральная звездная величина звезд астеризма»

|                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><u>Дано:</u><br/><math>\bar{m} = +2.1^m</math>.</p> <p><u>Найти:</u><br/><math>m_{\text{tot}}, E_{\text{tot}} - ?</math></p> | <p><u>Решение:</u></p> <p>На рисунке 1 представлен Большой ковш созвездия Большая медведица, содержащий <math>N = 7</math> звезд. Пусть <math>\bar{E}</math> – средняя освещенность, создаваемая одной из звезд данного астеризма, тогда полная освещенность, создаваемая всеми (семью) звездами астеризма, есть <math>E_{\text{tot}} = N \cdot \bar{E}</math>. Воспользуемся формулой Погсона:</p> |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

$$m_{\text{tot}} - \bar{m} = -2.5 \lg \frac{E_{\text{tot}}}{\bar{E}}, \Rightarrow m_{\text{tot}} = \bar{m} - 2.5 \lg N = 0.0^m. \quad (6)$$

Поскольку данному блеску соответствует освещенность  $E_{\text{tot}} = 2.48 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup> (согласно справочным данным), то последнее значение и есть ответ к задаче.

**Ответ:**  $m_{\text{tot}} = 0.0^m$ ;  $E_{\text{tot}} = 2.48 \cdot 10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>. (4 балла).

### Задача № 6. «Точность двух солнечных календарей»

**Решение.** Как известно, при составлении какого-либо солнечного календаря, к нему выдвигаются два основных требования:

1. В календарном году должно содержаться целое число суток.
2. Средняя продолжительность календарного года должна быть как можно ближе к средней продолжительности *тропического года* – промежутка времени, между двумя последовательными прохождением Солнцем точки весеннего равноденствия ( $T_{\text{тр}} = 365.24219$  сут).

В Юлианском календаре каждый четвертый год является високосным и содержит 366 суток, остальные года являются обычными и содержат 365 суток. Календарный цикл равен 4 годам. Тогда средняя продолжительность календарного года есть

$$\bar{T}_{\text{ю}} = \frac{365 \cdot 3 + 366}{4} = 365.25 \text{ сут}. \quad (7)$$

Погрешность которая набегает за один год в летоисчислении данного календаря есть

$$\Delta T_{\text{ю}} = |T_{\text{ю}} - T_{\text{тр}}| = 7.81 \cdot 10^{-3} \text{ сут/год}. \quad (8)$$

Следовательно, количество лет, за которые набегают в данном календаре погрешность в одни сутки, есть

$$\xi_{\text{ю}} = \frac{1}{\Delta T_{\text{ю}}} = 128.0 \text{ лет.} \quad (9)$$

В случае Григорианского календаря високосным считается каждый четвертый год, за исключением тех круглых дат (например, 1700, 1800, 1900, 2100 год), в которых количество столетий нацело не делится на "4". При этом данный календарь имеет четырехсотлетний цикл, в котором 303 обычных лет и 97 високосных. Следовательно, средняя продолжительность года в Григорианском календаре составляет

$$T_{\text{Г}} = \frac{303 \cdot 365 + 97 \cdot 366}{400} = 365.2425 \text{ сут.} \quad (10)$$

Соответствующая погрешность, набегающая за один год, есть

$$\Delta T_{\text{Г}} = |T_{\text{Г}} - T_{\text{тр}}| = 3.1 \cdot 10^{-4} \text{ сут/год.} \quad (11)$$

При этом соответствующее количество лет

$$\xi_{\text{Г}} = \frac{1}{\Delta T_{\text{Г}}} = 3225.8 \text{ лет.} \quad (12)$$

Очевидно, что Юлианский календарь обладает большей погрешностью, причем

$$N = \frac{\Delta T_{\text{ю}}}{\Delta T_{\text{Г}}} = 25.2. \quad (13)$$

Т.е. погрешность Юлианского календаря в  $N=25.2$  раза больше Григорианского.

**Ответ:** к задаче представлен результатами (8) - (9), (11) - (13). (5 баллов).

## Уровень «Знаток» (уровень В)

**Задача № 7.** «Определение гелиографической широты солнечного пятна»

**Решение:** Рассмотрим рис. 4.а), поясняющий ситуацию, описываемую в условиях задачи. Здесь  $FCAG$  – экватор Солнца, т.  $S$  – точка положения центра пятна,  $ESBD$  – его солнечная параллель,  $CS$  – дуга солнечного меридиана ( $\varphi, \lambda$ ) – широта и долгота пятна  $S$ .

На каждом образе Солнца рис. 2 следует построить систему координат  $OXY$ , подобную системе рис. 4.а). Далее следует определить координаты

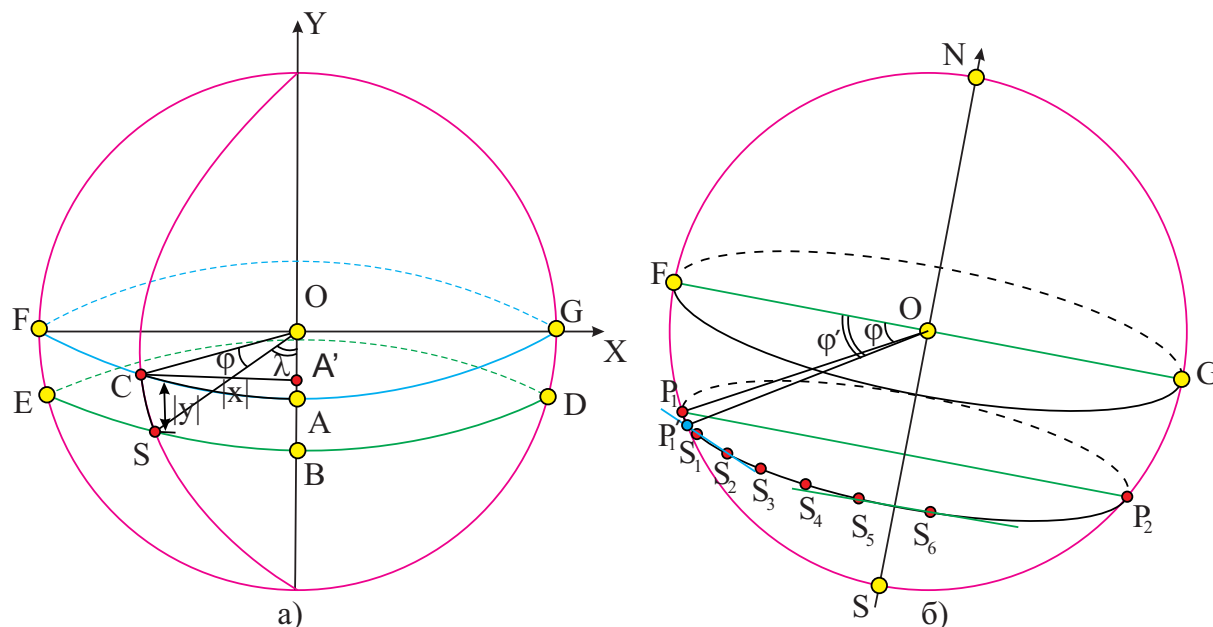


Рис. 4: к определению искомой величины.

$\{x_i, y_i\}$  пятна на каждом рисунке и по ним выставить все положения пятна на первом образе Солнца (от 14.08.2018). В результате получится образ, подобный изображенному на рис. 4.б).

Заметим, что положения пятна  $S_5, S_6$  лежат по разные стороны от линии  $NS$ , между этими точками пятно движется, фактически параллельно солнечному экватору. Следовательно, проводя через данные две точки прямую  $S_5S_6$  и затем, строя ей параллельную прямую через центр видимого диска, можно найти положение экваториального диаметра  $FG$  Солнца.

Если можно было бы наблюдать положение пятна в точке  $P_1$  или  $P_2$ , то можно было непосредственно определить гелиографическую широту пятна. Однако, такого положения на снимках не представлено. Заметим, что положения  $S_1$  и  $S_2$  весьма близки к лимбу видимого диска Солнца. Проведем через эти точки прямую  $S_1S_2$ , она пересечет его в точке  $P'_1$  (последняя весьма близка к истинному положению пятна  $P_1$  на горизонте). Проводя непосредственно измерения транспортиром или выполняя дополнительные построения и вычисляя угол  $\angle P'_1FO = \varphi' \approx \varphi$ , получаем значение  $\varphi \approx 12^\circ$  ю.ш.

**Ответ:**  $\varphi \approx 12^\circ$  ю.ш. (6 баллов).

### Задача № 8. «Период вращения пятна»

**Решение:** Для определения периода обращения пятна вокруг своей оси, определим расстояние  $\Delta x$  между двумя положениями  $S_5$  и  $S_6$  пятна (см. рис. 4.б). Поскольку последние лежат вблизи центрального гелиографического меридиана (оси вращения  $NS$ ), то расстояние между этими положениями вдоль гелиопараллели, фактически, равно расстоянию  $S_5S_6$ , которое можно измерить в картинной плоскости линейкой (в нашем случае  $\Delta x \approx 5.5$  мм, но Ваше значение может отличаться от указанного, при использовании фотографий Солнца в ином масштабе).

Учитывая, что эти фотографии были получены с движущейся Земли (причем в том же направлении, что и Солнце), то можно определить синодический период ( $S_s$ ) вращения пятна:

$$\frac{\Delta x}{t_0} = \frac{L}{S_s}, \Rightarrow S_s = \frac{L}{\Delta x} t_0 = \frac{\pi D_{\odot} \cos \varphi}{\Delta x} t_0 = 27.9 \text{ сут}, \quad (14)$$

здесь  $L = \pi D_{\odot} \cos \varphi$  – длина гелиопараллели пятна,  $D_{\odot}$  – видимый диаметр диска Солнца (в наших измерениях  $D_{\odot} = 50$  мм). Далее воспользуемся уравнением для синодического периода:

$$\frac{1}{S_s} = \frac{1}{T_s} - \frac{1}{T_{\oplus}}, \Rightarrow T_s = \frac{S_s T_{\oplus}}{T_{\oplus} + S_s} = 25.9 \text{ сут}, \quad (15)$$

здесь  $T_{\oplus} = 365.2564$  сут – сидерический период обращения Земли вокруг Солнца относительно далеких звезд. Очевидно, что значение сидерического периода вращения пятна  $T_s$  больше периода вращения Солнца на экваторе  $P_{\odot} = 25$  сут. Таким образом, Солнце имеет дифференциальный характер вращения, т.е. на разных гелиографических широтах период вращения принимает различные значения (период минимален на экваторе и максимален на полюсах).

**Ответ:**  $T_s = 25.9$  сут; Солнце имеет дифференциальный характер вращения. (7 баллов).

### **Задача № 9. «Расстояние до звезд рассеянного экс-скопления»**

**Решение:** Для определения расстояния до звезд скопления воспользуемся фотометрическим методом. Одним из главных результатов метода является формула

$$r = 10^{1+0.2(m-M)}, \quad (16)$$

устанавливающая связь между расстоянием до звезды (в пк) и модулем расстояния  $-(m - M)$ , где  $m$  – видимая звездная величина,  $M$  – абсолютная звездная величина звезды. Как было сказано в условии задачи №5, средняя видимая звездная величина звезд астеризма есть  $\bar{m} = 2.1^m$ . Для оценки  $M$  заметим, что звезды имеют белый цвет, значит они принадлежат спектральному классу A, а поскольку они еще принадлежат главной последовательности (т.е. пятому классу светимости), то согласно диаграмме Герцшпрунга-Рассела (см. рис. А.3, приложения А).  $M \approx 0.3^m$ . Следовательно, модуль расстояния есть

$$(m - M) = 1.8^m, \quad (17)$$

а расстояние до скопления, согласно (16), составляет  $r \approx 23$  пк  $\approx 75$  св. лет. Полученная оценка близка к наиболее точным значениям искомой величины.

**Ответ:**  $r \approx 23$  пк  $\approx 75$  св. лет. (8 баллов).

### Задача № 10. «Зависимость силы притяжения от расстояния между телами»

**Решение:** Р.Гук рассматривал движение планеты по круговой орбите вокруг Солнца и полагал, что именно сила притяжения, возникающая между телами порождает движение планеты по окружности и, следовательно должна быть центростремительной, тогда

$$F \sim \frac{V^2}{r}, \quad (18)$$

где  $V$  – орбитальная скорость планеты,  $r$  – радиус орбиты планеты.

При движении по окружности лишь под действием центростремительной силы, скорость планеты является постоянной и равна

$$V = \frac{2\pi r}{T}, \quad (19)$$

следовательно,

$$F = \frac{r}{T^2}. \quad (20)$$

В дни творчества Гука уже были известны законы Кеплера. Согласно третьему закону Кеплера

$$T^2 \sim r^3. \quad (21)$$

В итоге, согласно (20) и (21) имеем

$$F \sim \frac{1}{r^2}. \quad (22)$$

Что и требовалось доказать. (8 баллов).

### Задача № 11. «Невидимость Земли с орбиты верхней планеты»

|                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
|----------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <u>Дано:</u>         | <u>Решение:</u>                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| $A_{\oplus} = 0.36.$ | Для того, чтобы Земля была не видна с орбиты верхней планеты невооруженным глазом, ее видимая звездная величина должна быть не менее $m_{\max} = 6^m$ . Определим радиус орбиты гипотетической планеты, с которой Земля будет видна с величиной $m_{\max} = 6^m$ . Воспользуемся формулой Погсона |
| <u>Найти:</u>        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |
| верхняя планета – ?  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

$$m_{\max} - m_0 = -2.5 \lg \left( \frac{E_{\max}}{E_0} \right), \Rightarrow$$

$$E_{\max} = E_0 \cdot 10^{-0.4(m_{\max} - m_0)} = 9.87 \cdot 10^{-11} \text{ Вт/м}^2, \quad (23)$$

здесь  $m_0 = 0^m$  и соответствующая ей освещенность  $E_0 = 2.48 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2$ . Рассмотрим рисунок (5).

1. Здесь  $S$  – Солнце,  $E$  – Земля в наибольшей элонгации,  $P$  – верхняя планета. Освещенность, создаваемую Солнцем у поверхности Земли, можно записать так

$$E_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\oplus}^2}, \quad (24)$$

здесь  $L_{\odot}$  – светимость Солнца,  $a_{\oplus}$  – большая полуось земной орбиты. Поток света, падающий на Землю, есть

$$\Phi_0 = E_{\odot} \pi \mathfrak{R}_{\oplus}^2. \quad (25)$$

Часть данного потока отбрасывается поверхностью планеты обратно в космос, определяемая альбедо  $A_{\oplus}$ . При этом поток отброшенного света есть

$$\Phi_{\text{ref}} = A_{\oplus} \Phi_0 = A_{\oplus} E_{\odot} \pi \mathfrak{R}_{\oplus}^2. \quad (26)$$

Будем полагать, что данный поток рассеивается равномерно по всем направлениям полусферы и учтем, что в наибольшей элонгации фаза Земли  $F_{\oplus} = 0.5$ , тогда освещенность, создаваемая Землей у поверхности планеты, есть

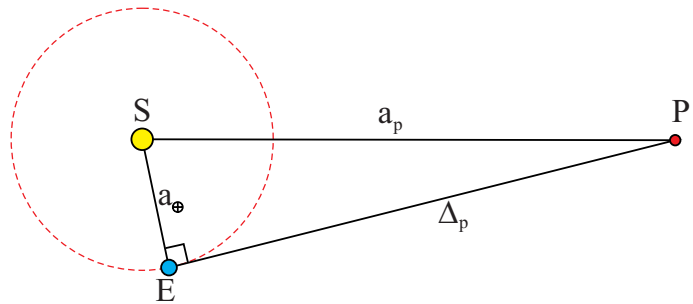


Рис. 5: к определению искомой величины.

$$E_{\oplus} = \frac{F_{\oplus} \Phi_{\text{ref}}}{2\pi \Delta_p^2} = \frac{A_{\oplus} F_{\oplus} \mathfrak{R}_{\oplus}^2 L_{\odot}}{8\pi a_{\oplus}^2 (a_p^2 - a_{\oplus}^2)}. \quad (27)$$

При записи последнего выражения учтено, что расстояние между Землей и планетой определяется по теореме Пифагора:  $\Delta_p^2 = a_p^2 - a_{\oplus}^2$  (см. рис. 5). Следовательно, приравнивая правые части (23) и (27), получаем в итоге:

$$E_0 10^{-0.4(m_{\text{max}} - m_0)} = \frac{A_{\oplus} F_{\oplus} \mathfrak{R}_{\oplus}^2 L_{\odot}}{8\pi a_{\oplus}^2 (a_p^2 - a_{\oplus}^2)}, \Rightarrow$$

$$a_p = \left( a_{\oplus}^2 + \frac{A_{\oplus} F_{\oplus} \mathfrak{R}_{\oplus}^2 L_{\odot}}{8\pi a_{\oplus}^2 E_0} 10^{0.4(m_{\text{max}} - m_0)} \right)^{1/2} = 7.097 \cdot 10^{12} \text{ м} = 47.4 \text{ а.е.} \quad (28)$$

Т.о., искомая планета должна быть на расстоянии не меньше  $a_p$ , чтобы из ее малой окрестности было невозможно увидеть Землю невооруженным глазом.

Из сопоставления  $a_p$  со значениями больших полуосей классических планет, очевидно, что ни одна из этих планет этому условию не удовлетворяет (т.е. мы всегда увидим Землю невооруженным глазом из окрестности любой классической планеты). Иная ситуация в случае карликовых планет: Хаумеи,

Макемаке и Эриды. В своем перигелии все эти тела подходят к Солнцу на расстоянии меньше  $a_p$ . Зато в афелии уходят существенно дальше от Солнца, чем орбита радиуса  $a_p$ . Следовательно, в течение части своего витка вокруг Солнца с этих планет уже нельзя увидеть Землю невооруженным глазом.

**Ответ:** Эрида, Хаумеа, Макемаке. (9 баллов).

### Задача № 12. «Гоблин» и его орбита»

#### Дано:

$$T = 34081 \pm 8644 \text{ лет}, \\ \varepsilon = 0.938 \pm 0.011.$$

#### Найти:

$$\bar{a}, a_{\min}, a_{\max} - ? \\ \bar{q}, q_{\min}, q_{\max} - ? \\ \bar{Q}, Q_{\min}, Q_{\max} - ? \\ V_q, V_Q - ?$$

#### Решение:

Для определения среднего значения большой полуоси эллиптической орбиты воспользуемся третьим законом Кеплера:

$$\left(\frac{\bar{a}}{a_{\oplus}}\right)^3 = \left(\frac{\bar{T}}{T_{\oplus}}\right)^2, \Rightarrow \\ \bar{a} = a_{\oplus} \left(\frac{\bar{T}}{T_{\oplus}}\right)^{2/3} = 1051 \text{ а.е.}, \quad (29)$$

здесь  $a_{\oplus} = 1 \text{ а.е.}$ ,  $T_{\oplus} = 1 \text{ год}$  – большая полуось орбиты обращения Земли вокруг Солнца;  $\bar{T} = 34081 \text{ лет}$  – среднее значение периода обращения Гоблина вокруг Солнца. Проводя аналогичные выкладки в случае  $T_{\min} = \bar{T} - \Delta T = 25437 \text{ лет}$  и  $T_{\max} = \bar{T} + \Delta T = 42725 \text{ лет}$ , получаем  $a_{\min} = 865 \text{ а.е.}$  и  $a_{\max} = 1222 \text{ а.е.}$  соответственно.

С учетом того, что эксцентриситет орбиты Гоблина определен значением  $\varepsilon = 0.938 \pm 0.011$ , то искомые значения  $q$  и  $Q$  можно определить как

$$\left. \begin{aligned} \bar{q} &= \bar{a}(1 - \varepsilon) = 65 \text{ а.е.}, \quad \bar{Q} = \bar{a}(1 + \varepsilon) = 2037 \text{ а.е.}, \\ q_{\min} &= a_{\min}(1 - \varepsilon_{\max}) = 44 \text{ а.е.}, \quad Q_{\min} = a_{\min}(1 + \varepsilon_{\min}) = 1667 \text{ а.е.}, \\ q_{\max} &= a_{\max}(1 - \varepsilon_{\min}) = 89 \text{ а.е.}, \quad Q_{\max} = a_{\max}(1 + \varepsilon_{\max}) = 2382 \text{ а.е.} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

Скорости в перигелии и афелии можно определить как

$$\left. \begin{aligned} \bar{V}_q &= \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{\bar{a}} \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)} = V_{\oplus} \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{\bar{a}} \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}\right)}, \\ \bar{V}_Q &= V_{\oplus} \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{\bar{a}} \left(\frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)}, \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

здесь  $V_{\oplus} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{\bar{a}}} = 29.8 \text{ км/с}$  – средняя орбитальная скорость Земли;  $a_{\oplus} = 1 \text{ а.е.}$  – большая полуось земной орбиты. Выполняя численные расчеты по формулам (31), получаем значения:

$$\bar{V}_q = 5.14 \text{ км/ч}, \quad \bar{V}_Q = 0.16 \text{ км/ч}. \quad (32)$$

Вычислим также соответствующие минимальные и максимальные значения

данных величин:

$$\left. \begin{aligned} V_Q^{(\min)} &= V_{\oplus} \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{a_{\max}} \left( \frac{1-\varepsilon_{\max}}{1+\varepsilon_{\max}} \right)} = 0.14 \text{ км/с}, \\ V_q^{(\min)} &= V_{\oplus} \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{a_{\max}} \left( \frac{1+\varepsilon_{\min}}{1-\varepsilon_{\min}} \right)} = 4.38 \text{ км/с}, \\ V_Q^{(\max)} &= V_{\oplus} \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{a_{\min}} \left( \frac{1-\varepsilon_{\min}}{1+\varepsilon_{\min}} \right)} = 0.20 \text{ км/с}, \\ V_q^{(\min)} &= V_{\oplus} \sqrt{\frac{a_{\oplus}}{a_{\min}} \left( \frac{1+\varepsilon_{\max}}{1-\varepsilon_{\max}} \right)} = 6.26 \text{ км/с}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (29)-(33). (10 баллов).

## Уровень «Профи» (уровень С)

### Задача № 13. «Геометрическое альbedo Гоблина»

**Дано:**

$$\begin{aligned} r &= 80 \text{ а.е.}, \\ D_G &= 300 \text{ км}, \\ m_V &= 23.73^m. \end{aligned}$$

**Найти:**

$$A_G, m_q, m_Q - ?$$

**Решение:**

Определим освещенность, создаваемую Гоблином у поверхности Земли. Для этого воспользуемся результатом (27) задачи № 11 настоящего релиза:

$$E_G = \frac{A_G R_G^2 L_{\odot}}{8\pi r^2 \Delta^2} = \frac{A_G D_G^2 L_{\odot}}{32\pi r^2 \Delta^2}, \quad (34)$$

здесь  $\Delta$  – расстояние от Земли до Гоблина ( $\Delta^2 \approx r^2$ ). Следовательно, последний результат можно записать так

$$E_G \approx \frac{A_G D_G^2 L_{\odot}}{32\pi r^4}. \quad (35)$$

Далее воспользуемся формулой Погсона для Гоблина и звезды с  $m_0 = 0^m$ ;

$$\frac{E_G}{E_0} = 10^{-0.4(m_V - m_0)}, \Rightarrow A_G = \frac{32\pi r^4}{D_G^2 L_{\odot}} E_0 10^{-0.4(m_V - m_0)} = 0.48. \quad (36)$$

Согласно формуле Погсона

$$m_q = m_{\odot} - 2.5 \lg \left( \frac{E_q}{E_{\odot}} \right), \quad (37)$$

здесь  $m_q, m_{\odot}$  – звездные величины Солнца для наблюдателя, находящегося у поверхности Гоблина в перигелии и у поверхности Земли соответственно ( $m_{\odot} = -26.74^m$ ).

Воспользуемся законом обратных квадратов для освещенностей, тогда формулу (37) можно переписать так:

$$m_q = m_{\odot} - 5 \lg \left( \frac{a_{\oplus}}{\bar{q}} \right) = -17.68^m. \quad (38)$$

Аналогично можно записать выражение для  $m_Q$ :

$$m_Q = m_{\odot} - 5 \lg \left( \frac{a_{\oplus}}{\bar{Q}} \right) = -10.20^m. \quad (39)$$

В выражениях (38) и (39)  $a_{\oplus} = 1$  а.е. – большая полуось земной орбиты.

**Ответ:** к задаче представлен формулами (37)-(39). (11 баллов).

**Задача № 14.** «Температура поверхности Гоблина в его афелии и перигелии»

Дано:

$$\varepsilon = 0.8.$$

Найти:

$$T_q, T_Q, t_q, t_Q - ?$$

Решение:

Определим, прежде всего, времена распространения света от Солнца до Гоблина, в его точках афелия и перигелия:

$$t_q = \frac{\bar{q}}{c} = 9.0 \text{ часов}; \quad t_Q = \frac{\bar{Q}}{c} = 11.76 \text{ сут.} \quad (40)$$

Запишем выражение для потока солнечного излучения, падающего на поверхность Гоблина,

$$\Phi_0 = E_{\odot} \frac{\pi D_G^2}{4} = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \frac{\pi D_G^2}{4} = \frac{L_{\odot} D_G^2}{16 r^2}. \quad (41)$$

Поток излучения, поглощенного телом Гоблина, есть

$$\Phi_{\text{abs}} = (1 - A_G) \Phi_0. \quad (42)$$

С другой стороны, поток излучения, испущенного поверхностью Гоблина, являющегося серым телом, есть

$$\Phi_{\text{out}} = \pi D_G^2 \varepsilon \sigma T_{\text{eff}}^4. \quad (43)$$

Согласно закону сохранения энергии,  $\Phi_{\text{abs}} = \Phi_{\text{out}}$ , тогда

$$(1 - A_G) \frac{L_{\odot} D_G^2}{16 r^2} = \varepsilon \pi D_G^2 \sigma T_{\text{eff}}^4, \Rightarrow T_{\text{eff}} = \sqrt[4]{\frac{(1 - A_G) L_{\odot}}{16 \pi \varepsilon \sigma r^2}}, \quad (44)$$

здесь и далее, в численных расчетах будет учтено, что геометрическое альbedo Гоблина (получено в предыдущей задаче) равно его сферическому альbedo. В случае афелия и перигелия получаем

$$T_q = \sqrt[4]{\frac{(1 - A_G) L_{\odot}}{16 \pi \varepsilon \sigma \bar{q}^2}} = 31 \text{ К}, \quad T_Q = \sqrt[4]{\frac{(1 - A_G) L_{\odot}}{16 \pi \varepsilon \sigma \bar{Q}^2}} = 5.5 \text{ К}. \quad (45)$$

**Ответ:** к задаче представлен формулами (40), (45). (12 баллов).

**Задача № 15.** «Площадь сферического двугольника»

**Решение:** Как известно, площадь поверхности всей сферы есть

$$S = 4\pi R^2, \quad (46)$$

где  $R$  – это радиус сферы. Мысленно разделим ее поверхность на  $N$  одинаковых сферических двугольников с общими вершинами, тогда площадь одного двугольника есть

$$S_N = \frac{S}{N} = \frac{4\pi}{N} R^2, \quad (47)$$

при этом ширина двугольника определяется углом (см. рис. 6):

$$\alpha = \frac{2\pi}{N}. \quad (48)$$

Очевидно, площадь двугольника должна быть пропорциональна  $\alpha$ , тогда (47) можно переписать так

$$S_N = 2\alpha R^2. \quad (49)$$

Полученный результат и есть ответ на вопрос задачи.

**Ответ:** к задаче представлен формулой (49). (13 баллов).

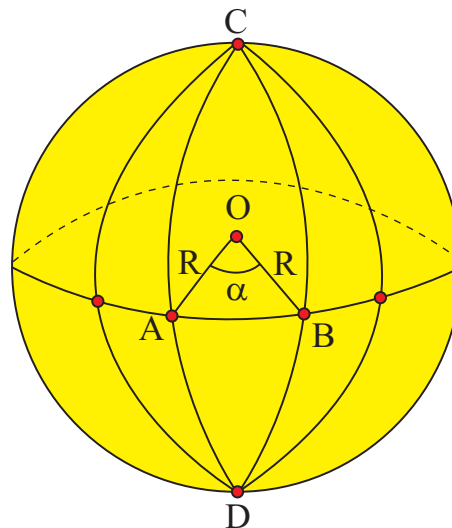


Рис. 6: к определению искомой величины.

**Задача № 16.** «Эклиптическая широта Юпитера для земного наблюдателя»

**Дано:**

$$a_J = 5.204 \text{ а.е.},$$

$$i_J = 1.30^\circ.$$

**Найти:**

$$\beta_{\min}, \beta_{\max} - ?$$

$$S - ?$$

**Решение:**

Построим рис. 7, соответствующий условию задачи. **Наклонение орбиты** Юпитера – это угол между плоскостями орбит Земли и Юпитера, отсчитываемый от центра Солнца (точка  $S$ ). **Эклиптическая широта** Юпитера определяется как угол между плоскостью эклиптики и

направлением на планету, с точки зрения земного наблюдателя. Согласно рисунку.

$$\operatorname{tg} \beta_{\max} = \frac{JA}{EA}, \quad (50)$$

очевидно, что  $EA = SA - SE = a_J \cos i_J - a_\oplus$ . При этом  $JA = SJ \sin i_J$ , следовательно,

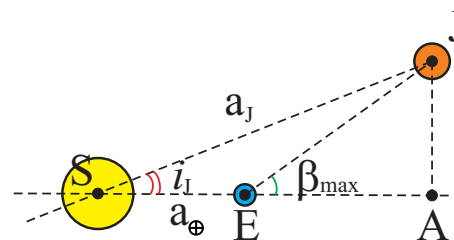


Рис. 7: к определению эклиптической широты Юпитера.

$$\operatorname{tg} \beta_{\max} = \frac{a_J \sin i_J}{a_J \cos i_J - a_\oplus} = \frac{\operatorname{tg} i_J}{1 - \frac{a_\oplus}{a_J} \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 i_J}}. \quad (51)$$

Численный расчет дает значение  $\operatorname{tg} \beta_{\max} = 2.81 \cdot 10^{-2}$ , откуда  $\beta_{\max} = 1.61^\circ$ .

В силу симметричности возможных положений Юпитера относительно плоскости эклиптики, очевидно, минимальное значение  $\beta_{\min} = -1.61^\circ$ .

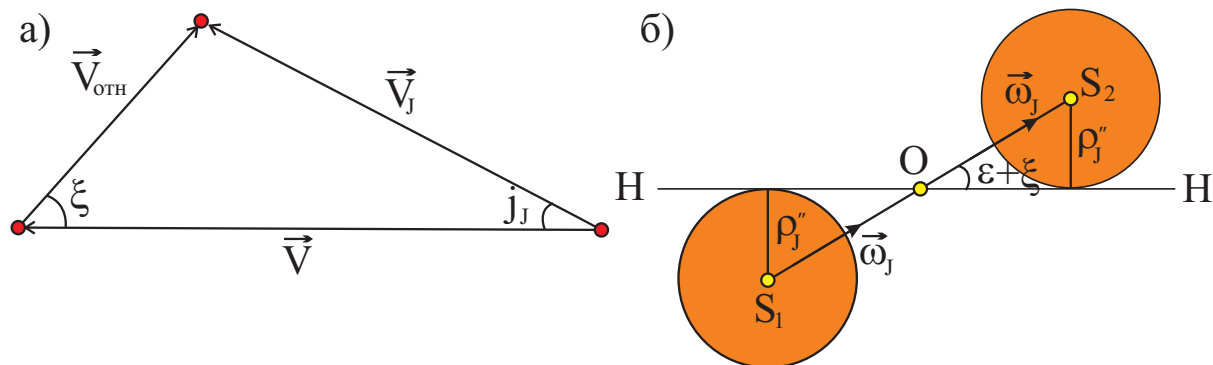


Рис. 8: к определению а) вектора относительной скорости Юпитера, б) времени его восхода.

Площадь двугольника, заключенного между плоскостями орбит Земли и Юпитера, можно определить с помощью формулы (49) предыдущей задачи (при  $R = 1$ ):

$$S = 0.045 \text{ срад} = 149.0 \text{ кв. град.} \quad (52)$$

**Ответ:**  $\beta_{\max} = +1.61^\circ$ ;  $\beta_{\min} = -1.61^\circ$ ;  $S = 149.0$  кв. град. (13 баллов).

**Задача № 17. «Видимость Юпитера и продолжительность его восхода (захода)»**

|                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Дано:</b>                                        | <b>Решение:</b>                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| $i_J = 1.3^\circ$ .                                 | Согласно условию предыдущей задачи наклонение орбиты Юпитера к плоскости эклиптики есть $i_J = 1.30^\circ$ . На северном географическом полюсе северный полюс мира совпадает с зенитом, ось мира – с отвесной линией, а небесный экватор – с математическим горизонтом. Эклиптика с эква- |
| <b>Найти:</b>                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
| $t_{\min}, t_{\max} - ?$<br>$t_{\text{vis}}, t - ?$ |                                                                                                                                                                                                                                                                                           |

тором, а следовательно и с горизонтом составляет угол  $\varepsilon = 23^\circ 26'$ . Тогда плоскость орбиты Юпитера с горизонтом на полюсе может составить угол  $\gamma$ , значение которого принадлежат интервалу:

$$\varepsilon - i_J \leq \gamma \leq \varepsilon + i_J, \text{ или } 22^\circ 08' \leq \gamma \leq 24^\circ 44'.$$

Определим линейную скорость Юпитера относительно земного наблюдателя. Для этого рассмотрим рис. 8.а). Здесь  $\vec{V}_\oplus, \vec{V}_J$  – гелиоцентрические скорости Земли и Юпитера соответственно.  $\vec{V}_{\text{отн}}$  – относительная Земли скорость Юпитера, определяемая формулой,

$$\vec{V}_{\text{отн}} = \vec{V}_J - \vec{V}_\oplus, \quad (53)$$

причем скорость  $\vec{V}_J$  с вектором  $\vec{V}_\oplus$  составляет угол  $j_J$ , принимающий значения из интервала  $(-i_J, i_J)$ . С использованием формулы синусов для треугольника из векторов скоростей, имеем

$$\frac{\sin \xi}{V_J} = \frac{\sin j_J}{V_{\text{отн}}}, \Rightarrow \xi = \arcsin \left[ \frac{V_J}{V_{\text{отн}}} \sin j_J \right], \quad (54)$$

где

$$V_{\text{отн}} = \sqrt{V_{\oplus}^2 + V_J^2 - 2 V_{\oplus} V_J \cos j_J}, \quad (55)$$

очевидно, что  $\xi$  принимает максимальное значение:

$$\xi_{\max} = \arcsin \left[ \frac{V_J \sin i_J}{\sqrt{V_{\oplus}^2 + V_J^2 - 2 V_{\oplus} V_J \cos i_J}} \right] = 1.01^\circ \quad (56)$$

здесь учтено, что

$$V_{\oplus} = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{a_{\oplus}}} = 29.79 \text{ км/с}; \quad V_J = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_{\odot}}{a_J}} = 13.06 \text{ км/с}. \quad (57)$$

Следовательно, собственное движение Юпитера (с движущейся Земли, вблизи горизонта), может составлять с горизонтом угол  $(\varepsilon - \xi_{\max}, \varepsilon + \xi_{\max})$  или  $(22^\circ 25', 24^\circ 27')$ . Определим угловую скорость (собственное движение) Юпитера относительно Земли:

$$\omega_J = \frac{V_{\text{отн}}}{\Delta_J} = \frac{V_{\text{отн}}}{(a_J - a_{\oplus})}. \quad (58)$$

Согласно рис. 8.б) Юпитер должен пройти во время восхода дугу  $S_1 S_2$ , со скоростью  $\omega_J$ , следовательно, время восхода есть

$$t_{\text{ris}} = \frac{D_J''}{\sin(\varepsilon + \xi_J) \omega_J}, \quad (59)$$

или

$$t_{\text{ris}} = \frac{D_J''(a_J - a_{\oplus})}{\sin(\varepsilon + \xi_J) \sqrt{V_{\oplus}^2 + V_J^2 - 2 V_{\oplus} V_J \cos j_J}}. \quad (60)$$

Очевидно, что минимальное значение  $t_{\text{ris}}$  принимает при  $\xi_J = \xi_{\max}$ ,  $j_J = i_J$ .

$$t_{\text{ris}}^{(\min)} = \frac{D_J''(a_J - a_{\oplus})}{\sin(\varepsilon + \xi_{\max}) \sqrt{V_{\oplus}^2 + V_J^2 - 2 V_{\oplus} V_J \cos i_J}} = 5^{\text{ч}} 52^{\text{м}} 8^{\text{с}}, \quad (61)$$

а максимальное значение – при  $\xi_J = -\xi_{\max}$ ,  $j_J = -i_J$ :

$$t_{\text{ris}}^{(\max)} = \frac{D_J''(a_J - a_{\oplus})}{\sin(\varepsilon - \xi_{\max}) \sqrt{V_{\oplus}^2 + V_J^2 - 2 V_{\oplus} V_J \cos i_J}} = 6^{\text{ч}} 22^{\text{м}} 12^{\text{с}}. \quad (62)$$

В общем случае расчет продолжительности пребывания планеты над горизонтом является сложной геометрической задачей. Однако, стоит заметить, что Юпитер не удаляется от эклиптики больше чем на  $1.61^\circ$ , что является малым углом, следовательно можно в низшем приближении полагать, что орбита планеты совпадает с эклиптической, которую планета проходит за свой сидерический период  $T_J = 11.86$  лет. Тогда, в качестве элементарной оценки

искомой величины можно принять  $\frac{1}{2}$  сидерического периода, т.е.  $t_{\text{vis}}^{(0)} = 5.93$  года. Очевидно, Юпитер будет видимым на территории зодиакальных и околозодиакальных созвездий: Рыбы, Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Секстант, Кит, Орион, т.е. в созвездиях, характеризующихся положительными склонениями, на территории которых проходит эклиптика или расположенных на угловом расстоянии от эклиптики, меньшем  $1.61^\circ$ .

**Ответ:** к задаче представлен результатами (61), (62); Рыбы, Овен, Телец, Близнецы, Рак, Лев, Дева, Секстант, Кит, Орион. (14 баллов).

### Задача № 18. «Колонизация Меркурия»

**Решение:** 1. Определим зависимость ускорения свободного падения как функцию глубины  $h$ . Для этого рассмотрим капсулу на расстоянии  $\mathfrak{R}_\oplus - h$  от центра Меркурия. Запишем равенства силы тяжести и силы притяжения капсулы планетой:

$$mg(h) = \frac{G m \mathfrak{M}_\oplus(h)}{(\mathfrak{R}_\oplus - h)^2} \quad (63)$$

здесь  $g(h)$  – ускорение свободного падения на глубине  $h$ ,  $G$  – универсальная гравитационная постоянная,  $\mathfrak{R}_\oplus$  – радиус планеты,  $\mathfrak{M}_\oplus$  – масса той части планеты которая находится внутри сферы радиуса  $\mathfrak{R}_\oplus - h$ , тогда

$$\mathfrak{M}_\oplus(h) = \rho_\oplus \cdot \frac{4\delta}{3} (\mathfrak{R}_\oplus - h)^3 = \mathfrak{M}_\oplus^{(0)} \left(1 - \frac{h}{\mathfrak{R}_\oplus}\right)^3. \quad (64)$$

Из (63) и (64) следует, что

$$g(h) = \frac{G \mathfrak{M}_\oplus^{(0)}}{\mathfrak{R}_\oplus^2} \cdot \left(1 - \frac{h}{\mathfrak{R}_\oplus}\right) = g_0 \left(1 - \frac{h}{\mathfrak{R}_\oplus}\right), \quad (65)$$

здесь  $\mathfrak{M}_\oplus^{(0)}$  – масса Меркурия  $g_0$  – ускорение свободного падения у его поверхности.

2. Согласно определению, **первой космической скоростью** называется минимальная скорость капсулы, с которой последняя будет двигаться по круговой орбите радиуса  $\mathfrak{R}_\oplus - h$ , т.е.

$$m \frac{V^2}{(\mathfrak{R}_\oplus - h)} = mg(h), \text{ или } V_I(h) = \sqrt{g_0 \mathfrak{R}_\oplus \left(1 - \frac{h}{\mathfrak{R}_\oplus}\right)^2} \Rightarrow$$

$$V_I(h) = V_I^{(0)} \left(1 - \frac{h}{\mathfrak{R}_\oplus}\right), \quad (66)$$

здесь  $V_I^{(0)} = \sqrt{g_0 \mathfrak{R}_\varnothing}$  – первая космическая скорость капсулы у поверхности планеты.

3. Период обращения капсулы определим выражением вида:

$$T = \frac{2\pi(\mathfrak{R}_\varnothing - h)}{V_I(h)} = \frac{2\pi\mathfrak{R}_\varnothing}{V_I^{(0)}}, \quad (67)$$

таким образом, период обращения не зависит от глубины  $h$  и равен периоду обращения капсулы по круговой орбите у поверхности планеты.

4. Как известно, работа потенциальной силы равна изменению ее потенциальной энергии, взятой с противоположным знаком:

$$A = -(U_p^{(f)} - U_p^{(i)}) = U_p^{(i)} - U_p^{(f)} = (U_p^{(i)} - U_p^{(s)}) + (U_p^{(s)} - U_p^{(f)}) \quad (68)$$

здесь  $U_p^{(i)}$  – потенциальная энергия капсулы в начальном состоянии (на бесконечности, где  $U_p^{(i)} = 0$ ).  $U_p^{(f)}$  – конечная потенциальная энергия капсулы, на глубине  $h$ ,  $U_p^{(s)}$  – потенциальная энергия капсулы у поверхности планеты, определяемая формулой

$$U_p^{(s)} = -\frac{G m \mathfrak{M}_\varnothing^{(0)}}{\mathfrak{R}_\varnothing}. \quad (69)$$

Из (68) и (69) следует, что

$$U_p^{(f)} = U_p^{(s)} + (U_p^{(f)} - U_p^{(s)}) = -\frac{G m \mathfrak{M}_\varnothing^{(0)}}{\mathfrak{R}_\varnothing} + A_1 \quad (70)$$

здесь  $A_1$  – работа силы притяжения по перемещению капсулы от поверхности до глубины  $h$ , которую можно записать как

$$A_1 = \bar{F}_g \cdot ((\mathfrak{R}_\varnothing - h) - \mathfrak{R}_\varnothing) = m g_0 \left(1 - \frac{h}{2\mathfrak{R}_\varnothing}\right) \cdot (-h) = m g_0 \left(\frac{h^2}{2\mathfrak{R}_\varnothing} - h\right) \quad (71)$$

здесь  $\bar{F}_g$  – среднее значение силы тяжести на интервале  $(\mathfrak{R}_\varnothing - h, \mathfrak{R}_\varnothing)$ . Из (70) и (71) следует, что потенциальная энергия на глубине  $h$  есть

$$U_p^{(h)} = -\frac{G m \mathfrak{M}_\varnothing^{(0)}}{\mathfrak{R}_\varnothing} + m g_0 \left(\frac{h^2}{2\mathfrak{R}_\varnothing} - h\right) \quad (72)$$

или

$$U_p^{(h)} = -m g_0 \mathfrak{R}_\varnothing + m g_0 \left(\frac{h^2}{2\mathfrak{R}_\varnothing} - h\right) = m g_0 \left(\frac{h^2}{2\mathfrak{R}_\varnothing} - h - \mathfrak{R}_\varnothing\right). \quad (73)$$

5. *Второй космической скоростью* называется минимальная скорость капсулы, при которой ее полная механическая энергия равна нулю, т.е.

$$\frac{m V_{\text{II}}^2}{2} + U_h(h) = 0, \Rightarrow V_{\text{II}}(h) = \sqrt{2 g_0 \mathfrak{R}_{\text{♀}} \left( 1 + \frac{h}{\mathfrak{R}_{\text{♀}}} - \frac{h^2}{2 \mathfrak{R}_{\text{♀}}^2} \right)}. \quad (74)$$

6. Как было показано выше, период обращения капсулы не зависит от глубины  $h$ , и равен периоду обращения спутника у его поверхности. Следовательно, радиус орбиты спутника связи равен радиусу планеты, т.е.

$$r = \mathfrak{R}_{\text{♀}}. \quad (75)$$

На больших  $r$  от центра планеты период будет лишь больше.

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (65), (66), (67), (73), (74), (75). (15 баллов).

---



---

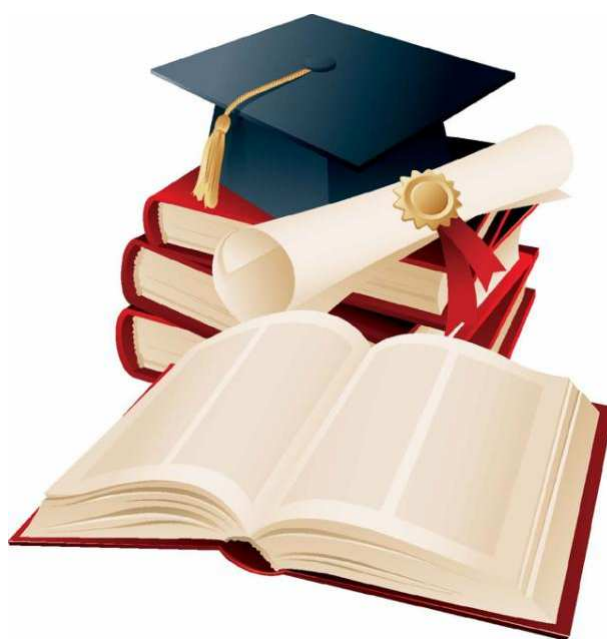
---

---

# СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

---

---



## А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная –  $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме –  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная –  $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана –  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро –  $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона –  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона –  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица –  $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек –  $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла –  $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

## А.2. Данные о Солнце

- Радиус –  $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса –  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость –  $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина –  $-26.74^m$
- Абсолютная болометрическая звездная величина –  $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) –  $+0.67^m$
- Эффективная температура –  $5778 \text{ К}$
- Средний горизонтальный параллакс –  $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре)  
на расстоянии Земли –  $1361 \text{ Вт/м}^2$
- Солнечная постоянная (в видимом свете)  
на расстоянии Земли –  $600 \text{ Вт/м}^2$

## А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты –  $0.017$
- Тропический год –  $365.24219 \text{ сут}$
- Средняя орбитальная скорость –  $29.8 \text{ км/с}$
- Период вращения –  $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 –  $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса –  $5.974 \cdot 10^{24}$  кг
- Средняя плотность –  $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы –  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%), Ar ( $\sim 1\%$ )

#### А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике –  $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса –  $7.348 \cdot 10^{22}$  кг или  $1/81.3$  массы Земли
- Средняя плотность –  $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние –  $-12.7^m$

#### А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь  $x \ll 1$ , все углы выражаются в радианах.

## А.6. Характеристики орбит планет

| Планета  | Большая полуось |         | Эксцентриситет | Наклон к плоскости эклиптики | Период обращения | Синодический период |
|----------|-----------------|---------|----------------|------------------------------|------------------|---------------------|
|          | млн. км         | а.е.    |                |                              |                  |                     |
| Меркурий | 57.9            | 0.3871  | 0.2056         | 7.004                        | 87.97 сут        | 115.9               |
| Венера   | 108.2           | 0.7233  | 0.0068         | 3.394                        | 224.70 сут       | 583.9               |
| Земля    | 149.6           | 1.0000  | 0.0167         | 0.000                        | 365.26 сут       | –                   |
| Марс     | 227.9           | 1.5237  | 0.0934         | 1.850                        | 686.98 сут       | 780.0               |
| Юпитер   | 778.3           | 5.2028  | 0.0483         | 1.308                        | 11.862 лет       | 398.9               |
| Сатурн   | 1429.4          | 9.5388  | 0.0560         | 2.488                        | 29.458 лет       | 378.1               |
| Уран     | 2871.0          | 19.1914 | 0.0461         | 0.774                        | 84.01 лет        | 369.7               |
| Нептун   | 4504.3          | 30.0611 | 0.0097         | 1.774                        | 164.79 лет       | 367.5               |

## А.7. Физические характеристики Солнца и планет

| Планета  | Масса                 |             | Радиус |               | Плотность | Период вращения вокруг оси | Наклон экватора к плоскости орбиты | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|----------|-----------------------|-------------|--------|---------------|-----------|----------------------------|------------------------------------|--------------------|-------------------------|
|          | кг                    | массы Земли | км     | радиусы Земли |           |                            |                                    |                    |                         |
| Солнце   | $1.989 \cdot 10^{30}$ | 332946      | 695500 | 108.97        | 1.41      | 25.380 сут                 | 7.25                               | –                  | $-26.8^m$               |
| Меркурий | $3.302 \cdot 10^{23}$ | 0.05271     | 2439.7 | 0.3825        | 5.42      | 58.646 сут                 | 0.00                               | 0.10               | $-0.1$                  |
| Венера   | $4.869 \cdot 10^{24}$ | 0.81476     | 6051.8 | 0.9488        | 5.20      | 243.019 сут <sup>†</sup>   | 177.36                             | 0.65               | $-4.4^m$                |
| Земля    | $5.974 \cdot 10^{24}$ | 1.00000     | 6378.1 | 1.0000        | 5.52      | 23.934 час                 | 23.45                              | 0.37               | –                       |
| Марс     | $6.419 \cdot 10^{23}$ | 0.10745     | 3397.2 | 0.5326        | 3.93      | 24.623 час                 | 25.19                              | 0.15               | $-2.0^m$                |
| Юпитер   | $1.899 \cdot 10^{27}$ | 317.94      | 71492  | 11.209        | 1.33      | 9.924 час                  | 3.13                               | 0.52               | $-2.7^m$                |
| Сатурн   | $5.685 \cdot 10^{26}$ | 95.181      | 60268  | 9.4494        | 0.69      | 10.656 час                 | 25.33                              | 0.47               | $0.4^m$                 |
| Уран     | $8.683 \cdot 10^{25}$ | 14.535      | 25559  | 4.0073        | 1.32      | 17.24 час <sup>†</sup>     | 97.86                              | 0.51               | $5.7^m$                 |
| Нептун   | $1.024 \cdot 10^{26}$ | 17.135      | 24746  | 3.8799        | 1.64      | 16.11 час                  | 28.31                              | 0.41               | $7.8^m$                 |

\* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## А.8. Характеристики некоторых спутников планет

| Спутник       | Масса                 | Радиус | Плотность          | Радиус орбиты | Период обращения     | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|---------------|-----------------------|--------|--------------------|---------------|----------------------|--------------------|-------------------------|
|               | кг                    | км     | г·см <sup>-3</sup> | км            | сут                  |                    |                         |
| <b>Земля</b>  |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Луна          | $7.348 \cdot 10^{22}$ | 1738   | 3.34               | 384400        | 27.32166             | 0.12               | -12.7                   |
| <b>Марс</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Фобос         | $1.08 \cdot 10^{16}$  | ~ 10   | 2.0                | 9380          | 0.31910              | 0.06               | 11.3                    |
| Деймос        | $1.8 \cdot 10^{15}$   | ~ 6    | 1.7                | 23460         | 1.26244              | 0.07               | 12.4                    |
| <b>Юпитер</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Ио            | $8.94 \cdot 10^{22}$  | 1815   | 3.55               | 421800        | 1.769138             | 0.61               | 5.0                     |
| Европа        | $4.8 \cdot 10^{22}$   | 1569   | 3.01               | 671100        | 3.551181             | 0.64               | 5.3                     |
| Ганимед       | $1.48 \cdot 10^{23}$  | 2631   | 1.94               | 1070400       | 7.154553             | 0.42               | 4.6                     |
| Каллисто      | $1.08 \cdot 10^{23}$  | 2400   | 1.86               | 1882800       | 16.68902             | 0.20               | 5.7                     |
| <b>Сатурн</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тефия         | $7.55 \cdot 10^{20}$  | 530    | 1.21               | 294660        | 1.887802             | 0.9                | 10.2                    |
| Диона         | $1.05 \cdot 10^{21}$  | 560    | 1.43               | 377400        | 2.736915             | 0.7                | 10.4                    |
| Рея           | $2.49 \cdot 10^{21}$  | 765    | 1.33               | 527040        | 4.517500             | 0.7                | 9.7                     |
| Титан         | $1.35 \cdot 10^{23}$  | 2575   | 1.88               | 1221850       | 15.94542             | 0.21               | 8.2                     |
| Япет          | $1.88 \cdot 10^{21}$  | 730    | 1.21               | 3560800       | 79.33018             | 0.20               | ~ 11.0                  |
| <b>Уран</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Миранда       | $6.33 \cdot 10^{19}$  | 235.8  | 1.15               | 129900        | 1.413479             | 0.27               | 16.3                    |
| Ариэль        | $1.7 \cdot 10^{21}$   | 578.9  | 1.56               | 190900        | 2.520379             | 0.34               | 14.2                    |
| Умбриэль      | $1.27 \cdot 10^{21}$  | 584.7  | 1.52               | 266000        | 4.144177             | 0.18               | 14.8                    |
| Титания       | $3.49 \cdot 10^{21}$  | 788.9  | 1.70               | 436300        | 8.705872             | 0.27               | 13.7                    |
| Оберон        | $3.03 \cdot 10^{21}$  | 761.4  | 1.64               | 583500        | 13.46324             | 0.24               | 13.9                    |
| <b>Нептун</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тритон        | $2.14 \cdot 10^{22}$  | 1350   | 2.07               | 354800        | 5.87685 <sup>†</sup> | 0.7                | 13.5                    |

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

### А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

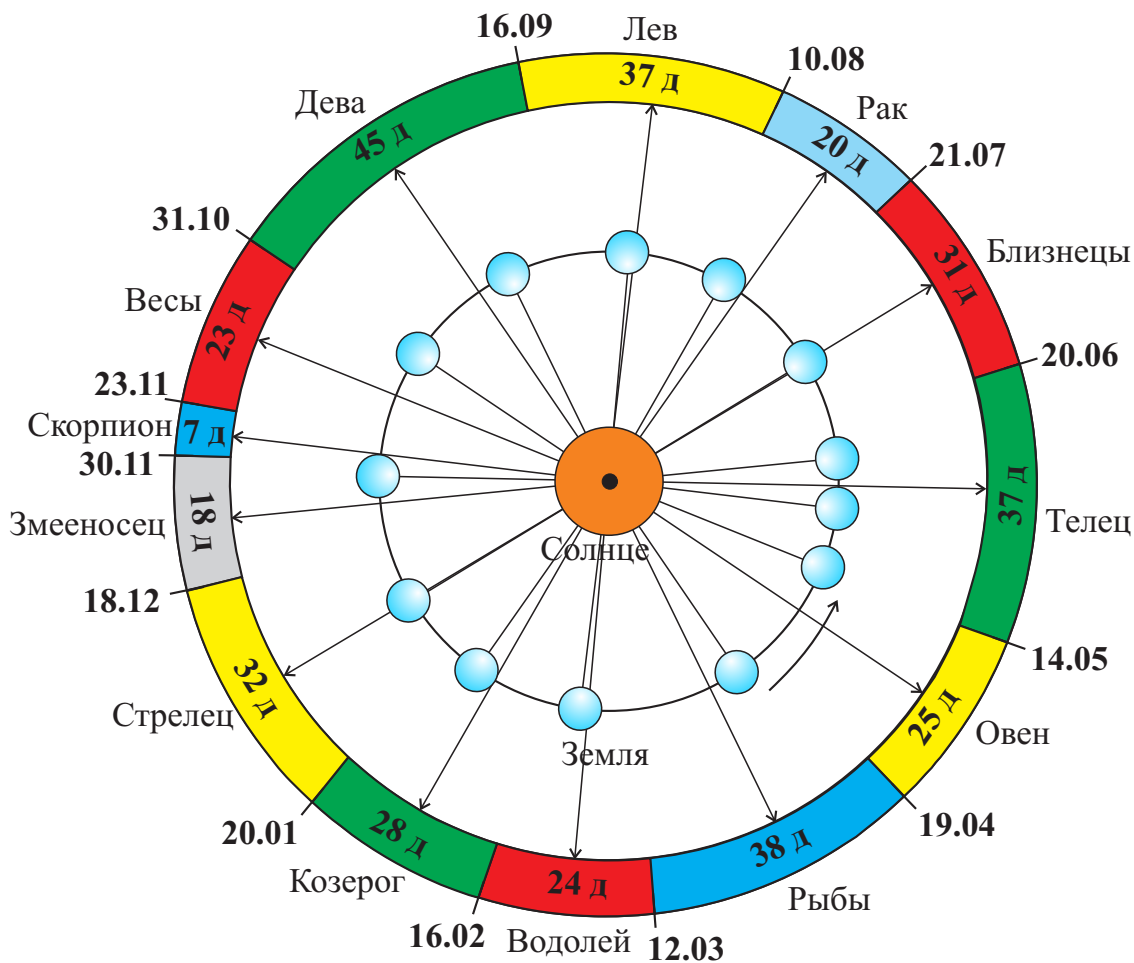


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

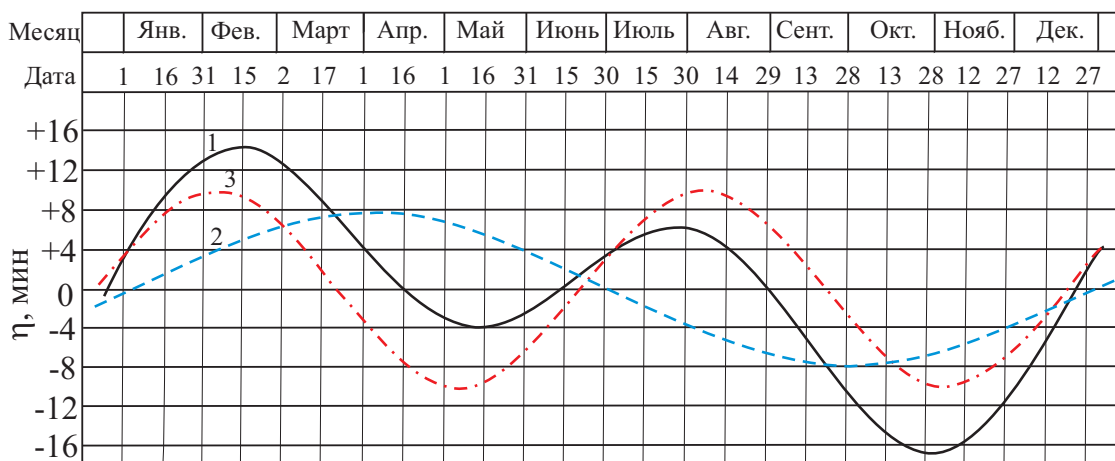


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 – уравнение времени, 2 – уравнение центра, 3 – уравнение от наклона эклиптики.

## А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки  $\Delta M_b$

| Спектр | $\Delta M_b$ | Спектр | $\Delta M_b$                |         |              |
|--------|--------------|--------|-----------------------------|---------|--------------|
|        |              |        | Гл. последо-<br>вательность | Гиганты | Сверхгиганты |
| B0     | – 2.70       | F5     | – 0.04                      | – 0.08  | – 0.12       |
| B5     | – 1.58       | F8     | – 0.05                      | – 0.17  | – 0.28       |
| A0     | – 0.72       | G0     | – 0.06                      | – 0.25  | – 0.42       |
| A5     | – 0.31       | G2     | – 0.07                      | – 0.31  | – 0.52       |
| F0     | – 0.09       | G5     | – 0.10                      | – 0.39  | – 0.65       |
| F2     | – 0.04       | G8     | – 0.10                      | – 0.47  | – 0.80       |
|        |              | K0     | – 0.11                      | – 0.54  | – 0.93       |
|        |              | K2     | – 0.15                      | – 0.72  | – 1.20       |
|        |              | K3     | – 0.31                      | – 0.89  | – 1.35       |
|        |              | K4     | – 0.55                      | – 1.11  | – 1.56       |
|        |              | K5     | – 0.85                      | – 1.35  | – 1.86       |
|        |              | M0     | – 1.43                      | – 1.55  | – 2.2        |
|        |              | M1     | – 1.70                      | – 1.72  | – 2.6        |
|        |              | M2     | – 2.03                      | – 1.95  | – 3.0        |
|        |              | M3     | – 2.35                      | – 2.26  | – 3.6        |
|        |              | M4     | – 2.7                       | – 2.72  | – 3.8        |
|        |              | M5     | – 3.1                       | – 3.4   | – 4.0        |

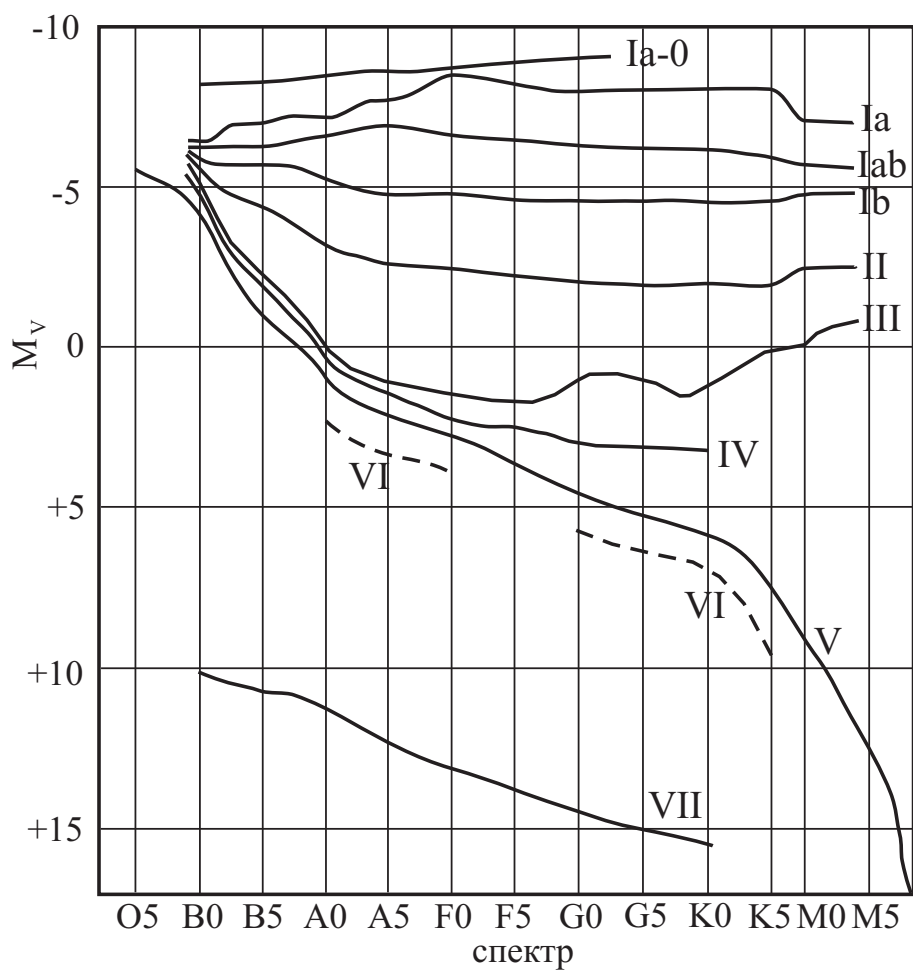


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

# ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

| ПЕРИОДЫ | A             | I                 | II              | III               | IV             | V              | VI              | VII           | VIII             | IX               | X            | XI               | XII            |
|---------|---------------|-------------------|-----------------|-------------------|----------------|----------------|-----------------|---------------|------------------|------------------|--------------|------------------|----------------|
| 1       | (H)           |                   |                 |                   |                |                |                 |               |                  |                  |              |                  |                |
| 2       | Li<br>Литий   | Be<br>Бериллий    | B<br>Бор        | C<br>Углерод      | N<br>Азот      | O<br>Кислород  | F<br>Фтор       | Ne<br>Неон    | He<br>Гелий      |                  |              |                  |                |
| 3       | Na<br>Натрий  | Mg<br>Магний      | Al<br>Алюминий  | Si<br>Кремний     | P<br>Фосфор    | S<br>Сера      | Cl<br>Хлор      | Ar<br>Аргон   | Ne<br>Неон       |                  |              |                  |                |
| 4       | K<br>Калий    | Ca<br>Кальций     | Sc<br>Скандий   | Ti<br>Титан       | V<br>Ванадий   | Cr<br>Хром     | Mn<br>Марганец  | Fe<br>Железо  | Co<br>Кобальт    | Ni<br>Никель     |              |                  |                |
| 5       | Rb<br>Рубидий | Sr<br>Стронций    | Y<br>Иттрий     | Zr<br>Цирконий    | Nb<br>Ниобий   | Mo<br>Молибден | Tc<br>Технеций  | Ru<br>Рутений | Rh<br>Родий      | Pd<br>Палладий   |              |                  |                |
| 6       | Cs<br>Цезий   | Ba<br>Барий       | La*<br>Лантан   | Hf<br>Гафний      | Ta<br>Тантал   | W<br>Вольфрам  | Re<br>Рений     | Os<br>Осмий   | Ir<br>Иридий     | Pt<br>Платина    |              |                  |                |
| 7       | Fr<br>Франций | Ra<br>Радий       | Ac**<br>Актиний | Rf<br>Резерфордий | Db<br>Дубний   | Sg<br>Сибургий | Bh<br>Борий     | Hs<br>Хассий  | Mt<br>Мейтнерий  | RO <sub>4</sub>  |              |                  |                |
| 8       | Ce<br>Церий   | Pr<br>Прозетимий  | Nd<br>Неодим    | Pm<br>Прометий    | Sm<br>Самарий  | Eu<br>Европий  | Gd<br>Гадолиний | Tb<br>Тербий  | Dy<br>Диспрозий  | Ho<br>Гольмий    | Er<br>Эрбий  | Tm<br>Тулий      | Yb<br>Иттербий |
| 9       | Th<br>Торий   | Pa<br>Протактиний | U<br>Уран       | Np<br>Нептуний    | Pu<br>Плутоний | Am<br>Америций | Cm<br>Кюрий     | Bk<br>Берклий | Cf<br>Калифорний | Es<br>Эйнштейний | Fm<br>Фермий | Md<br>Менделевий | No<br>Нобелий  |

Рис. А.4. Таблица Менделеева.