

САМАРСКИЙ ДВОРЕЦ ДЕТСКОГО И ЮНОШЕСКОГО ТВОРЧЕСТВА
САМАРСКАЯ ОБЛАСТНАЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ШКОЛА

УСЛОВИЯ И РЕШЕНИЯ
КОНКУРСНЫХ ЗАДАЧ
ЗАОЧНОЙ ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ
SAMRAS-2018
СРЕДИ ОБУЧАЮЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ.
ТУР № 2



Самара, 2018 г.

Дорогие Друзья!

Вашему вниманию в данном релизе представлены 18 оригинальных задач трех уровней сложности – «Новичок» (уровень А), «Знаток» (уровень В) и «Профи» (уровень С). Задачи составлены в соответствии с *Перечнем вопросов, рекомендуемых Центральной предметной методической комиссией Всероссийской Олимпиады школьников по астрономии для подготовки обучающихся 8-9 классов к решению задач заключительного этапа Олимпиады.*

При использовании материалов релиза ссылка на документ обязательна!

Ссылка: «Условия и решения конкурсных задач заочной олимпиады по астрономии SAMRAS-2018 среди обучающихся 8-9 классов. Тур № 2». – <https://sites.google.com/site/samrasolimp/solutions>

Автор задач – *Филиппов Юрий Петрович*, научный руководитель школы, методист СДДЮТ, к.ф.-м.н., доцент кафедры общей и теоретической физики Самарского национального исследовательского университета им. академика С.П. Королева.

Верстка в системе $\text{\LaTeX}$ – Филиппов Ю.П., Белозерская Л.Н.

Памятка участника SamRAS-2018

1. Официальный сайт Астрошколы:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/>

2. Официальная группа в VK:

<http://vk.com/samrasolimp>

3. Сроки подачи работ SamRAS-2018 тура № 2 на проверку:

15.02.2017-15.05.2018!!!

4. Электронный ящик SamRAS-2018:

samrasolimp@mail.ru

5. Руководство зарегистрированного участника заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2018:

<https://sites.google.com/site/samrasolimp/maindocs>

ИЛИ

https://vk.com/doc-57032141_451699934

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ



Дорогие Друзья!

Прежде чем приступить к решению задач и оформлению отчета участника заочной олимпиады SamRAS-2018, внимательно ознакомьтесь с «**Руководством зарегистрированного участника заочной олимпиады по астрономии SamRAS-2018**»! Электронный адрес последнего указан в **Памятке участника**.

Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Масштабы Солнечной системы и распространение света»

Согласно современным представлениям, гравитационный радиус Солнечной системы равен 1.87 св. года. Какое количество секунд требуется лучу света для прохождения системы по ее диаметру? (3 балла).

Задача № 2. «Атмосфера Титана и свойства ее компонентов»

Согласно современным данным, атмосфера Титана, крупнейшего спутника Сатурна состоит из молекулярного азота (молярная доля – 95%) и метана (молярная доля – 5%). Известно, что средняя массовая плотность атмосферы у поверхности спутника равна 6.0 кг/м^3 . Определите объемные концентрации данных газов. (3 балла).

Задача № 3. «Линейная высота сосны»

Охотник, перемещаясь по лесу, сделал фотографию малого гало вокруг Солнца (см. рис. 1).

Определите линейную высоту сосны (в метрах), затмевающей Солнце, если в момент съемки, охотник находился от дерева на расстоянии $r = 28.5 \text{ м}$. Известно, что угловой радиус малого гало равен $\rho_h = 22^\circ$. (3 балла).



Рис. 1: малое гало вокруг Солнца.

Задача № 4. «Угловая высота Солнца и длина дуги гало»

С использованием данных предыдущей задачи, определите а) угловую высоту Солнца, запечатленного (покрытого сосной) на фотографии 1; б) длину дуги малого гало (в градусах), которая непосредственно видна земному наблюдателю (см. рис. 1); в) широту места наблюдения, если фото сделано в истинный полдень, в день зимнего солнцестояния. (4 балла).

Задача № 5. «Новая комета и массовые потери»

Новая комета, при прохождении своего перигелия, активно сублимирует водяной лед (основной строительный элемент ее ядра) и испускает образовавшийся газ в окружающее пространство. Согласно наземным наблюдениям, массовые потери ядра кометы равны 120 тонн/с. Оцените, радиус ядра кометы, если расстояние до ее перигелия равно 0.5 а.е., альbedo ядра равно 0.04. (4 балла).

Задача № 6. «Эволюция ядра кометы»

С использованием данных и результатов предыдущей задачи, определите а) скорость изменения радиуса ядра кометы. Следует полагать, что процесс сублимации происходит по поверхности ядра равномерно; б) массу водяного льда, теряемого ядром кометы при прохождении перигелия, если продолжительность стадии активной сублимации ядра равна 2 месяца; в) на сколько изменится при этом радиус ядра кометы? г) Сколько проходов перигелия, за свою оставшуюся жизнь, может совершить комета? (5 баллов).

Уровень «Знаток» (уровень В)**Задача № 7. «Вспышка кометы 17P/Холмса»**

В октябре 2007 года произошла вспышка кометы 17P/Холмса. В результате чего, за двое суток ее видимая звездная величина увеличилась с $+17^m$ до $+2^m$. Спустя два месяца линейный диаметр ее комы стал больше диаметра Солнца. Определите а) среднюю скорость изменения блеска кометы (в звездных величинах за сутки); б) во сколько раз увеличилась освещенность, создаваемая кометой у поверхности Земли; в) среднюю скорость изменения освещенности (в Вт/(м²·с)); г) среднее значение линейной скорости расширения ее комы (в м/с). (6 баллов).

Задача № 8. «Рефлектор Ньютона и его поле зрения»

В рефлекторе Ньютона, в качестве объектива, установлено сферическое зеркало, диаметром D и фокусным расстоянием F . На главной оптической оси последнего установлено плоское квадратное диагональное зеркало, ориентированное под углом $\alpha = 45^\circ$ к главной оптической оси телескопа. Корпус телескопа (труба телескопа) имеет диаметр D_T и длину L . Вынос фокуса из тела трубы составляет f . Определите а) угловой диаметр поля зрения теле-

скопа; б) оптимальные размеры диагонального зеркала, при котором потери света будут минимальными; в) долю от полного светового потока, падающего в трубу телескопа, которая не участвует в построении изображения. (7 баллов).

Задача № 9. «Падение кометы Шумейкеров-Леви-9 на Юпитер»

В июле 1994 года в атмосферу Юпитера упала комета Шумейкеров-Леви-9, которая, предварительно, была разрушена планетой-гигантом на 23 крупных осколка. Предшествующие два года, данная комета была пленницей Юпитера и обращалась вокруг последнего по вытянутой эллиптической орбите. Известно, что процесс погружения в атмосферу планеты цепочки осколков длился около 40 секунд. Оцените, минимальную и максимальную возможную длину цепочки осколков. Определите среднее расстояние между осколками кометы, на ее орбите, непосредственно перед падением. (8 баллов).

Задача № 10. «Труба Галилея или Кеплера?»

У астронома-любителя в наличии имеются три линзы: первая – собирающая с диаметром $D_1 = 80$ мм, и фокусным расстоянием $f_1 = 800$ мм, вторая – собирающая с диаметром $D_2 = 15$ мм и фокусным расстоянием $f_2 = 20$ мм, третья – рассеивающая с диаметром $D_3 = 10$ мм и фокусным расстоянием $f_3 = 10$ мм. Астроном планирует использовать эти линзы для создания двухлинзовой подзорной трубы (по схеме Кеплера или Галилея). Труба какой оптической схемы будет компактнее? Определите, на сколько длина одной трубы больше другой, если обе сфокусированы на бесконечность? Чему будет равна минимальная площадь фанерного листа, необходимого для создания самодельного футляра для зрительной трубы. У какой трубы а) поле зрения будет больше? б) увеличение больше? в) разрешающая способность выше? г) оптическая сила выше? (8 баллов).

Задача № 11. «Пассажирский стратосферный челнок»

Британскими учеными предложен стратосферный пассажирский летательный аппарат (челнок), который способен вывозить до 15 пассажиров на околоземную орбиту высотой 100 км и там пребывать до 2 часов. Определите, на каком максимальном расстоянии (по поверхности Земли) расположена точка приземления челнока, относительно точки старта, если челнок а) двигался в том же направлении, что и Земля, б) в направлении, противоположном вращению Земли. Какое количество километров пролетит челнок, относительно центра Земли, за это время? (9 баллов).

Задача № 12. «Очки астронома-любителя»

Сильно близорукий астроном-любитель, носящий очки с оптической силой $D = -8$ дптр, четко видит звезды, если очки надеты нормально. До какого максимального расстояния он сможет видеть четко, если очки у него сползут

на нос и окажутся от глаз на $d = 1.5$ см дальше, чем обычно? (10 баллов).

Уровень «Профи» (уровень С)

Задача № 13. «А видна ли Луна с Марса?»

Человечество, в будущем, обязательно колонизирует Марс. Сможет ли будущий покоритель Марса разглядеть Луну с поверхности Красной планеты невооруженным глазом? Видимая с Земли звездная величина Луны в полнолуние равна $m_{\text{л}} = -12.8^{\text{m}}$, среднее расстояние от Земли до Луны – $a_{\text{л}} = 384$ тыс.км, от Солнца до Марса – $a_{\text{с}} = 1.52$ а.е. Свой ответ обоснуйте количественно. (11 баллов).

Задача № 14. «Звезды, подобные Солнцу»

Определите радиус сферы, с центром, расположенным в центре Солнца, в пределах которой еще могут быть видны невооруженным глазом звезды, подобные Солнцу? Чему равно общее количество таких звезд внутри этой сферы, если их концентрация в окрестности Солнца равна $n = 0.001 \text{ пк}^{-3}$. (12 баллов).

Задача № 15. «Максимальная и минимальная продолжительности дня в г. Самаре»

Определите, во сколько раз отличается максимальная продолжительность дня от минимальной в г. Самаре ($\varphi_{\text{С}} = 53^{\circ}12'$)? В какие дни года достигаются эти экстремальные значения? (13 баллов).

Задача № 16. «В центре шарового скопления»

Определите, во сколько раз освещенность, создаваемая звездами шарового скопления в его центре, больше освещенности, создаваемой Солнцем у поверхности Земли? Следует полагать, что данное скопление представляет собой шар с равномерным распределением звезд, подобных Солнцу. Общее количество таких звезд есть $N = 5 \cdot 10^5$, а радиус – $R = 50$ пк. (13 баллов).

Задача № 17. «Фобос и скорость изменения его фазы»

Постройте графики зависимости фазы и скорости ее изменения для Фобоса, спутника Марса, как функции времени его наблюдения, если отсчет времени ведется от фазы "Нового Фобоса" (аналогична фазе новолуния), при наблюдении спутника из центра Красной планеты. Эллиптичностью орбиты Фобоса, ее наклоном пренебречь. Сидерический период обращения спутника принять равным 7 часов 40 мин. (14 баллов).

Задача № 18. «Солнце, пятна и транзит МКС»

На рис. 2 представлена фотография транзита Международной космической станции (МКС) по диску Солнца, полученная в первой декаде июля прошлого года. Частота смены кадров при видеосъемке данного феномена с

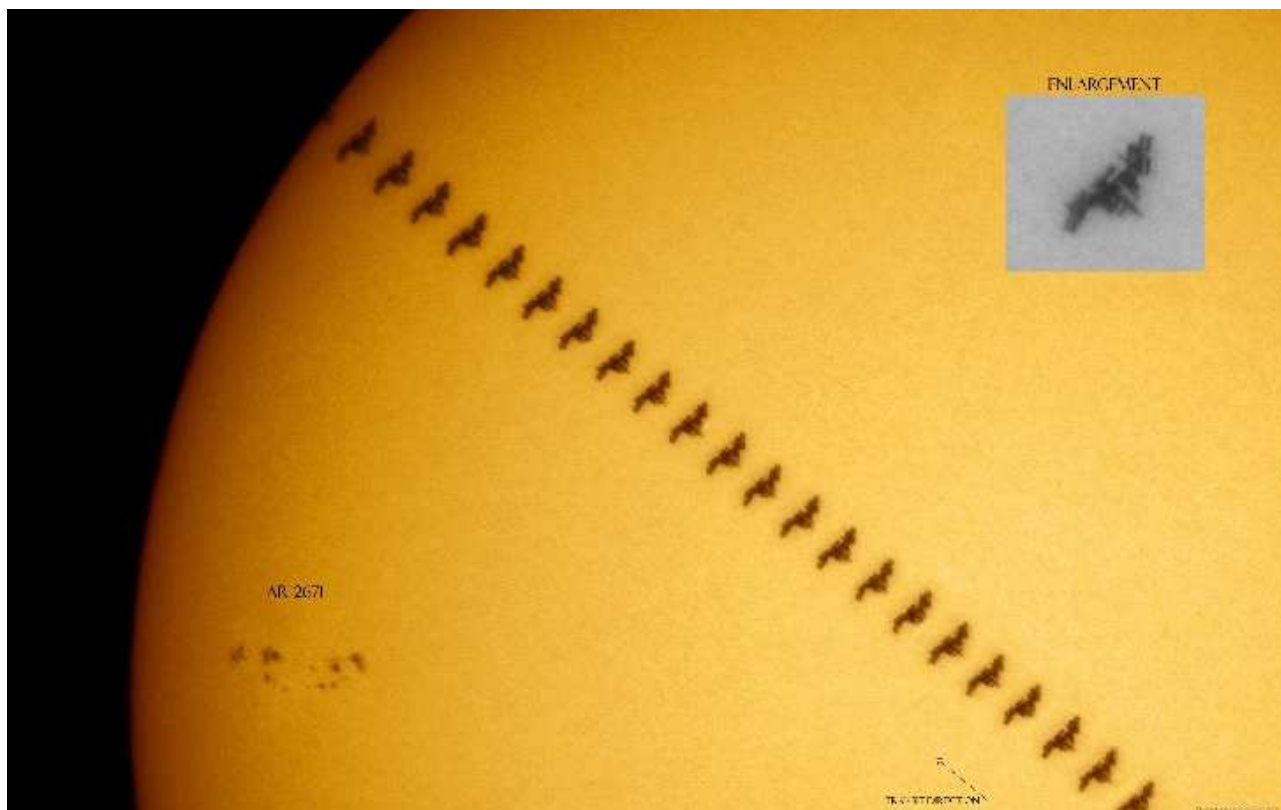


Рис. 2: транзит МКС по диску Солнца.

помощью астрокамеры составила $\nu = 82$ кадра/с. В момент съемки Солнце располагалось вблизи зенита точки съемки. Определите:

1. Угловую скорость видимого перемещения МКС по диску Солнца.
2. Высоту ее орбиты и период ее обращения вокруг центра Земли;
3. Угловую и линейную геоцентрические скорости МКС;
4. Максимальный линейный размер МКС;
5. Во сколько раз линейные размеры группы пятен AR2671 больше диаметра Земли. При определении размеров группы следует учесть эффект проекции. (15 баллов).

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ



Уровень «Новичок» (уровень А)

Задача № 1. «Масштабы Солнечной системы и распространение света»

Решение. Гравитационная граница Солнечной системы представляет собой сферу, в центре которой находится Солнце, и радиус которой $R_G = 1.87$ св. года. Время, в течение которого свет пересечет область, ограниченную сферой, по диаметру, есть

$$t = \frac{2 R_G}{c} = 3.74 \text{ года} = 1.18 \cdot 10^8 \text{ с.}$$

здесь c – скорость света; учтено, что 1 св.год – это расстояние, которое проходит свет за 1 год. Значит $2 R_G$ свет пройдет за $1.87 \times 2 = 3.74$ года. 1 год $= 3.156 \cdot 10^7$ с.

Ответ: $t = 1.18 \cdot 10^8$ с. (3 балла).

Задача № 2. «Атмосфера Титана и свойства ее компонентов»

Дано:

$$\eta_{N_2} = 0.95,$$

$$\eta_{CH_4} = 0.05,$$

$$\rho = 6.0 \text{ кг/м}^3.$$

Найти:

$$n_{N_2}, n_{CH_4} - ?$$

Решение:

Воспользуемся определением массовой плотности:

$$\begin{aligned} \rho = \frac{m}{V} &= \frac{m_{N_2} + m_{CH_4}}{V} = \frac{m_{N_2}^{(0)} N_{N_2} + m_{CH_4}^{(0)} N_{CH_4}}{V} = \\ &= \frac{M_{N_2}}{N_A} n_{N_2} + \frac{M_{CH_4}}{N_A} n_{CH_4}. \end{aligned} \quad (1)$$

здесь $m_{N_2}^{(0)}, m_{CH_4}^{(0)}$ – массы молекул N_2, CH_4 , N_{N_2}, N_{CH_4} – количества данных молекул; $M_{N_2} = 0.028$ кг/моль, $M_{CH_4} = 0.016$ кг/моль – молярные массы данных газов, определяемые по таблице Менделеева (см. рис. А.4 приложения А), n_{N_2}, n_{CH_4} – их концентрации. N_A – постоянная Авогадро. С другой стороны,

$$x = \frac{\eta_{N_2}}{\eta_{CH_4}} = \frac{\nu_{N_2}/\nu_{tot}}{\nu_{CH_4}/\nu_{tot}} = \frac{N_{N_2}}{N_{CH_4}} = \frac{n_{N_2}}{n_{CH_4}}. \quad (2)$$

здесь $\nu_{N_2}, \nu_{CH_4}, \nu_{tot}$ – количества вещества азота, метана и полное количество газа в некотором объеме V атмосферы Титана; также учтено, что $\nu_i = N_i/N_A$

Выразим из последнего уравнения n_{N_2} и подставим в (1). В результате получим

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{M_{N_2}}{N_A} x n_{CH_4} + \frac{M_{CH_4}}{N_A} n_{CH_4}, \Rightarrow \\ n_{CH_4} &= \frac{\rho N_A}{M_{N_2} x + M_{CH_4}} = 6.59 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$n_{N_2} = \frac{x \rho N_A}{M_{N_2} x + M_{CH_4}} = 1.25 \cdot 10^{26} \text{ м}^{-3}. \quad (4)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (3) и (4). (3 балла).

Задача № 3. «Линейная высота сосны»

Дано:

$$\rho_h = 22^\circ,$$

$$r = 28.5 \text{ м.}$$

Найти:

H –?

Решение:

Прежде всего, заметим, что точка (C) сосны, соответствующая половине ее высоты, находится почти в середине кадра, следовательно, данной ситуации соответствует рисунок 3. Здесь в точке O находится наблюдатель. AB – сосна, видимая под углом β . Высота сосны $H = AB$ представляется в виде (при $r = OC$):

$$H = 2 OC \operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = 2r \operatorname{tg} \frac{\beta}{2}. \quad (5)$$

Для определения угла β , определим угловой масштаб фотографии μ_a . Для этого, с помощью линейки, определим в миллиметрах диаметр гало (d). По данным наших измерений – $d = 96$ мм. Ваше значение d может отличаться от выше указанного, при использовании фотографии с другими линейными размерами (от этого искомая величина не зависит). Тогда, угловой масштаб фотографии есть

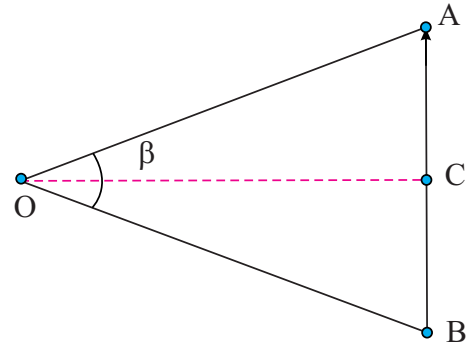


Рис. 3: к определению высоты сосны.

$$\mu_a = \frac{2 \rho_h}{d} = \frac{44^\circ}{96 \text{ мм}} = 0.458 \frac{\text{град}}{\text{мм}}. \quad (6)$$

Далее измерим высоту сосны по рисунку $\ell_H = 97$ мм. Следовательно,

$$\beta = \mu_a \ell_H = 44.5^\circ. \quad (7)$$

Согласно, формуле (7) высота сосны будет равна $H = 23$ м.

Ответ: $H = 23$ м. (3 балла).

Задача № 4. «Угловая высота Солнца и длина дуги гало»

Решение. 1. Очевидно, что Солнце на фотографии 1 непосредственно не запечатлено. Следовательно, необходимо определить его положение на фотографии. Для этого в двух точках гало, не являющихся диаметрально противоположными, проведем касательные к гало (см. рис. 4, это прямые AB и CD). Из точек их касания с гало (точки E и F) восстановим к этим прямым перпендикуляры EO и FO. Они должны пересечься в центре гало, где располагается Солнце (точка O).

Уровень горизонта, как правило, находится при фокусировке на бесконечность (когда оптическая ось фотоаппарата расположена в плоскости горизонта) на середине высоты кадра, т.е., в нашем случае, на уровне верхней границы дальнего хребта. Далее определим высоту $\ell_\odot = 18$ мм Солнца над горизонтом, с помощью линейки по фотографии. С использованием углового

масштаба фотографии, найденного в предыдущей задаче, определим угловую высоту Солнца:

$$h_{\odot} = \mu_a \ell_{\odot} = 8.2^{\circ}. \quad (8)$$

2. Для определения длины дуги малого гало, которая непосредственно видна земному наблюдателю, измерим транспортиром угол, соответствующий невидимой наблюдению части гало ($\alpha = 95^{\circ}$).

Следовательно, искомая величина есть

$$\ell_q = \frac{2\pi}{360^{\circ}} (360^{\circ} - \alpha) \rho_h = 102^{\circ}. \quad (9)$$

3. Поскольку, фотография сделана в истинный полдень, в день зимнего солнцестояния, то склонение Солнца будет $\delta_{\odot} = -\varepsilon = -23^{\circ} 26'$. При этом оно будет в верхней кульминации. В случае кульминации к югу от зенита:

$$h_{\odot} = 90^{\circ} - \varphi + \delta_{\odot}, \Rightarrow \varphi = 90^{\circ} - h_{\odot} + \delta_{\odot} = 58^{\circ} 16'. \quad (10)$$

К северу от зенита:

$$h_{\odot} = 90^{\circ} + \varphi - \delta_{\odot}, \Rightarrow \varphi = 90^{\circ} - h_{\odot} - \delta_{\odot} = 121.7^{\circ}.$$

Последний результат не удовлетворяет области допустимых значений для географической широты φ : $(-90^{\circ}, 90^{\circ})$. Следовательно, фотографии были сделаны в северном полушарии, на широте, определенной значением (10).

Ответ: к задаче представляется выражениями (8)-(10). (4 балла).

Задача № 5. «Новая комета и массовые потери»

Дано:

$$\begin{aligned} \mu &= 1.2 \cdot 10^5 \text{ кг/с}, \\ q &= 0.5 \text{ а.е.}, \\ A &= 0.04. \end{aligned}$$

Найти:

$$R_N - ?$$

Решение:

При прохождении своего перигелия комета получает максимальное значение $E_{\odot}$ энергии, на единицу площади, за единицу времени. При этом прогревается вся ее поверхность и сублимирует лед. Пусть за малый промежуток времени Δt сублимировался лед массой Δm :

$$\Delta m = \frac{\Delta Q}{L}. \quad (11)$$

здесь ΔQ – количество теплоты, затраченное на возгонку льда в пар; L – удельная теплота сублимации льда. Параметр ΔQ можно представить так:

$$\Delta Q = E_{\odot} \pi R_N^2 (1 - A) \Delta t, \quad (12)$$

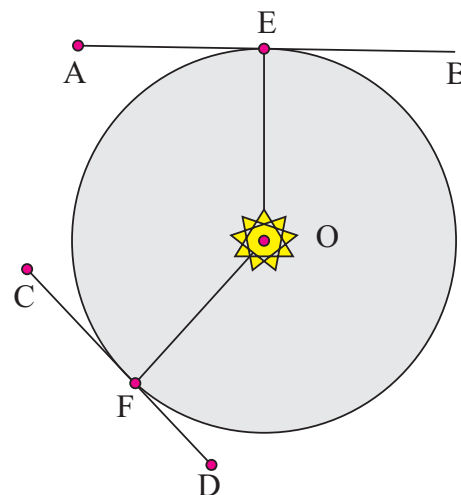


Рис. 4: к определению положения Солнца на фотографии.

здесь R_N – искомый радиус ядра. В перигелии можно полагать начальную температуру сублимируемого льда равной нулю градусов по Цельсию, поскольку поверхностный слой быстро прогревается. Значит, L – это суммарная энергия для возгонки льда по схеме: лед $\rightarrow$ жидкая вода $\rightarrow$ пар, тогда

$$L = \lambda + c_v(t_k - t_{пл}) + L_{и} = 3.05 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}. \quad (13)$$

здесь $\lambda = 3.3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, $L_{и} = 2.3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ – удельные теплоты плавления льда и испарения жидкой воды (в фазе кипения); $c_v = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ – удельная массовая теплоемкость воды, $t_{пл} = 0^\circ$, $t_k = 100^\circ$ – температуры плавления и кипения жидкой воды при нормальных условиях¹.

Из (11) и (12) следует, что

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{E_\odot}{L} \pi R_N^2 (1 - A), \Rightarrow$$

$$R_N = \sqrt{\frac{\mu L}{\pi E_\odot (1 - A)}} = 4720 \text{ м} \approx 4.7 \text{ км}. \quad (14)$$

здесь

$$E_\odot = f_\odot \left(\frac{a_\oplus}{q} \right)^2 = 5444 \text{ Вт/м}^2,$$

$f_\odot = 1361 \text{ Вт/м}^2$ – солнечная постоянная; $a_\oplus$ – большая полуось земной орбиты.

Ответ: $R_N \approx 4.7 \text{ км}$. (4 балла).

Задача № 6. «Эволюция ядра кометы»

Решение. а) Предположим, что за малый промежуток Δt сублимировал поверхностный слой сферического ядра массы Δm , тогда:

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho 4\pi R_N^2 \Delta R_N. \quad (15)$$

Иначе, согласно формулам (11) и (12) предыдущей задачи, имеем

$$\Delta m = \frac{E_\odot}{L} \pi R_N^2 (1 - A) \Delta t. \quad (16)$$

Откуда

$$V_{R_N} = \frac{\Delta R_N}{\Delta t} = \frac{E_\odot (1 - A)}{4\rho L}. \quad (17)$$

Очевидно, что последний результат есть скорость изменения радиуса ядра. Причем V_{R_N} является постоянной величиной, если не учитывать изменение

¹В действительности, условия сублимации кометного льда далеки от нормальных условий, однако для оценочных расчетов данное приближенное выражение является приемлемым.

расстояния при движении в окрестности перигелия. Численный расчет дает значение: $V = 4.66 \cdot 10^{-7}$ м/с.

б) Масса водяного льда (с $\rho = 920$ кг/м³), теряемого ядром кометы при прохождении перигелия, в течение стадии активной сублимации ядра (за $\Delta t = 2$ мес $= 5.184 \cdot 10^6$ с):

$$\Delta m = \mu \Delta t = 6.22 \cdot 10^{11} \text{ кг}, \quad (18)$$

в) При этом, радиус ядра изменится на величину:

$$\Delta R_N = V_{R_N} \cdot \Delta t = 2.4 \text{ м}. \quad (19)$$

г) Количество проходов перигелия можно определить так

$$N = \left[\frac{R_N}{\Delta R_N} \right] + 1 = 1967. \quad (20)$$

Ответ: к задаче представлен выражениями (17) - (20). (5 баллов).

Уровень «Знаток» (уровень В)

Задача № 7. «Вспышка кометы 17P/Холмса»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$m_1 = 17^m,$ $m_2 = 2^m,$ $\Delta t_1 = 2 \text{ сут},$ $\Delta t_2 = 2 \text{ мес}.$	Среднюю скорость изменения блеска кометы определим как $V_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m_1 - m_2}{\Delta t_1} = 7.5^m / \text{сут}, \quad (21)$ Здесь изменение Δm звездной величины кометы составляет
<u>Найти:</u> $V_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} - ?$ $\frac{E_2}{E_1} - ?$ $V_E = \frac{\Delta E}{\Delta t} - ?$ $V_R = \frac{\Delta R}{\Delta t} - ?$	$\Delta m = m_1 - m_2 = 15^m,$ Учитывая, что изменение на 5^m соответствует изменению освещенности на 10^2, то изменение на 15^m соответствует $10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^6$ раз. Следовательно,

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^6 \text{ раз}. \quad (22)$$

Как известно, освещенность, создаваемая звездой с $m_0 = 0^m$, имеет освещенность $E_0 = 2.48 \cdot 10^{-8}$ Вт/м². Освещенность, создаваемая кометой с $m_2 = 2^m$ есть $E_2 = E_0 / (2.512)^2 = 3.93 \cdot 10^{-9}$ Вт/м², а с $m_1 = 17^m - E_1 = E_2 / 10^6 = 3.93 \cdot 10^{-15}$ Вт/м².

Тогда, средняя скорость изменения освещенности есть

$$V_E = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{E_2 - E_1}{\Delta t_1} = 2.27 \cdot 10^{-14} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{с)}. \quad (23)$$

Линейную скорость расширения комы кометы оценим как

$$V_R = \frac{\Delta R}{\Delta t} = \frac{R_{\odot}}{\Delta t_2} = 134 \text{ м/с}, \quad (24)$$

здесь мы пренебрегли начальным радиусом комы, поскольку он был, очевидно, очень малым ($\sim 10^4$ км).

Ответ: к задаче представляется выражениями (21)-(24). (6 баллов).

Задача № 8. «Рефлектор Ньютона и его поле зрения»

Дано:

$$D, F, f, L$$

$$D_T, \alpha = 45^\circ.$$

Найти:

$$D_T'', a - ?$$

$$\eta = \frac{\Phi_{\text{out}}}{\Phi_0} - ?$$

Решение:

Построим рисунок, соответствующий условию задачи. Здесь [1] – главное зеркало телескопа, [2] – главная оптическая ось телескопа, совпадающая с осью трубы (см.рис. 5).

а) Определим угловое поле зрения телескопа. Очевидно, что это удвоенное значение угла $\angle ACB$:

$$\Omega = 2\angle ACB = 2 \arcsin \left(\frac{D_T - D}{2L} \right) \approx \frac{D_T - D}{L}, \quad (25)$$

здесь учтено, что для рефлектора Ньютона, как правило, выполняется условие вида:

$$D_T - D \ll L, \quad \text{тогда } x = (D_T - D)/2L \ll 1, \quad \arcsin x \approx x.$$

б) Определим расстояние, на котором от главного зеркала необходимо расположить вторичное, чтобы весь световой пучок, отраженный главным выводился в фокус телескопа.

$$S = F - f - \frac{D_T}{2}. \quad (26)$$

Из подобия треугольников, образованных главным и вторичным зеркалом, и лучами, отраженными от главного, следует, что

$$\frac{F - S}{F} = \frac{a \cos \alpha}{D}, \Rightarrow a = \frac{D}{\cos \alpha} \left(\frac{F - S}{F} \right) = \frac{D}{\cos \alpha} \left(\frac{f + \frac{D_T}{2}}{F} \right). \quad (27)$$

Последний результат определяет минимальное значение стороны квадратного зеркала.

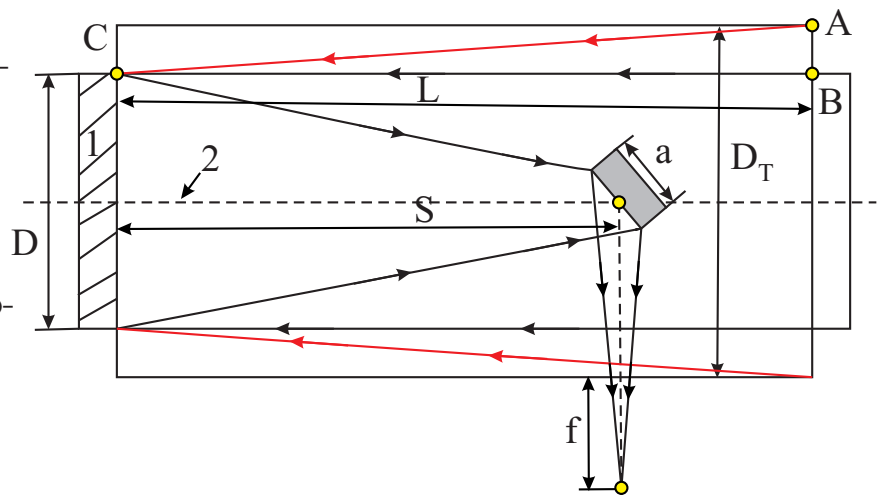


Рис. 5: к определению искомых величин.

в) Не участвует в построении изображения лишь та часть излучения, которая падает в трубу телескопа на диагональное зеркало и в кольцо, между стенкой трубы и зеркалом. Тогда,

$$\eta = \frac{\bar{\Phi}'}{\Phi_0} = \frac{E(S'' + \pi(D_T^2 - D^2)/4)}{E\pi D_T^2/4} = \frac{4a^2 \cos \alpha}{\pi D_T^2} + \left(1 - \frac{D}{D_T}\right)^2. \quad (28)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (25), (27), (28). (7 баллов).

Задача № 9. «Падение кометы Шумейкеров-Леви-9 на Юпитер»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$N = 23,$ $\Delta t = 40 \text{ с.}$	Поскольку, комета являлась спутником Юпитера предшествующие два года, то ее скорость у поверхности планеты не могла быть больше второй космической скорости планеты, т.е.
<u>Найти:</u>	$V_c \leq V_{II} = \sqrt{\frac{2G\mathfrak{M}_J}{\mathfrak{R}_J}} = 60.21 \text{ км/с.} \quad (29)$
$L_{\min} - ?$	С другой стороны, известно, что останки кометы двигались по эллиптической орбите, следовательно их скорость должна быть больше первой космической скорости у поверхности планеты:
$L_{\max} - ?$	
$\bar{\ell} - ?$	

$$V_c > V_I = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_J}{\mathfrak{R}_J}} = 42.57 \text{ км/с.} \quad (30)$$

Поскольку, время погружения кометы в тело планеты известно, то минимальная и максимальная длина цепочки осколков представляется в виде:

$$L_{\min} = V_I \cdot \Delta t = 1703 \text{ км}, \quad L_{\max} = V_{II} \cdot \Delta t = 2408 \text{ км.} \quad (31)$$

Соответствующие значения среднего расстояния между осколками есть

$$\bar{\ell}_{\min} = \frac{L_{\min}}{(N-1)} = 77.4 \text{ км}, \quad \ell_{\max} = \frac{L_{\max}}{(N-1)} = 109.5 \text{ км.} \quad (32)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (31)-(32). (8 баллов).

Задача № 10. «Труба Галилея или Кеплера?»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$D_1 = 80 \text{ мм},$ $f_1 = 800 \text{ мм},$ $D_2 = 15 \text{ мм},$ $f_2 = 20 \text{ мм},$ $D_3 = 10 \text{ мм},$ $ f_3 = 10 \text{ мм.}$	Изобразим оптические схемы зрительных труб (см. рис. 6). Важно помнить, что световые лучи, вышедшие из окуляра трубы, сфокусированной на бесконечность, должны быть параллельными главной оптической оси $O_1 O_2$. Из рис. 6.а) и 6.б) видно, что труба Галилея будет более короткой, поскольку, чтобы выходящие лучи были парал-

Найти:

$L_{\min}, \Gamma_{\max} - ?$

$\Delta L, \beta_{\min} - ?$

$S_{\min}, R_{\max} - ?$

$\Omega_{\max} - ?$

лельны $O_1 O_2$, необходимо, чтобы правый фокус окуляра ($F_{\text{ок}}$ рассеивающей линзы) совпадал с правым фокусом $F_{\text{об}}$ объектива. В случае трубы Кеплера, правый фокус объектива должен совпадать с левым фокусом окуляра $F_{\text{ок}}$. Т.е., минимальная длина трубы Кеплера

$$L_{\max} = L_K = f_1 + f_2 = 820 \text{ мм},$$

трубы Галилея

$$L_{\min} = L_G = f_1 - |f_3| = 790 \text{ мм}.$$

Тогда, искомая величина есть

$$\Delta L = L_{\max} - L_{\min} = f_2 + |f_3| = 30 \text{ мм}. \quad (33)$$

Очевидно, что футляром для трубы будет служить прямоугольная коробка, размеры которой не могут быть меньше $D_1 \times D_1 \times L$.

В итоге, для трубы Кеплера и Галилея имеем

$$S_{\min}^{(K)} = 2(D_1 \times D_1) + 4 \times D_1 \times L_K = 0.275 \text{ м}^2. \quad (34)$$

$$S_{\min}^{(G)} = 2(D_1 \times D_1) + 4 \times D_1 \times L_G = 0.266 \text{ м}^2. \quad (35)$$

Угловой диаметр (D_T'') поля зрения трубы определяется удвоенным максимальным значением угла Ω между лучами, падающими на объектив и проходящими сквозь окуляр, формируя итоговое изображение астрономического объекта, и главной оптической осью (см. рис. 7). Из $\triangle O_1 E F$ следует, что

$$\operatorname{tg} \Omega = \frac{EF}{O_1 F} = \frac{d}{f_1}. \quad (36)$$

Из подобия треугольников $\triangle GEF$ и $\triangle GCO_2$ следует, что

$$\frac{EF}{CO_2} = \frac{GF}{GO_2}, \Rightarrow \frac{2d}{D_2} = \frac{x - f_2}{x}, \Rightarrow d = \frac{D_2}{2} \left(\frac{x - f_2}{x} \right). \quad (37)$$

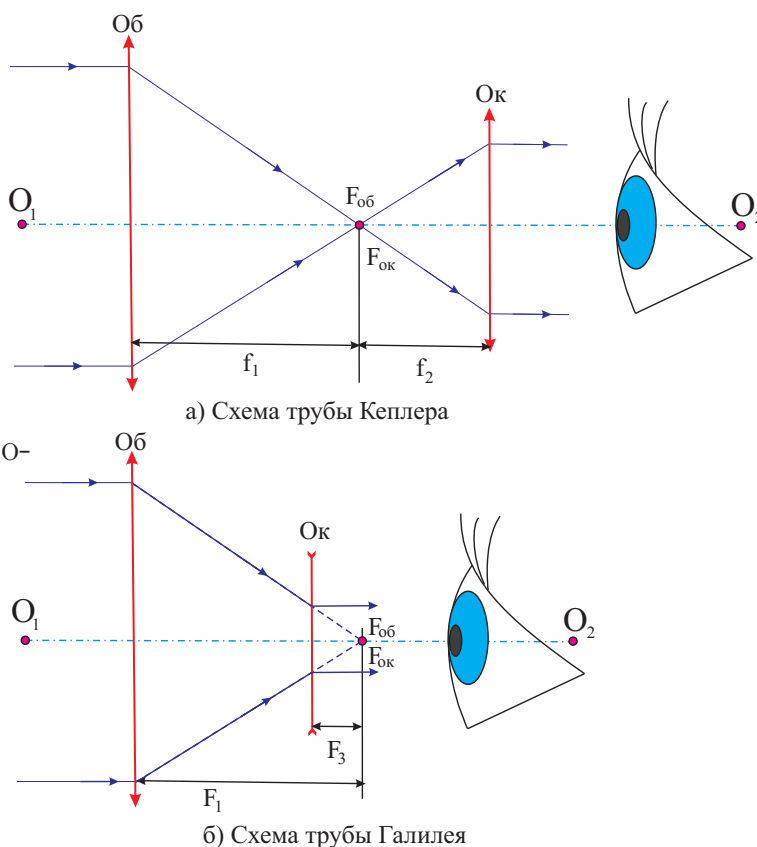


Рис. 6: к определению оптических схем Кеплера и Галилея.

где $x = GO_2$. Последний параметр легко определить из $\triangle GCO_2$:

$$x = \frac{D_2}{2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (38)$$

Из $\triangle BHC$ следует, что

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D_1 + D_2}{2(f_1 + f_2)}. \quad (39)$$

Из (36)-(39) получается итоговое выражение для $\operatorname{tg} \Omega_K$:

$$\operatorname{tg} \Omega_K = \frac{1}{2} \left(\frac{f_1 D_2 - f_2 D_1}{f_1(f_1 + f_2)} \right), \Rightarrow$$

$$D''_{TK} = 2\Omega_K = 2 \arctan \left[\frac{1}{2} \frac{(f_1 D_2 - f_2 D_1)}{f_1(f_1 + f_2)} \right] = 0.91^\circ. \quad (40)$$

В случае трубы Галилея необходимо произвести замену вида: $f_2 \rightarrow |f_3|$, $(f_1 + f_2) \rightarrow (f_1 - |f_3|)$, $D_2 \rightarrow D_3$. В итоге получаем

$$\operatorname{tg} \Omega_G = \frac{1}{2} \frac{(f_1 D_3 - |f_3| D_1)}{f_1(f_1 - |f_3|)}, \Rightarrow$$

$$D''_{TG} = 2\Omega_G = 2 \arctan \left[\frac{1}{2} \frac{(f_1 D_3 - |f_3| D_1)}{f_1(f_1 - |f_3|)} \right] = 0.65^\circ. \quad (41)$$

Из сравнения D''_{TK} и D''_{TG} следует, что труба Кеплера будет обладать большим полем зрения.

б) Увеличение зрительных труб будет определяться как

$$\Gamma_K = \frac{f_1}{f_2} = 40^\times, \quad \Gamma_G = \frac{f_1}{|f_3|} = 80^\times, \quad (42)$$

т.е., труба Галилея будет давать большее увеличение.

в) Разрешающая способность трубы определяется лишь характеристиками объектива, следовательно

$$\beta_K = \beta_G = \frac{140''}{80} = 1.75''. \quad (43)$$

г) Оптическая сила пары тонких линз определяется по формуле:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2.$$

В случае трубы Кеплера, сфокусированной на бесконечность:

$$\Phi_K = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{(f_1 + f_2)}{f_1 \cdot f_2} = 0.$$

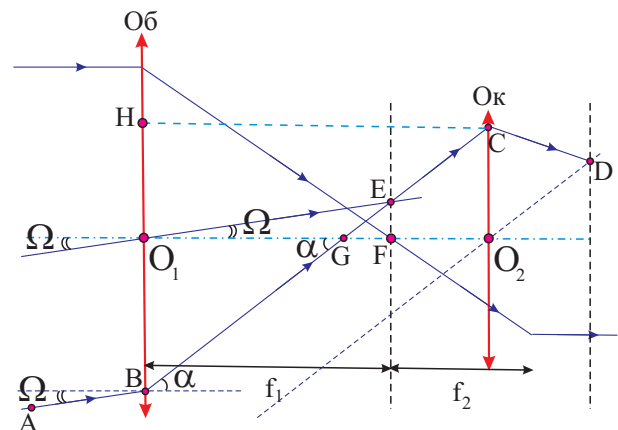


Рис. 7: к определению углового диаметра поля зрения трубы Кеплера.

В случае трубы Галилея

$$\Phi_G = \frac{1}{f_1} - \frac{1}{|f_3|} + \frac{(f_1 - |f_3|)}{f_1|f_3|} = 0.$$

Что и следовало ожидать. Т.е., оптические силы труб, сфокусированных на бесконечность, одинаковы и равны нулю.

Ответ: у трубы Галилея труба компактнее; $\Delta L=30$ мм; выражения (34), (35); **а)** у трубы Кеплера; **б)** у трубы Галилея; **в)** одинаковая; **г)** одинакова и равна нулю. (8 баллов).

Задача № 11. «Пассажирский стратосферный челнок»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$H = 100$ км, $\tau = 2$ часа.	На высоте $H = 100$ км атмосфера является сильно разреженной, поэтому столь продолжительное время челнок может находиться на данной высоте, лишь двигаясь с первой космической скоростью по круговой орбите:
<u>Найти:</u>	
$S_{\max}, \ell - ?$	

$$V_I = V_I^{(0)} \left(\frac{\mathfrak{R}_{\oplus}}{\mathfrak{R}_{\oplus} + H} \right)^{1/2} \approx V_I^{(0)} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \frac{H}{\mathfrak{R}_{\oplus}} \right) \approx 7.85 \text{ км/с}, \quad (44)$$

здесь учтено, что $H \ll \mathfrak{R}_{\oplus}$ и использовано приближение вида:

$$(1+x)^{\alpha} \approx 1 + \alpha \cdot x, \quad x \ll 1. \quad (45)$$

В (44) $V_I^{(0)}=7.91$ км/с – первая космическая скорость у поверхности Земли. Следовательно, относительно центра Земли челнок преодолел путь

$$\ell = V_I \cdot \tau = 5.65 \cdot 10^4 \text{ км}. \quad (46)$$

Земля за это время повернется на угол

$$\varphi = \omega_{\oplus} \cdot \tau = 30^{\circ} = \frac{\pi}{6}.$$

Далее рассмотрим движение челнока в экваториальной плоскости Земли (в общем случае, расчет искомой величины весьма сложен). За данное время точки экватора Земли переместились на расстояние:

$$\ell_{\oplus} = \mathfrak{R}_{\oplus} \cdot \varphi = 3340 \text{ км}.$$

Следовательно, в случае а):

$$S_{\max} = \ell - \ell_{\oplus} - \left[\frac{\ell - \ell_{\oplus}}{2\pi\mathfrak{R}_{\oplus}} \right] \cdot 2\pi\mathfrak{R}_{\oplus} = 13086 \text{ км}. \quad (47)$$

В случае б):

$$S_{\max} = \ell + \ell_{\oplus} - \left[\frac{\ell + \ell_{\oplus}}{2\pi\mathfrak{R}_{\oplus}} \right] \cdot 2\pi\mathfrak{R}_{\oplus} = 19768 \text{ км}. \quad (48)$$

Ответ: к задаче представляется выражениями (46)-(48). (9 баллов).

Задача № 12. «Очки астронома-любителя»

Дано:

$$D = -8 \text{ дптр},$$

$$d = 1.5 \text{ см.}$$

Найти:

$$a_{\max} - ?$$

Решение:

Как известно, близорукий человек носит очки с рассеивающими линзами. В соответствии с формулой тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad (49)$$

где $F = 1/D < 0$ – фокусное расстояние линзы, $a \ll \infty$ – расстояние от линзы до четко видимого предмета, $b < 0$ – расстояние от линзы до изображения. Поскольку $1/a \geq 0$, то $\frac{1}{b} = \frac{1}{F} - \frac{1}{a} \leq \frac{1}{F}$, откуда $b \geq F$ и, следовательно, $|b| \leq |F|$. Таким образом, близорукий человек в очках видит предмет четко, если его изображение удалено от глаза не более, чем на $|F| + d_0$, где d_0 – расстояние от глаза до линзы очков, когда они надеты нормально (см. рис. 8).

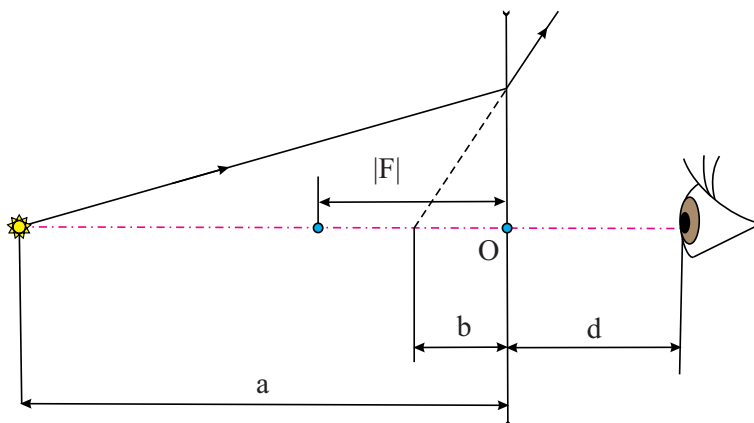


Рис. 8: к определению искомой величины.

Для того, чтобы человек видел предмет четко, когда они сползут на расстояние d , дальше от глаз, изображение по-прежнему должно быть удалено от глаза не более чем на $|F| + d_0$, а от плоскости линзы – не более, чем на $|F| - d$. Таким образом, $|b| \leq |F| - d$, откуда $b \geq F + d$ и $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{F+d}$. Тогда

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{F} - \frac{1}{b} \geq \frac{1}{F} - \frac{1}{F+d} = \frac{d}{F(F+d)}.$$

Отсюда

$$a \leq a_{\max} = \frac{F(F+d)}{d} = \frac{1+dD}{dD^2} = 0.92 \text{ м.} \quad (50)$$

Ответ: к задаче представлен выражением (50). (10 баллов).

Уровень «Профи» (уровень С)

Задача № 13. «А видна ли Луна с Марса?»

Дано:

$$m_{\zeta}^{(0)} = -12.8^{\text{м}},$$

$$a_{\zeta} = 3.84 \cdot 10^5 \text{ км},$$

$$a_{\sigma} = 1.52 \text{ а.е.}$$

Найти:

сможет ли увидеть – ?

Решение:

Поскольку, Луна является спутником Земли, то она совершает регулярное движение вокруг последней. Будущий покоритель сможет увидеть Луну, если выполняются следующие 2 условия:

1. Максимальное угловое расстояние Луны от Земли для покорителя должно быть не меньше разрешающей

способности $\beta_y = 60'' - 120''$ человеческого глаза.

2. Звездная величина Луны при этом должна быть не более 6^m . Определим максимальное угловое расстояние Луны от Земли:

$$d''_{\max} = \frac{a_{\zeta}}{a_{\sigma} - a_{\oplus}} 3438' = 17' \gg \beta_y.$$

Однако, следует отметить, что оптимальные условия наблюдений Луны (как и Земли) с Марса наступают, когда Земля находится в наибольшей элонгации (а Марс, соответственно, в квадратуре). Определим угловое расстояние в этом случае:

$$d'' = \frac{a_{\zeta}}{\sqrt{a_{\sigma}^2 - a_{\oplus}^2}} 3438' = 7.7' > \beta_y. \quad (51)$$

Следовательно, Луна удовлетворяет первому условию видимости. Проверим выполнение второго. В наибольшей элонгации фаза Луны будет равна $F = 0.5$. Освещенность, создаваемая Луной у поверхности Марса, будет равна

$$E_{\zeta} = \frac{\Phi_0 F}{4\pi(a_{\sigma}^2 - a_{\oplus}^2)} = \frac{\Phi_0}{4\pi a_{\zeta}^2} \frac{F a_{\zeta}^2}{(a_{\sigma}^2 - a_{\oplus}^2)} = E_{\zeta}^{(0)} \frac{F a_{\zeta}^2}{(a_{\sigma}^2 - a_{\oplus}^2)} \quad (52)$$

здесь Φ_0 – полный поток Солнечного света, отбрасываемого Луной; $E_{\zeta}^{(0)}$ – освещенность создаваемая Луной у поверхности Земли в полнолуние (соответствующая ей звездная величина $m_{\zeta}^{(0)} = -12.7^m$). Воспользуемся формулой Погсона:

$$m_{\zeta} - m_{\zeta}^{(0)} = -2.5 \lg \left(\frac{E_{\zeta}}{E_{\zeta}^{(0)}} \right) = 2.5 \lg \left(\frac{a_{\sigma}^2 - a_{\oplus}^2}{F \cdot a_{\zeta}^2} \right) = 14.0^m, \Rightarrow$$

$$m_{\zeta} = m_{\zeta}^{(0)} + 14.0^m = 1.3^m > 6^m.$$

Следовательно, Луну сможет увидеть будущий покоритель Марса.

Ответ: сможет увидеть. (11 баллов).

Задача № 14. «Звезды, подобные Солнцу»

<u>Дано:</u>	<u>Решение:</u>
$n = 0.001 \text{ пк}^{-3},$ $M_{\odot} = 4.83^m.$	Чтобы были видны звезды, подобные Солнцу, необходимо чтобы их видимая звездная величина была не больше $m_{\max} = 6^m$. В предельном случае, имеем
<u>Найти:</u> $r_{\max}, N_{\odot} - ?$	$M_{\odot} = m_{\max} + 5^m - 5^m \cdot \lg r_{\max} \Rightarrow$ $r_{\max} = 10^{1+0.2(m_{\max}-M_{\odot})} = 17.14 \text{ пк.} \quad (53)$

Объем искомой сферы есть

$$V = \frac{4\pi}{3} r_{\max}^3 = 21090 \text{ пк.}$$

Следовательно, общее количество звезд, подобных Солнцу, есть

$$N_{\odot} = n \cdot V = 21 \text{ звезда.}$$

Т.о., земной наблюдатель может увидеть невооруженным глазом около 20 звезд, подобных Солнцу.

Ответ: $r_{\max}=17.14$ пк; $N_{\odot}=21$ звезда. (12 баллов).

Задача № 15. «Максимальная и минимальная продолжительности дня в г. Самаре»

Дано:

$$\varphi_S = 53^\circ 12'.$$

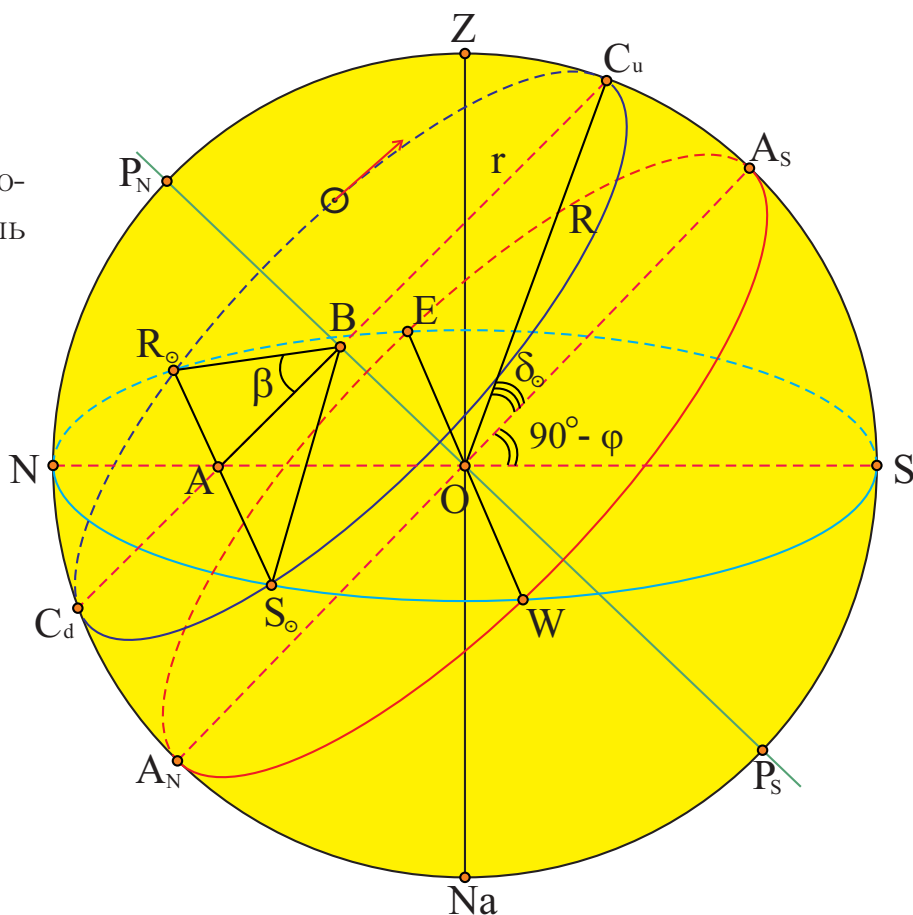
Найти:

$$\eta = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}} - ?$$

Решение:

Рассмотрим вспомогательную задачу – определим длину дуги суточной параллели центра видимого диска Солнца (истинного Солнца), расположенной над горизонтом. Для

этого рассмотрим суточное движение истинного Солнца (со склонением $\delta_{\odot}$) по небосводу (см. рис. 9), вдоль суточной параллели RC_uSC_d , для наблюдателя, находящегося в северном географическом полушарии, на широте φ ($\varphi > 0$). Истинное Солнце восходит над горизонтом в точке $R_{\odot}$, поднимается выше и кульминирует в точке C_u , затем опускается и заходит за горизонт в точке $S_{\odot}$. Далее его



суточное движение по Рис. 9: к определению части дуги суточной параллели истинного небосводу продолж- Солнца, соответствующей ее видимому движению над горизонтом. ется по дуге SC_dR ,

скрытой от глаз наблюдателя, находящегося в точке O – центре небесной сферы. Т.о., нам необходимо определить угловую меру ℓ дуги RC_uS . Из рисунка видно, дугу можно представить в виде:

$$\ell = 360^\circ - 2\beta. \quad (54)$$

где β – угол прямоугольного треугольника ΔARB . Последний можно определить следующей формулой:

$$\cos \beta = \frac{AB}{RB} = \frac{OB \operatorname{ctg} \angle BAO}{r} \quad (55)$$

здесь $r = RB = BC_u$ – радиус суточной параллели истинного Солнца, который можно легко определить из ΔOC_uB :

$$r = R \cos \delta_{\odot}, \quad (56)$$

здесь R – радиус небесной сферы, $\delta_{\odot}$ – склонение Солнца. OB можно выразить из того же треугольника

$$OB = R \sin \delta_{\odot}.$$

Из рис. 9 нетрудно видеть, что $\angle BAO = \angle A_s OS = 90^\circ - \varphi$. В итоге, $\cos \beta$ можно представить в виде:

$$\cos \beta = \operatorname{tg} \delta_{\odot} \cdot \operatorname{tg} \varphi, \quad \text{при } |\delta_{\odot}| \leq |90^\circ - \varphi|. \quad (57)$$

При $\delta_{\odot} > 90^\circ - \varphi$, суточная параллель Солнца целиком лежит над горизонтом ($\ell = 360^\circ$). При $\delta_{\odot} < -(90^\circ - \varphi)$ – его суточная параллель лежит полностью под горизонтом ($\ell = 0^\circ$). Следовательно, итоговое выражение для длины дуги видимой части суточной параллели истинного Солнца (в северном полушарии) можно записать так:

$$\ell = \left\{ \begin{array}{ll} 360^\circ, & \text{при } \delta_{\odot} > 90^\circ - \varphi, \\ 360^\circ - 2 \arccos(\operatorname{tg} \delta_{\odot} \cdot \operatorname{tg} \varphi), & \text{при } |\delta_{\odot}| \leq |90^\circ - \varphi|, \\ 0^\circ, & \text{при } \delta_{\odot} < -(90^\circ - \varphi) \end{array} \right\}. \quad (58)$$

Солнце всегда является восходящим и заходящим небесным телом в г. Самаре. Следовательно, время пребывания истинного Солнца над горизонтом есть

$$\tau_1 = \frac{360^\circ - 2 \arccos(\operatorname{tg} \delta_{\odot} \operatorname{tg} \varphi_S)}{\omega_{\oplus}}. \quad (59)$$

Здесь $\omega_{\oplus} = 15^\circ/\text{час}$ – угловая скорость вращения Земли. Конечность угловых размеров Солнца ($\rho_{\odot} = 16'$) и рефракция света (δz) приводят к увеличению продолжительности дня. Согласно рис. 10, чтобы видимый диск Солнца скрылся на закате за горизонтом, необходимо, чтобы истинное Солнце, двигаясь по своей параллели, погрузилось под горизонт на угол

$$\delta \ell = \delta z + \rho_{\odot} = 51'. \quad (60)$$

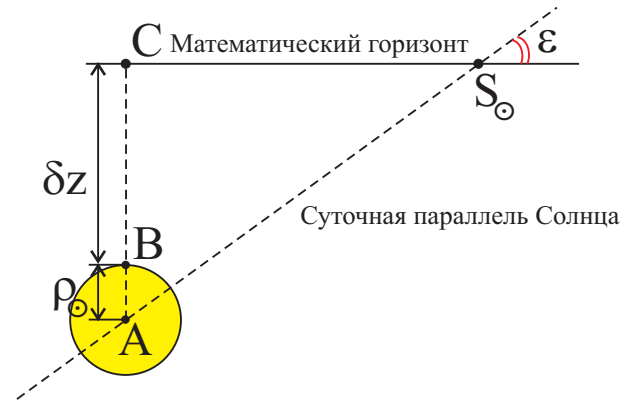


Рис. 10: к определению времени (τ_2) захода Солнца за горизонт.

Время, необходимое для перемещения истинного Солнца из точки $S_{\odot}$ в точку A , есть

$$\tau_2 = \frac{\delta \ell}{\omega_{\oplus} \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \delta_{\odot}}. \quad (61)$$

Очевидно, что на столько же увеличивается продолжительность дня на восходе Солнца. Следовательно, полная продолжительность дня есть

$$\tau = \tau_1 + 2 \tau_2 = \frac{360^{\circ} - 2 \arccos[\operatorname{tg} \delta_{\odot} \cdot \operatorname{tg} \varphi_S]}{\omega_{\oplus}} + \frac{2 \delta \ell}{\omega_{\oplus} \cdot \sin \varepsilon \cdot \cos \delta_{\odot}}.$$

Очевидно, что чем больше $\delta_{\odot}$, тем больше τ . И наоборот: чем меньше $\delta_{\odot}$, тем меньше τ . Тогда, учитывая, что область допустимых значений для склонения Солнца есть

$$-\varepsilon \leq \delta_{\odot} \leq \varepsilon,$$

можем определить минимальную и максимальную продолжительность дня в г. Самаре:

$$\tau_{\min} = \frac{360^{\circ} - 2 \arccos[-\operatorname{tg} \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \varphi_S]}{\omega_{\oplus}} + \frac{4 \delta \ell}{\omega_{\oplus} \sin 2\varepsilon} = 7^{\text{ч}}16.7^{\text{м}} + 18.6^{\text{м}} = 7^{\text{ч}}35.3^{\text{м}}.$$

$$\tau_{\max} = \frac{360^{\circ} - 2 \arccos[\operatorname{tg} \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \varphi_S]}{\omega_{\oplus}} + \frac{4 \delta \ell}{\omega_{\oplus} \sin 2\varepsilon} = 16^{\text{ч}}43.3^{\text{м}} + 18.6^{\text{м}} = 17^{\text{ч}}01.9^{\text{м}}.$$

Тогда,

$$\eta = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\min}} = 2.24.$$

Максимальная и минимальная продолжительность дня в г. Самаре, очевидно, достигаются в дни летнего и зимнего солнцестояния.

Ответ: $\eta = 2.24$, в дни летнего и зимнего солнцестояния. (13 баллов).

Задача № 16. «В центре шарового скопления»

Дано:

$$N = 5 \cdot 10^5,$$

$$R = 50 \text{ пк.}$$

Найти:

$$\frac{E}{E_{\odot}} - ?$$

Решение:

Рассмотрим тонкий сферический слой толщины Δr в теле скопления (см. рис. 11) с внутренним радиусом r . Внутри этого слоя существует ΔN звезд, каждая из которых создает освещенность в точке O , равную

$$E_0 = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2}. \quad (62)$$

Полная освещенность, создаваемая ΔN звездами слоя, есть

$$\Delta E_{\text{tot}} = \Delta N \cdot E_0 = \frac{L_{\odot}}{4\pi r^2} \cdot n \cdot \Delta V. \quad (63)$$

здесь n – концентрация звезд в скоплении, определяемая формулой вида:

$$n = \frac{N}{\frac{4\pi}{3}R^3} = \frac{3N}{4\pi R^3}. \quad (64)$$

Объем тонкого слоя есть

$$\Delta V = 4\pi r^2 \cdot \Delta r. \quad (65)$$

В итоге, E_{tot} можно представить в виде:

$$E_{\text{tot}} = L_{\odot} \frac{3N}{4\pi R^3} \cdot \Delta r. \quad (66)$$

Выполняя суммирование уравнения (66) по всем тонким сферическим слоям скопления (на которые мы мысленно можем разбить тело скопления), в результате получаем

$$E_{\text{tot}} = L_{\odot} \frac{3N}{4\pi R^3} \cdot R = \frac{3NL_{\odot}}{4\pi R^2} = \frac{3NL_{\odot}}{4\pi a_{\oplus}^2} \cdot \left(\frac{a_{\oplus}}{R}\right)^2 = 3NE_{\odot} \left(\frac{a_{\oplus}}{R}\right)^2. \quad (67)$$

здесь $E_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi a_{\oplus}^2}$ – освещенность, создаваемая Солнцем у поверхности Земли (солнечная постоянная); $a_{\oplus}$ – большая полуось земной орбиты.

$$\frac{E}{E_{\odot}} = 3N \cdot \left(\frac{a_{\oplus}}{R}\right)^2 = 1.41 \cdot 10^{-8}. \quad (68)$$

Ответ: $\frac{E}{E_{\odot}} = 1.41 \cdot 10^{-8}$. (13 баллов).

Задача № 17. «Фобос и скорость изменения его фазы»

Решение. Прежде всего заметим, что радиус орбиты Фобоса $a_f = 9380$ км, а радиус Марса – $R_{\odot} = 3397$ км, т.е. $a_f = 2.76 \cdot R_{\odot}$. Следовательно, Фобос очень близко расположен к телу Красной планеты. Представим орбиту спутника и тело материнской планеты на рис. 12. Согласно определению, **фазой небесного тела** называется безразмерная величина, равная отношению угловой площади, освещенной Солнцем части поверхности небесного тела, к площади всей поверхности небесного тела, видимой наблюдателю:

$$F = \frac{S_{\text{осв}}}{S_{\text{полн}}} = \frac{1}{2}(1 + \cos \varphi). \quad (69)$$

Здесь фаза так же представлена через фазовый угол φ – угол между направлениями на Солнце и на наблюдателя, если смотреть из центра небесного тела

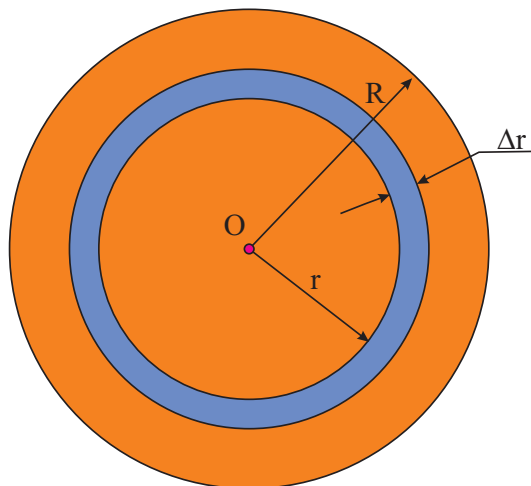


Рис. 11: к определению объема тонкого сферического слоя.

(см. рис. 12). Фазовый угол, можно легко связать с *позиционным углом* (θ) спутника, отсчитываемым от точки А. Последний можно легко представить через сидерический его период обращения:

$$\varphi = \pi - \theta = \pi - \frac{2\pi}{T_f} \cdot t. \quad (70)$$

Следовательно, фазу Фобоса можно представить в виде:

$$F = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T_f} \right). \quad (71)$$

Здесь мы учли, что сидерический период (T_f) спутника много меньше сидерического периода планеты ($T_{\odot}$) вокруг Солнца, тогда синодический период спутника (период смены полного цикла фаз) есть

$$S = \frac{T_{\odot} \cdot T_f}{T_{\odot} - T_f} \approx T_f.$$

Однако, по закону (71), фаза будет нарастать лишь до точки В, где Фобос погружается в тень материнской планеты, и потому $F = 0$, на участке ВС его орбиты. Определим момент времени попадания Фобоса в точку В. Из рисунка очевидно, что

$$\gamma + \theta_B = \pi, \Rightarrow \frac{2\pi t_B}{T_f} = \pi - \arcsin \left[\frac{\Re_{\odot}}{a_f} \right], \Rightarrow$$

$$t_B = \frac{T_f}{2\pi} \left[\pi - \arcsin \left[\frac{\Re_{\odot}}{a_f} \right] \right] = 0.44 \cdot T_f.$$

Оценим максимальное время погружения Фобоса в конус тени Марса.

$$\tau_{\text{пог}} = \frac{d_f}{V_f \cdot \cos \gamma} = 13.5 \text{ с} = 4.9 \cdot 10^{-4} T_f, \text{ где } V_f = \frac{2\pi a_f}{T_f} = 2.135 \text{ км/с},$$

здесь V_f – орбитальная скорость движения Фобоса; $d_f=26.8$ км – наибольший размер его тела. В итоге, фаза Фобоса, как функция времени, представляется в виде:

$$F = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T_f} \right), & \text{при } t \leq 0.44 T_f \cup t \geq 0.56 T_f, \\ 0, & 0.44 T_f < t < 0.56 T_f \end{array} \right\}. \quad (72)$$

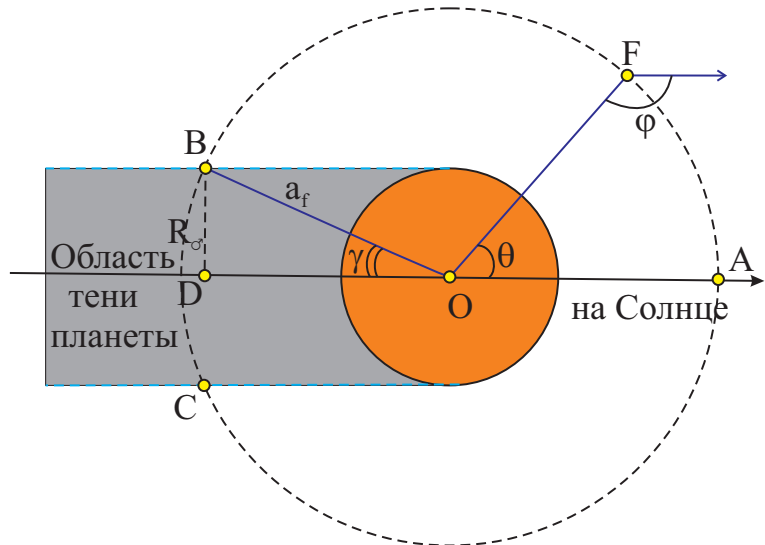


Рис. 12: к определению фазового угла Фобоса.

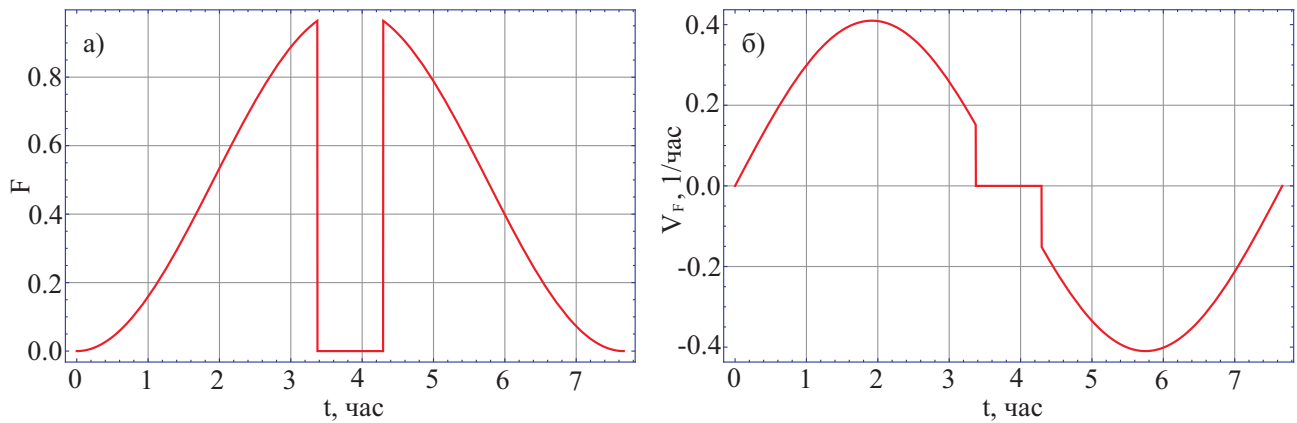


Рис. 13: зависимость а) фазы Фобоса и б) скорости ее изменения от времени его наблюдения.

График зависимости $F(t)$ представляется кривой рис. 13.а).

Определим выражение для скорости изменения фазы Фобоса

$$\begin{aligned}
 V_F &= \frac{\Delta F}{\Delta t} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T_f} (t + \Delta t) \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T_f} \right)}{\Delta t} = \\
 &= \frac{1}{2\Delta t} \left(\cos \frac{2\pi t}{T_f} - \cos \frac{2\pi}{T_f} (t + \Delta t) \right) = \\
 &= \frac{1}{2\Delta t} \left(\cos \frac{2\pi t}{T_f} - \cos \frac{2\pi}{T_f} t \cos \frac{2\pi}{T_f} \Delta t + \sin \frac{2\pi}{T_f} t \cdot \sin \frac{2\pi}{T_f} \Delta t \right) \approx \\
 &\approx \frac{1}{2\Delta t} \left(\cos \frac{2\pi t}{T_f} - \cos \frac{2\pi}{T_f} t + \frac{2\pi \Delta t}{T_f} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T_f} \right) = \frac{\pi}{T_f} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T_f}.
 \end{aligned}$$

здесь мы учли, что Δt – малый временной интервал; $\sin x \approx x$, $\cos x \approx 1$, при $x \ll 1$. Учитывая также постоянство фазы на участке BC , можем окончательно записать выражение для скорости изменения фазы спутника:

$$V_F = \begin{cases} \frac{\pi}{T_f} \cdot \sin \frac{2\pi t}{T_f}, & \text{при } t \leq 0.44 T_f \cup t \geq 0.56 T_f, \\ 0, & 0.44 T_f < t < 0.56 T_f \end{cases}. \quad (73)$$

График зависимости $V_F(t)$ представлен на рис. 13.б).

Ответ: к задаче представлен графиками на рис. 13.а)-б). (14 баллов).

Задача № 18. «Солнце, пятна и транзит МКС»

Дано:

$$\begin{aligned}
 h_{\odot} &\approx 90^\circ, \\
 \nu &= 82 \text{ квадра/с.}
 \end{aligned}$$

Найти:

$$\begin{aligned}
 \mu, H, T &- ? \\
 \omega, V, L_{\max} &- ? \\
 \eta = \frac{L_S}{D_{\oplus}} &- ?
 \end{aligned}$$

Решение:

Определим, прежде всего, угловой масштаб фотографии (см. рис. 2). Для этого выполним дополнительное построение на рис. 14: отметим две крайние точки A и B границы видимого диска Солнца. Соединим их отрезком AB . На середине этого отрезка восстановим к прямой перпендикуляр – $DC = h$. Определим с помощью линейки длину отрезков: $h=15$ мм и $d = \frac{AB}{2}=69$ мм.

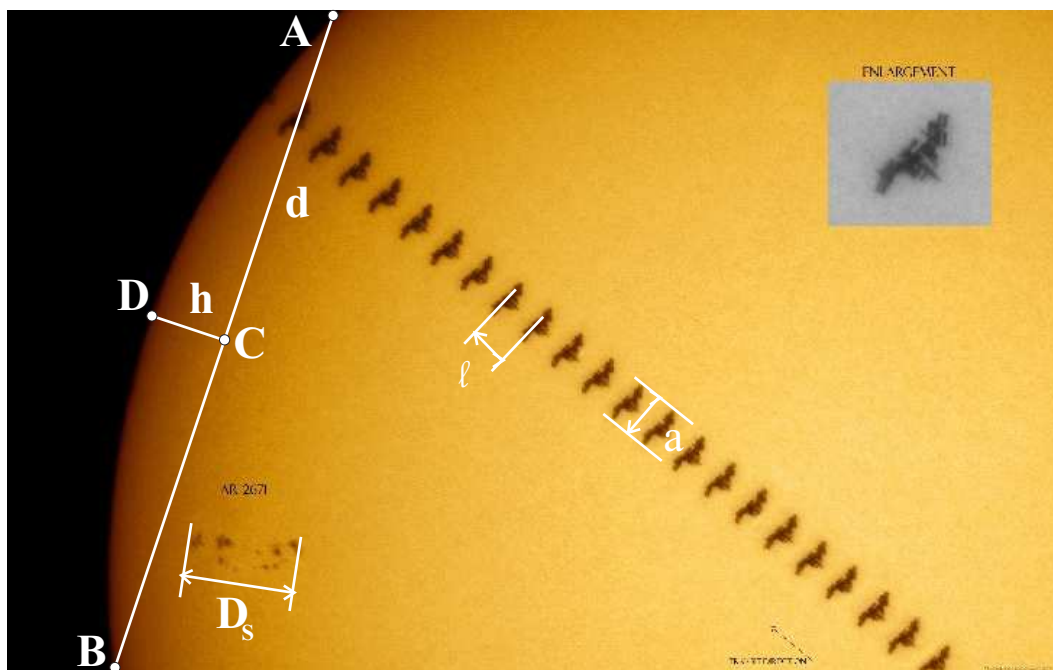


Рис. 14: к определению дополнительного построения и искомым величин задачи.

Ваши значения h и d могут отличаться от указанных, при использовании фотографии с иными линейными размерами, однако на итоговом результате это не должно сказаться!

Далее рассмотрим рис. 15. Воспользуемся теоремой Пифагора для треугольника $\triangle ACO$:

$$R_{\odot}^2 = d^2 + (R_{\odot} - h)^2, \Rightarrow$$

$$R_{\odot} = \frac{d^2 + h^2}{2h} = 166 \text{ мм.} \quad (74)$$

Т.е., если бы удалось полностью заснять диск Солнца, то его радиус, измеренный по картинке, был бы равен 166 мм.

По условию задачи, фотография была получена в первой декаде июля, т.е., в момент, когда Земля находилась в своем афелии, тогда расстояние до Солнца, в момент съемки есть

$$r_{\odot} = a_{\oplus}(1 + \varepsilon_{\oplus}), \quad (75)$$

где $a_{\oplus} = 1.496 \cdot 10^{11}$ мм; $\varepsilon_{\oplus} = 0.0167$ – большая полуось и эксцентриситет орбиты Земли. Следовательно, угловой диаметр Солнца в этот момент равен

$$D''_{\odot} = \frac{2\Re_{\odot}}{r_{\odot}} \cdot 3438' = 31.4', \quad (76)$$

здесь $\Re_{\odot} = 695500$ км – линейный радиус Солнца. В итоге, угловой масштаб

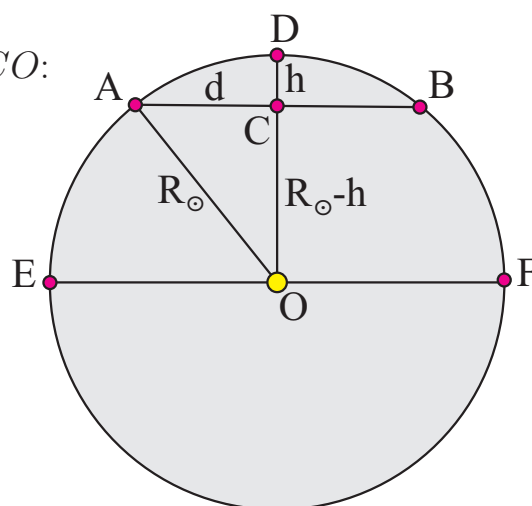


Рис. 15: к определению углового масштаба фотографии.

фотографии представляется выражением вида²:

$$\mu_a = \frac{D''_{\odot}}{2 R_{\odot}} = 5.7'' / \text{мм}. \quad (77)$$

Далее, по рис. 14 определим расстояние между двумя ближайшими образами МКС – $\ell=8$ мм. Этому расстоянию соответствует угловое перемещение

$$\gamma = \mu_a \cdot \ell = 45.4''.$$

1. Следовательно, угловая скорость видимого перемещения МКС по диску Солнца есть

$$\mu = \gamma \cdot \nu = 3723''/\text{с} = 1.034^\circ/\text{с}. \quad (78)$$

2. Поскольку, Солнце в этот момент находилось в зените, то МКС также прошло через зенит наблюдателя, следовательно, μ можно еще записать так:

$$\mu = \frac{V}{H} \quad (79)$$

где V – скорость орбитального движения МКС³, H – высота ее орбиты. Иначе, скорость V на высоте H можно записать как

$$V = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_{\oplus}}{(\mathfrak{R}_{\oplus} + H)}} = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_{\oplus}}{\mathfrak{R}_{\oplus}} \left(\frac{\mathfrak{R}_{\oplus}}{\mathfrak{R}_{\oplus} + H} \right)} = V_I \left(1 + \frac{H}{\mathfrak{R}_{\oplus}} \right)^{-1/2}, \Rightarrow$$

$$V \approx V_I \left(1 - \frac{H}{2\mathfrak{R}_{\oplus}} \right). \quad (80)$$

Здесь учтено, что $H \ll \mathfrak{R}_{\oplus}$, поскольку МКС – это низко орбитальный ИЗС (спутник) Земли, и использовано приближение (45). Из (79) и (80) следует выражение для H :

$$H = \frac{V_I}{\left(\mu + \frac{V_I}{2\mathfrak{R}_{\oplus}} \right)} = 424 \text{ км}. \quad (81)$$

В последнем выражении $\mu = 1.805 \cdot 10^{-2}$ рад/с, $V_I = \sqrt{\frac{G\mathfrak{M}_{\oplus}}{\mathfrak{R}_{\oplus}}} = 7.91$ км/с – первая космическая скорость у поверхности Земли. Полученное значение уверенно согласуется со справочными данными для высоты орбиты МКС (337 – 430 км).

3. Из (80) и (81) следует значение геоцентрической скорости МКС и ее угловой скорости:

$$V = 7.65 \text{ км/с}; \quad \omega = \frac{V}{(\mathfrak{R}_{\oplus} + H)} = 1.125 \cdot 10^{-3} \text{ рад/с} = 3.87^\circ / \text{мин}. \quad (82)$$

Период обращения МКС тогда запишется как

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 5585 \text{ с} = 1.55 \text{ часа}. \quad (83)$$

²Ваше значение μ_a может отличаться от полученного, при использовании фотографии с иными линейными размерами!

³Здесь мы пренебрегаем геоцентрической скоростью движения наблюдателя, поскольку она не может быть больше 0.465 км/с, что много меньше первой космической скорости МКС (последняя ~ 7 км/с).

4. Для определения максимального линейного размера МКС измерим с помощью линейки, по рис. 14 его наибольший размер $a = 9$ мм. Определим соответствующий ему угол α :

$$\alpha = \mu \cdot a = 51.3'' = 2.49 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Следовательно, максимальный линейный размер МКС равен

$$L_{\max} = H \cdot \alpha = 105 \text{ м.} \quad (84)$$

5. Определим по фотографии 14 $D_S = 22$ мм – максимальный линейный размер группы пятен $AR2671$. Определим минимальное расстояние ($r_{\min}$) от центра группы пятен до края диска Солнца: $r_{\min} = 28$ мм. Согласно рис. 16, видимый размер группы пятен D_S связан с истинным $D_S^{(0)}$ через угол α :

$$D_S^{(0)} = \frac{D_S}{\cos \alpha}. \quad (85)$$

Иначе, из треугольника $\triangle OCS$ можно определить синус угла α :

$$\sin \alpha = \frac{SC}{SO} = \frac{R_{\odot} - r_{\min}}{R_{\odot}} = 1 - \frac{r_{\min}}{R_{\odot}} = 0.831.$$

Тогда,

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0.556.$$

В результате, линейный размер группы пятен

$$L_S = D_S^{(0)} \mu_a \cdot r_{\odot} = a_{\oplus} (1 + \varepsilon_{\oplus}) \mu_a \frac{D_S}{\cos \alpha} = 1.66 \cdot 10^5 \text{ км, } \Rightarrow \frac{L_S}{D_{\oplus}} = 13.1. \quad (86)$$

здесь $D_{\oplus} = 12742$ км – средний диаметр Земли.

Ответ: к задаче представлен выражениями (78), (81), (82), (83), (84) и (86). (15 баллов).

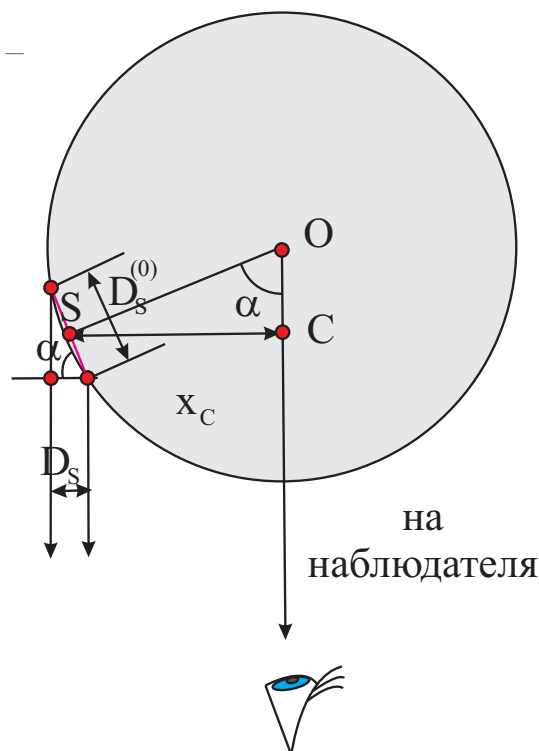
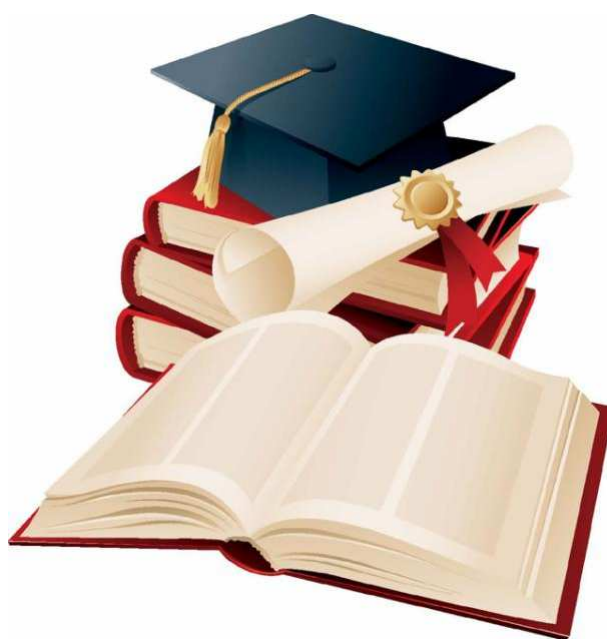


Рис. 16: к определению искомой величины.

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ



А.1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Постоянная Авогадро – $N_A = 6.022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

А.2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Солнечная постоянная (во всем спектре)
на расстоянии Земли – 1361 Вт/м^2
- Солнечная постоянная (в видимом свете)
на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

А.3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – $23 \text{ часа } 56 \text{ минут } 04 \text{ секунды}$
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$

- Средний по объему радиус – 6371.0 км
- Средний экваториальный радиус – 6378.14 км
- Длина земного меридиана – 20004.276 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24}$ кг
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

А.4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$
- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или $1/81.3$ массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

А.5. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + n x;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.

А.6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Экс- цен- триси- тет	Наклон к плоскости эклипти- ки	Период обраще- ния	Синоди- ческий период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

А.7. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плот- ность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плос- кости орбиты	Гео- мет- рич. альбе- до	Вид. звезд- ная вели- чина*
	кг	массы Земли	км	ради- усы Зем- ли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.8. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

А.9. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике и график для уравнения времени

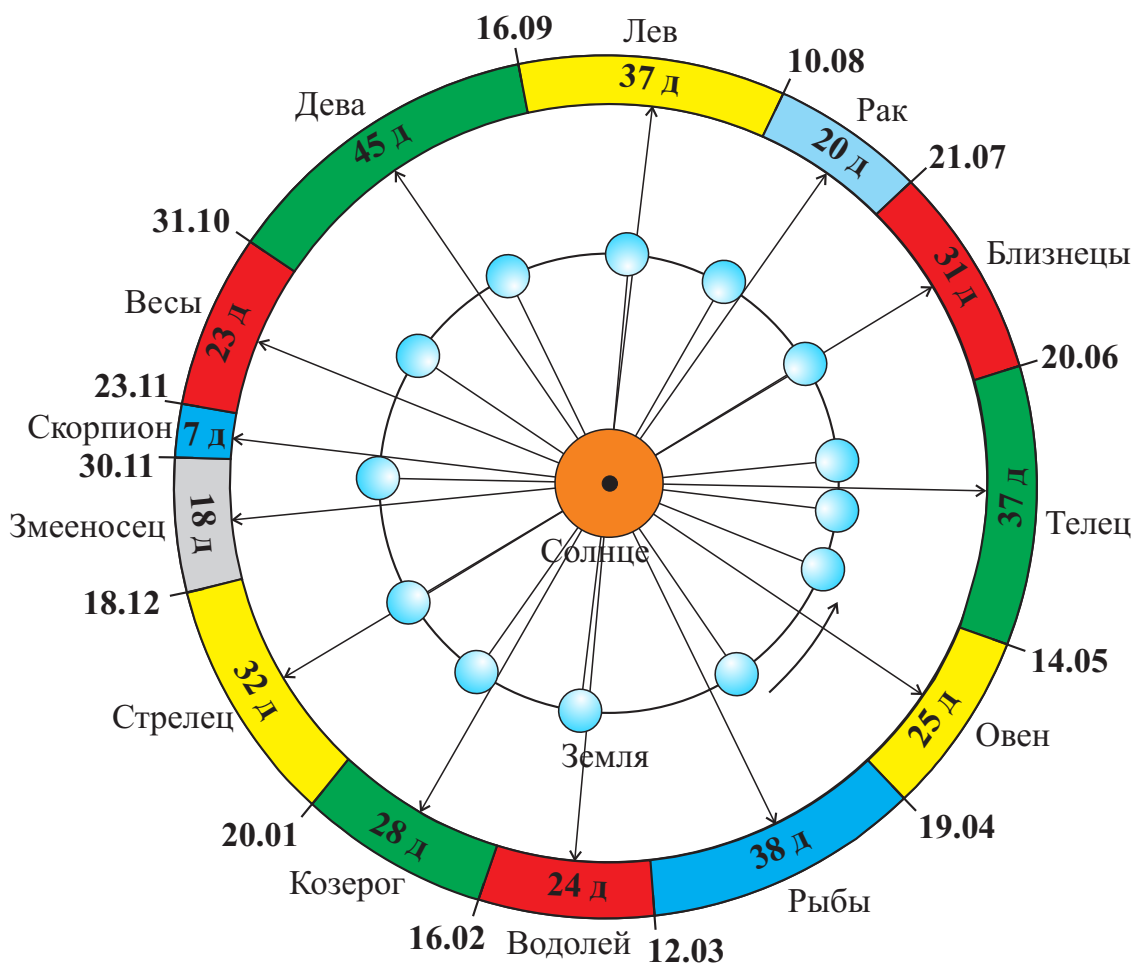


Рис. А.1. Диаграмма видимого годичного движения Солнца по эклиптике.

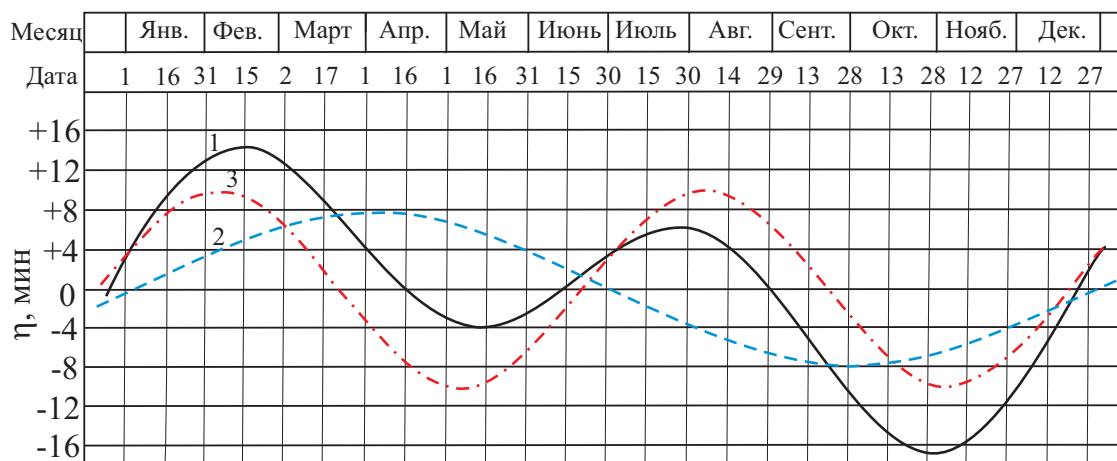


Рис. А.2. График уравнения времени: 1 — уравнение времени, 2 — уравнение центра, 3 — уравнение от наклона эклиптики.

А.10. Некоторые характеристики звезд

Болометрические поправки ΔM_b

Спектр	ΔM_b	Спектр	ΔM_b		
			Гл. последо- вательность	Гиганты	Сверхгиганты
B0	– 2.70	F5	– 0.04	– 0.08	– 0.12
B5	– 1.58	F8	– 0.05	– 0.17	– 0.28
A0	– 0.72	G0	– 0.06	– 0.25	– 0.42
A5	– 0.31	G2	– 0.07	– 0.31	– 0.52
F0	– 0.09	G5	– 0.10	– 0.39	– 0.65
F2	– 0.04	G8	– 0.10	– 0.47	– 0.80
		K0	– 0.11	– 0.54	– 0.93
		K2	– 0.15	– 0.72	– 1.20
		K3	– 0.31	– 0.89	– 1.35
		K4	– 0.55	– 1.11	– 1.56
		K5	– 0.85	– 1.35	– 1.86
		M0	– 1.43	– 1.55	– 2.2
		M1	– 1.70	– 1.72	– 2.6
		M2	– 2.03	– 1.95	– 3.0
		M3	– 2.35	– 2.26	– 3.6
		M4	– 2.7	– 2.72	– 3.8
		M5	– 3.1	– 3.4	– 4.0

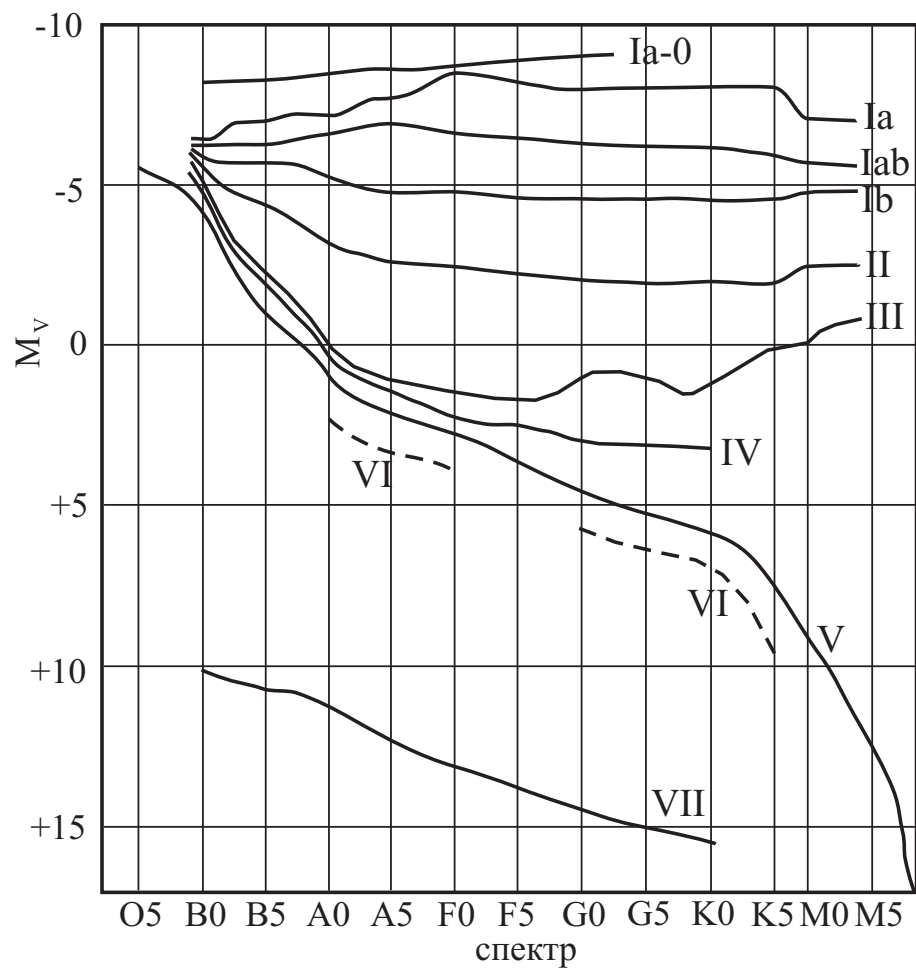


Рис. А.3. Диаграмма Герцшпрунга-Рассела.

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д. И. МЕНДЕЛЕЕВА

ПЕРИОДЫ	A	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	(H)												
2	Li Литий	Be Бериллий	B Бор	C Углерод	N Азот	O Кислород	F Фтор	Ne Неон	He Гелий				
3	Na Натрий	Mg Магний	Al Алюминий	Si Кремний	P Фосфор	S Сера	Cl Хлор	Ar Аргон	Ne Неон				
4	K Калий	Ca Кальций	Sc Скандий	Ti Титан	V Ванадий	Cr Хром	Mn Марганец	Fe Железо	Co Кобальт	Ni Никель			
5	Rb Рубидий	Sr Стронций	Y Иттрий	Zr Цирконий	Nb Ниобий	Mo Молибден	Tc Технеций	Ru Рутений	Rh Родий	Pd Палладий			
6	Cs Цезий	Ba Барий	La* Лантан	Hf Гафний	Ta Тантал	W Вольфрам	Re Рений	Os Осмий	Ir Иридий	Pt Платина			
7	Fr Франций	Ra Радий	Ac** Актиний	Rf Рифтордий	Db Дубний	Sg Сибургий	Bh Борий	Hs Хассий	Mt Мейтнерий	RO ₄			
8	Ce Церий	Pr Прозетимий	Nd Неодим	Pm Прометий	Sm Самарий	Eu Европий	Gd Гадолиний	Tb Тербий	Dy Диспрозий	Ho Гольмий	Er Эрбий	Tm Туллий	Yb Иттербий
9	Th Торий	Pa Протактиний	U Уран	Np Нептуний	Pu Плутоний	Am Америций	Cm Курций	Bk Берклий	Cf Калифорний	Es Эйнштейний	Fm Фермий	Md Менделевий	No Нобелий

Рис. А.4. Таблица Менделеева.